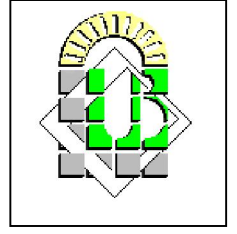


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE  
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED KHIDER DE BISKRA



FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

**Thèse de Doctorat en Sciences**  
Spécialité : Electrotechnique

*Présentée par*

**Khaled BEN ALIA**

**ETUDE DES SYSTEMES DE GUIDAGE MAGNETIQUE A BASE DE  
SUPRACONDUCTEUR HTc**

Soutenue publiquement le : 01/07/2013.

Devant le jury :

Salah Eddine ZOUZOU	Professeur	Université de Biskra	Président
Lotfi ALLOUI	M.C.A	Université de Biskra	Rapporteur
Souri Mohamed MIMOUNE	Professeur	Université de Biskra	Examineur
Rachid ABDESSEMED	Professeur	Université de Batna	Examineur
Tarik HACIB	M.C.A	Université de Jijel	Examineur
Nabil IKHLEF	M.C.A	Université de Jijel	Examineur

# LISTE DES TRAVAUX CONCERNANT LA THESE

## Publications internationales

k. ben alia, l. alloui, f. bouillault, s.m. mimoune « **the influence of excitation frequency on magnetic levitation systems with a high-*t<sub>c</sub>* superconductor** » J Supercond Nov Magn (springer) (2013) 26:1275–1281.

l. alloui , k. ben alia, f. bouillault, s.m. mimoune, l. bernard, j. leveque « **numerical study of the relation between the thermal effect and the stability of the levitation system excited by an external source** » Physica c 487 (2013) 1–10.

## Conférences internationales

k. ben alia, l. alloui, s.m. mimoune and f. bouillault « **analytical study of the forces created between a high-*t<sub>c</sub>* superconductor and a permanent magnet** » 3rd International Conference on Superconductivity and Magnetism ICSM2012 29 april-4 may 2012 Istanbul - Turkey.

k. ben alia, l. alloui, s.m. mimoune and f. bouillault « **the influence of excitation frequency on magnetic levitation systems with a high *t<sub>c</sub>* superconductor**» 3rd International Conference on Superconductivity and Magnetism ICSM2012 29 April-4 May 2012 Istanbul - Turkey.

## Conférence nationale

k. ben alia, l. alloui, s. m. mimoune, f. bouillault « **étude de l'influence des forces de perturbation laterale sur la dynamique d'un système en lévitation électromagnétique a base de matériau supraconducteur a haute température critique** » 3ème Colloque sur l'Inductique, Université Mouloud MAMMERY, 23 - 25 Avril 2013

lotfi alloui, khaled ben alia, souri mohamed mimoune and frederic bouillault « **étude de l'influence de la distance de refroidissement sur la dynamique d'un système en lévitation électromagnétique a base de matériau supraconducteur a haute température critique** » 3ème Colloque sur l'Inductique, Université Mouloud MAMMERY, 23 - 25 Avril 2013

khaled ben alia & souri mohamed mimoune « **lévitation magnétique et critère de transition a l'état supraconducteur du modèle flux flow et flux creep** » cni'2-2011, Université a. Mira –Bejaïa, le 03 et le 04 mai 2011

## *Dédicace*

*Je dédie ce travail :*

*A mes parents*

*A mes frères et mes sœurs*

*A Bouchra, .*

## REMERCIEMENTS

Je voudrais exprimer ma profonde gratitude à Monsieur **Lotfi ALLOUI**, maître de Maitre de conférences 'A', pour la confiance qu'il m'a accordée en m'accueillant au sein du laboratoire modélisation des systèmes énergétiques et en acceptant de diriger mes recherches. Ses précieux conseils, ses encouragements ainsi que sa qualité humaine, m'ont permis d'aboutir dans ce travail.

Je remercie chaleureusement Monsieur **Souri Mohamed MIMOUNE**, qui a guidé mes premiers pas dans le monde de la recherche, en particulier, dans le monde des supraconducteurs et pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

Je tiens particulièrement à remercier Monsieur **Salah Eddine ZOUZOU**, professeur à l'université de Biskra, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse.

Je suis très reconnaissant aux membres du jury: Monsieur **Rachid ABDESSEMED**, professeur de l'université de Batna, Monsieur **Tarik HACIB**, maître de conférence 'A' de l'université de Jijel et Monsieur **Nabil IKHLEF**, maître de conférence 'A' de l'université de Jijel, qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'examiner et d'évaluer ce travail

Je tiens aussi à remercier Monsieur **Mebarek BAHRI**, directeur du laboratoire de modélisation des systèmes énergétiques (LMSE) de l'université de Biskra de m'avoir accueilli au sein du laboratoire, de m'intégré aussi au sein du laboratoire et en me permettant en outre, de finalisé ce travail dans des bonnes conditions.

# TABLE DES MATIERES

Introduction générale	06
<b>Chapitre I. GENERALITE SUR LA SUPRACONDUCTIVITE</b>	
I. 1 Introduction de la supraconductivité	09
I. 2 Propriétés des matériaux supraconducteurs	11
I. 3 Les grandeurs critiques	12
I. 3. 1 Température critique $T_c$	12
I. 3. 2 Champ magnétique critique $h_c$	14
I. 3. 3 Densité de courant critique $j_c$	17
I. 3. 4 Diagrammes des phases d'un supraconducteur	17
I. 4 Théorie de f. Et h. London	18
I. 5 Effet Meissner	20
I. 6 Passage du courant dans un fil supraconducteur	22
I. 6. 1 Répartition du courant dans un fil	22
I. 6. 2 Vortex et phase de shubnikov	22
I. 6. 3 Mouvement des vortex	23
I. 7 Modèles de supraconducteurs	24
I. 7. 1 Modèle de Bean	24
I. 7. 2 Modèle de flux flow et flux creep	25
I. 7. 3 Modèle de la loi en puissance $e - j$	26
I. 7. 4 Dépendance en température de $j_c$ et $n$	27
I. 7. 5 Dépendance en champ magnétique de $j_c$	28
I. 8 Applications des supraconducteurs en électrotechnique	28
I.8. 1 Les transformateurs	29
I. 8. 2 Les limiteurs du courant	29
I. 8. 3 Les systèmes de stockage de l'énergie	30
I. 3. 4. Les lignes de transport	30
I. 8. 5. Les aimants permanents supraconducteurs	31
I. 8. 6. Les machines électriques	31
I. 8. 7 Les trains à lévitation magnétique	32

## Chapitre II. FORMULATION MATHÉMATIQUE EN ELECTROMAGNETISME

II.1.	Introduction	33
II.2.	Les modèles considérés.	34
II.2.1.	Equations de Maxwell	34
II.2.2.	Formulation en potentiels A-V	37
II.2.3.	Problème thermique	40
II.2.4.	modélisations des Aimant permanent	41

## Chapitre III. MISE EN ŒUVRE DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS

III.1.	Introduction	44
III.2.	Méthode des volumes finis avec un maillage cartésien	45
III.2.1.	Discrétisation géométrique	45
III.2.2.	Discrétisation des équations électromagnétiques par la MVFC	46
III.2.2.1.	Intégration de $\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A})$	47
III.2.2.2.	Intégration de $\nabla (\nu \nabla \cdot \mathbf{A})$	51
III.2.2.3.	Intégration du terme source	52
III.2.2.4.	Intégration du terme $\sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right)$	52
III.2.2.5.	Intégration de l'équation en divergence	54
III.2.3.	Discrétisation de l'équation de diffusion de la chaleur par la MVFC	56
III.3.	Méthodes numériques de résolution	58
III.3.1.	La méthode d'Euler	58
III.3.2.	La méthode de Gauss-Seidel	59
III.3.3.	Formule des trapèzes	59
III.4.	Algorithme de résolution	60
III.4.1.	Algorithmes de résolution des problèmes, électromagnétique et thermique	60
III.4.2.	Couplage électromagnétique-thermique	63

## Chapitre IV. APPLICATIONS ET VALIDATIONS

IV.1	introduction	65
IV.2	Modélisation de l'aimant permanent	66
IV.3	Validation du modèle mathématico-numérique développé	67
IV.4	Résultats de simulation d'un système de lévitation	70
IV.5	Effet de la densité de courant critique	77
IV.6	Simulation des systèmes de guidage magnétique	83
IV.6.1	dans le cas d'un déplacement latéral	83
IV.6.2	dans le cas d'un déplacement vertical suivi d'un déplacement latéral	89
IV.6.3	Effet de la densité de courant critique $J_c$	92
IV.6.4	Effet des dimensions géométriques du supraconducteur	92
IV.7	Vibration libre et forcé	94
IV.7.1	Vibration verticale libre	94
IV.7.2	Vibration verticale libre avec un mouvement verticale imposé du supraconducteur	96
IV.7.3	Vibration libre de l'aimant avec un mouvement latérale imposé du supraconducteur	100
IV.7.4	Effet de la perturbation extérieur sur un système de guidage magnétique	102
IV.8	Etude d'un système de lévitation magnétique composé d'une raille magnétique.	105
IV.9	Simulation d'un inducteur de la machine	109
	Conclusion générale	114
	Bibliographie	116

## TABLE DES FIGURES

Figure I. 1	conductivité parfaite de mercure.	09
Figure I. 2	Effet du champ magnétique sur un matériau conducteur et supraconducteur.	12
Figure I. 3	caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur de type I	16
Figure I. 4	Caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur de type II	16
Figure I. 5	Diagramme des Phases des matériaux supraconducteurs.	17
Figure I. 6	Pénétration de l'induction magnétique dans un supraconducteur sur une longueur $\lambda_L$	19
Figure I.7	Différence entre un conducteur parfait et un supraconducteur : l'effet Meissner.	21
Figure I.8.a	Passage du courant dans un supraconducteur de type I.	22
Figure I.8.b	Passage du courant dans un supraconducteur de type II.	22
Figure I.9	Le champ magnétique traverse le supraconducteur en suivant une ligne de vortex.	23
Figure I.10	Force exercées sur les vortex d'une plaque Supraconductrice de type II.	24
Figure I.11	Modèle de Bean	24
Figure I.12	Modèle de Flux Flow et Creep	24
Figure II.1	Problème type à SHTC	34
Figure II.2	Modèle d'un aimant permanent.	41
Figure III.1.a	Maillage structuré et non structuré, vue 2D	45
Figure.III.1.b	maillage cartésien	46
Figure.III.3	Volume fini élémentaire $D_p$	46
Figure III.4	Approximation linéaire du potentiel à travers la facette $e$	48
Figure III.5	Illustration des nœuds supplémentaires	50
Figure III.6	Aires des trapèzes	60
Figure III.7	Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème électromagnétique	61
Figure III.8	Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème thermique.	62
Figure III.9	Organigramme utilisé pour calculer la solution du système couplé magnétothermique au sein d'un supraconducteur.	64
Figure.IV.1	Induction measured at 0.5 mm of the magnet,	66
Figure IV. 2	system de lévitation magnétique: supraconducteur et aimant permanent	68
Figure IV. 3	Comparaison entre les résultats numérique et expérimental	68
Figure IV. 4	Force verticale exercée entre l'aimant et le supraconducteur.	69
Figure IV. 5	system de lévitation magnétique: supraconducteur et aimant permanent.	70
Figure IV. 6	Force verticale exercée entre l'aimant et le supraconducteur.	70
Figure IV. 7.a	Répartition de la densité de courant (les composantes $J_x$ $J_y$ ) a $t=1s$ .	71
Figure IV.7b,c,d	Répartition de la densité de courant a $t=1,5s, 2s, 3s$ .	72
Figure IV. 7.e	Répartition de la densité de courant (les composantes $J_x$ $J_y$ ) a $t=4s$ .	73
Figure IV. 8	Répartition de la température à l'intérieur de la pastille supraconductrice	73



Figure IV.9	Force verticale exercée entre l'aimant et le supraconducteur pour essai hystérésis.	74
Figure IV.10a,b,c	Figure. IV.10c: Répartition de la densité de courant (les composantes $J_x$ $J_y$ ) $t=1.5s$ , $t=2.5s$ et $t=3s$ .	76
Figure IV.10,d	Répartition de la densité de courant (les composantes $J_x$ $J_y$ ) a $t=4s$ .	77
Figure IV.11	Répartition de la température à l'intérieur de la pastille supraconductrice (a: $t=3s$ , b: $t=4s$ ) pour essai hystérésis.	77
Figure. IV.12	Force de lévitation pour différent valeurs de la densité de courant critique (essai hystérésis).	79
Figure. IV.13	Force de lévitation pour différent valeurs de la densité de courant critique.	79
Figure. IV.14	Force maximale avant et après la relaxation en fonction de la densité de courant critique $J_c$ .	80
Figure IV.15	Ecart entre les valeurs de la Force avant et après la relaxation en fonction de la densité de courant critique.	80
Figure IV. 16	Répartition du champ électrique à l'intérieur de la pastille supraconductrice pour différent valeur de $J_c$ (a : $J=4e7$ , b : $J=8e7$ , c : $J=1.2e8$ ).	81
Figure. IV.17	Répartition de la température à l'intérieur de la pastille supraconductrice pour différent valeur de $J_c$ (a : $J=4e7$ , b : $J=8e7$ , c : $J=1.2e8$ ).	82
Figure IV.18	system de lévitation magnétique: supraconducteur et aimant permanent.	83
Figure IV.19	allure de déplacement de l'aimant permanent.	84
Figure IV.20	forces d'interactions latérales et verticales, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC).	85
Figure IV.21.	Répartition de la densité de courant durant la translation latérale, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC).	86
Figure IV.22.	forces d'interactions latérales et verticales, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC) avec deux valeurs différentes de $x_{max}$ (15m,10mm).	87
Figure IV.23	forces d'interactions latérales et verticales, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC) avec deux valeurs différentes de $x_{max}$ (15m,5mm).	88
Figure IV.24	forces d'interactions latérales et verticales, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC) dans le cas d'un déplacement vertical suivi d'un déplacement latéral.	90
Figure IV.25	Répartition de la densité de courant durant la translation latérale, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC).	91
Figure IV.26	forces d'interactions latérales et verticales, dans le cas de RHC dans le cas d'un déplacement vertical suivi d'un déplacement latéral ( $z_0=30mm$ , $z_{fin}=5mm$ ).	92
Figure IV.27	forces d'interactions latérales et verticales, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC) dans le cas d'un déplacement latéral ( $z_0=3mm$ ).	93
Figure IV 28	Vibration vertical libre de l'aimant pour différent hauteur initial, avec une masse=250g.	94
Figure IV.29	Vibration vertical libre de l'aimant pour différent masse.	95
Figure IV.30	L'hauteur finale du mouvement vertical libre de l'aimant pour différent hauteur initial, et masse.	95

Figure IV.31	Fréquence propre de vibration verticale libre de l'aimant pour différent hauteur initial, et masse.	96
Figure IV.32	Structure du dispositif de lévitation avec une excitation extérieure.	97
Figure IV.33	Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec supraconducteur fixe.	98
Figure IV.34	Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec une oscillation de supraconducteur $f=5\text{Hz}$ .	98
Figure IV.35	Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec une oscillation de supraconducteur $f=13.33\text{Hz}$ .	99
Figure IV.36	Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec une oscillation de supraconducteur $f=20\text{Hz}$ .	99
Figure IV 37	Variation de l'amplitude du déplacement de lévitation de l'aimant permanent par rapport à la fréquence	99
Figure IV.38.	Structure du dispositif de lévitation avec une excitation extérieure.	100
Figure IV.39	Réponse dynamique de l'aimant en lévitation pour différentes valeurs de la fréquence : a : $f_a=10\text{Hz}$ , b : $f_a=15\text{Hz}$ et c : $f_a=20\text{Hz}$	101
Figure IV.40	Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec supraconducteur fixe.	102
Figure IV.41	Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec supraconducteur durant une perturbation, pour une masse différente de l'aimant.	103
Figure IV.42.	Structure du dispositif de lévitation.	105
Figure IV.43.	Réponse dynamique de supraconducteur au dessus d'une raille magnétique.	106
Figure IV.44.	Force de rappelle magnétique latérale	107
Figure IV.45.	Réponse dynamique de supraconducteur au dessus d'une raille magnétique.	108
Figure IV.46.	Force de rappelle magnétique latérale	108
Figure IV.47.	Structure de l'inducteur 8 pôles	109
Figure IV.48.	les plans de coupe	110
Figure IV.49.	Répartition spatiale du champ d'induction magnétique $\mathbf{B}$ (coupe 1)	111
Figure IV.50.	Répartition spatiale du champ d'induction magnétique $\mathbf{B}$ (coupe 2)	111
Figure IV.51.	Répartition spatiale du champ d'induction magnétique $\mathbf{B}$ (coupe 3)	112
Figure IV.52.	Répartition spatiale de la composante radiale du champ d'induction magnétique $\mathbf{B}_r$ (coupe 3)	112

## TABLE DES TABLEAUX

Tableau (I. 1) :	Supraconducteurs à Basse Température (SBT).	12
Tableau (I. 2):	Supraconducteurs à Haute Température critique (SHT).	13
Tableau (IV.1):	Propriétés géométriques et physiques de l'aimant permanent [Fur01].	67

## TABLE DES SYMBOLES

$H$	Le champ magnétique.
$M$	L'aimantation.
$H_c$	Champ magnétique critique.
$T$	Température du milieu extérieur.
$T_c$	Température critique
$J_c$	Densité de courant critique.
$B$	Induction magnétique.
$m_s$	Masse des particules.
$N_s$	La densité volumique des porteurs de charge.
$Q_s$	La charge des particules
$F$	La force
$A$	Le vecteur potentiel magnétique.
$V$	Le potentiel magnétique scalaire.
$E$	Champ électrique.
$k$	Constant de Boltzmann.
$\rho_c$	Résistivité de flux creep.
$U_0$	Potentiel de profondeur.
$D$	Induction électrique.
$\mu$	La perméabilité magnétique
$\sigma$	La conductivité électrique
$W$	La puissance volumique.
$\lambda(T)$	La conductivité thermique.
$\rho$	La masse volumique
$Cp(T)$	Chaleur spécifique du matériau
$h_m$	Epaisseur de l'aimant.
$R_m$	Rayon de l'aimant.

# **INTRODUCTION GENERALE**

### Introduction générale

Un grand pas en avant dans le développement des supraconducteurs a été réalisé en 1986, quand Johannes Bednorz et Karl Müller du laboratoire de recherche IBM de Zurich ont découvert le premier matériau supraconducteur à une température de 35 K. Il s'agit d'une céramique supraconductrice composée d'un oxyde de cuivre, additionné de lanthane et de baryum. Sa température critique de 35 K mit fin à l'idée d'une limite théorique établie à 23 K à l'époque et l'ère des Supraconducteurs à Haute Température (SHT) commença [Masson 02].

Peu après, les atomes de lanthane de la céramique supraconductrice furent remplacés par de gros atomes d'yttrium pour former un nouveau composé qu'on appelle maintenant YBaCuO et qui possède une température critique de 94 K. En 1988 [Alloui 09<sup>b</sup>], c'est la supraconductivité du composé BiSrCaCuO, en dessous de 105 K, qui est découverte par Hiroshi Maeda et al.

Ces découvertes offraient de nouvelles possibilités aux applications de la supraconductivité à une plus grande échelle, puisque l'azote liquide, beaucoup moins onéreux à produire que l'hélium liquide, pouvait être utilisé pour refroidir les matériaux [BERGER 06]. Les matériaux supraconducteurs à haute température sont à présent utilisés en électrotechnique pour la lévitation magnétique, qui est le sujet de recherche dans ce travail.

Pour une bonne conception des systèmes ayant des matériaux supraconducteurs à haute température critique, il est important de modéliser leur comportement magnéto-thermique. Dans ce contexte, nous nous lançons dans ce travail au développement des méthodes numériques permettant de modéliser les dispositifs ayant des supraconducteurs. La méthode des volumes finis a été adoptée pour résoudre le problème mathématique tridimensionnel régi par des équations aux dérivées partielles. L'ensemble des modèles mathématiques et numériques ont été implémentés dans un code de calcul tridimensionnel sous l'environnement Matlab. Ce code de calcul sera utilisé pour la modélisation des systèmes à lévitation magnétique à base de matériaux supraconducteurs, aussi pour l'étude d'un inducteur d'une machine supraconductrice.

Notre travail est organisé de la manière suivante :

Le premier chapitre est consacré aux principales familles supraconductrices avec leurs caractéristiques ainsi que des introductions à leurs techniques de mise au point, ensuite diverses applications de la supraconductivité, notamment dans les domaines liés à l'électrotechnique telle que le transport de l'énergie, les machines, lévitation magnétique etc.

Dans le deuxième chapitre nous allons exposer les modèles mathématiques qui permettent de modéliser les dispositifs ayant des matériaux supraconducteurs à haute température critique. Il s'agit des équations de Maxwell couplés aux modèles mathématiques qui reflètent de façon satisfaisante les régimes Flux-Flow-Creep des supraconducteurs, principalement le modèle en loi de puissance E-J. Nous présentons aussi le modèle mathématique qui a permis de modéliser les deux comportements : magnétique et thermique.

Les modèles mathématiques développés dans le chapitre précédent sont régis par un système d'équations aux dérivées partielles. Généralement la résolution d'un tel système fait appel à l'utilisation d'une des méthodes numériques. Pour cela nous nous engageons dans le troisième chapitre à la présentation des méthodes numériques principalement la méthode des volumes finis qui a été adoptée pour résoudre le problème. Les procédures d'implémentation, sous l'environnement Matlab, des modèles mathématico-numériques développés dans le cadre de ce travail sont aussi présentées.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons les résultats de simulation obtenus à partir du code numérique développé, dédié principalement à la modélisation des systèmes ayant des matériaux supraconducteurs à haute température critique. Dans un premier temps, on s'intéressera à l'étude de l'interaction entre aimant permanent et supraconducteur haute température critique, dans un second temps, nous abordons de manière détaillée, la dynamique d'un système de guidage magnétique et enfin nous présentons quelques résultats de simulation d'un inducteur d'une machine électrique ayant de matériau supraconducteur.

Finalement, une conclusion générale résumant l'essentiel de notre travail et faite avec des perspectives à moyen et à long terme.

# Chapitre I.

## Chapitre I. GENERALITE SUR LA SUPRACONDUCTIVITE

I. 1	Introduction de la supraconductivité	09
I. 2	Propriétés des matériaux supraconducteurs	11
I. 3	Les grandeurs critiques	12
I. 3. 1	Température critique $T_c$	12
I. 3. 2	Champ magnétique critique $h_c$	14
I. 3. 3	Densité de courant critique $j_c$	17
I. 3. 4	Diagrammes des phases d'un supraconducteur	17
I. 4	Théorie de f. Et h. London	18
I. 5	Effet Meissner	20
I. 6	Passage du courant dans un fil supraconducteur	22
I. 6. 1	Répartition du courant dans un fil	22
I. 6. 2	Vortex et phase de shubnikov	22
I. 6. 3	Mouvement des vortex	23
I. 7	Modèles de supraconducteurs	24
I. 7. 1	Modèle de Bean	24
I. 7. 2	Modèle de flux flow et flux creep	25
I. 7. 3	Modèle de la loi en puissance $e - j$	26
I. 7. 4.	Dépendance en température de $j_c$ et $n$	27
I. 7. 5.	Dépendance en champ magnétique de $j_c$	28
I. 8	Applications des supraconducteurs en électrotechnique	28
I.8. 1.	Les transformateurs	29
I. 8. 2.	Les limiteurs du courant	29
I. 8. 3.	Les systèmes de stockage de l'énergie	30
I. 3. 4.	Les lignes de transport	30
I. 8. 5.	Les aimants permanents supraconducteurs	31
I. 8. 6.	Les machines électriques	31
I. 8. 7	Les trains à lévitation magnétique	32

### I. 1 Historique de la supraconductivité

Tout commence au XIXème siècle. La THERMODYNAMIQUE établit ses fondements sur des bases solides à partir de l'étude des gaz parfaits. « Un gaz parfait est un modèle de gaz idéal. Il ne peut devenir liquide ou solide qu'au zéro absolu :  $-273,15^{\circ}\text{C}$  (0 K). Or un gaz parfait n'existe pas. Il y a uniquement des gaz dits réels, liquéfiables à d'autres températures que le zéro absolu ».

C'est Faraday qui remporte le premier succès en liquéfiant le chlore à  $-35^{\circ}\text{C}$  en 1823, puis le dioxyde de soufre ( $\text{SO}_2$ ), l'hydrogène sulfuré ( $\text{H}_2\text{S}$ ) et le gaz carbonique ( $\text{CO}_2$ ) [F. BOUAÏCHA 11]. Pour liquéfier les gaz, il faut produire de très basses températures.

- En 1877, Cailletet et Pictet liquéfient l'air à  $-196,15^{\circ}\text{C}$  (77 K).
- En 1899, Dewar liquéfie l'hydrogène à  $-253,15^{\circ}\text{C}$  (19,85 K).
- En 1908, Kamerlingh Onnes liquéfie l'hélium à  $-269^{\circ}\text{C}$  (4,2 K).

Deux ans après (en 1911), le physicien néerlandais Heike Kamerlingh Onnes (Groningen 1853 - Leyde 1926) proposa à son élève Gilles Holst de mesurer la résistivité d'un barreau de mercure. Ils découvrirent que celle-ci s'annulait en dessous de 4,15 K. Holst fit et refit les expériences, vérifia les instruments de mesure mais le doute n'était plus permis : le comportement se confirmait (Prix Nobel de physique 1913).

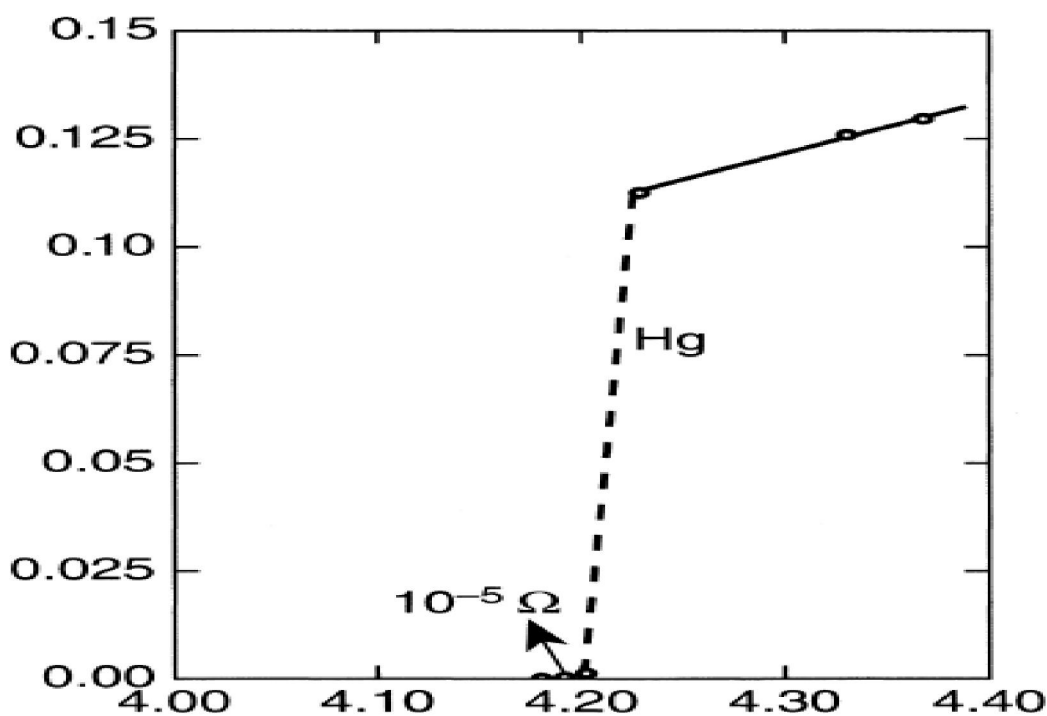


Figure I. 1 : conductivité parfaite de mercure [Buckel 04].



Le physicien Hollandais découvrit l'année suivante que l'étain et le plomb (qui est un très mauvais conducteur à température ambiante), perdaient leur résistance respectivement à 3,7 K et 6 K. L'absence de résistivité du matériau, c'est-à-dire que celle-ci ne soit ni faible ni très faible mais totalement absente, est le premier phénomène spectaculaire de la supraconductivité. □

En 1933, W. Meissner et R. Oschenfeld découvrirent la propriété d'un barreau de métal pur à être imperméable aux champs magnétiques : le diamagnétisme parfait, que l'on appelle depuis effet Meissner. Ce diamagnétisme, qui est le second effet surprenant de la supraconductivité, se traduit par la capacité d'un supraconducteur à émettre un champ magnétique opposé à un autre champ qui lui serait appliqué, et ce, quelle que soit la polarité du champ appliqué.

Sans aucune théorie sur laquelle s'appuyer, les chercheurs durent se contenter d'expérimenter, presque au hasard, différents alliages à base de titane, de strontium, de germanium et surtout de niobium, qui donnait les meilleurs résultats. Des recherches furent même menées dans le domaine des molécules organiques, essentiellement avec les fullerènes ou footballènes, avec des températures de l'ordre de 33 K.

La question de l'origine de la supraconductivité hantait les scientifiques : « D'où vient ce phénomène qu'aucune théorie n'avait soupçonné auparavant ? » En 1935, des théories incomplètes bien que puissantes furent proposées par les frères London puis en 1950 par V. Ginzburg et L. Landau.

Mais en 1957, apparut la théorie B.C.S, du nom de ses découvreurs John Bardeen, Leon Cooper et John Schiffer, qui décrivait en partie le principe fondamental de la supraconductivité. Cette théorie stipule qu'à basse température, les électrons se déplacent par paires, appelées paires de Cooper, sous la forme de phonons. C'est grâce à cette théorie de base que les chercheurs ont pu progresser dans leur recherche de matériaux supraconducteurs à « haute température ». Les alliages contenant du Niobium se révélant les plus efficaces, on l'utilisa donc dans la majorité des composés supraconducteurs. Malheureusement, tous les alliages testés ne dépassaient pas une température supérieure à 23 K et la théorie B.C.S semblait avoir trouvé ses limites.

Parallèlement à ces recherches, Brian Josephson prédit en 1962 les effets quantiques qui portent son nom et sont utilisés en détection ultrasensible des champs magnétiques. La découverte de Josephson, qui laissa pantois tous les chercheurs, explique qu'un courant électrique non nul pouvait circuler d'un bloc supraconducteur à un autre bloc supraconducteur séparé du premier par une mince couche isolante, en l'absence même de différence de

potentiel entre les deux blocs. Cette théorie fut vérifiée expérimentalement quelques années plus tard, ce qui valut à Josephson et Giaver de recevoir le prix Nobel en 1974.

C'est en 1986, année charnière dans l'histoire des supraconducteurs, que la théorie B.C.S fut remise en cause, avec la découverte, par des ingénieurs d'IBM Zurich (Suisse), d'un supraconducteur à 34 K puis, neuf mois plus tard, à 92 K. Ainsi virent le jour de nouvelles générations de composés tels que Ba-La-Cu-O, Y-Ba-Cu-O et Ti-Sr-Ca-Cu-O, les deux derniers permettant de dépasser la température de l'azote liquide (77 K, soit -196 °C), coûtant dix fois moins cher que l'hélium liquide et refroidissant vingt fois mieux. Ainsi Ti-Sr-Ca-Cu-O atteignait une température critique de 125 K, laissant loin derrière la barrière psychologique de liquéfaction l'azote liquide [BERGER 06].

Cette découverte suscita l'engouement de toute la communauté scientifique, qui repartit dans la course aux supraconducteurs à « Haute Température Critique (H Tc) », espérant alors découvrir un supraconducteur à température ambiante. Mais plus cette température augmentait et plus les performances des matériaux diminuaient, le courant pouvant être transporté sans déperditions devenant faible. Le record de température critique reproductible fut atteint en 1995 avec une température de 164 K mais nécessitant de hautes pressions.

La course aux Tc s'essouffant faute de compréhension au niveau atomique, les recherches se sont donc orientées vers la compréhension des phénomènes physiques régissant la supraconductivité. Cette nouvelle recherche conduit à des théories qu'il est actuellement difficile de confirmer ou infirmer. Toutefois, les scientifiques ne désespèrent pas de trouver des matériaux supraconducteurs à température ambiante.

La supraconductivité est donc un phénomène dont la découverte et la compréhension s'étalent sur tout le XXème siècle, permettant l'attribution de pas moins de quatre prix Nobel, ainsi que la découverte de nouveaux domaines d'utilisation liés aux nouveaux matériaux qui ont été créés. Nul doute que cette compréhension s'étendra encore sur les siècles à venir, mais voyons d'abord les principes de fonctionnement de la supraconductivité.

### I. 2 Propriétés des matériaux supraconducteurs

Un matériau est dit supraconducteur lorsqu'il conduit de l'électricité sans résistance électrique au-dessous d'une certaine température, dite température critique est notée ( $T_c$ ). L'absence de résistivité ( $<10^{-25} \text{Wm}$ ) en courant continu, est le phénomène le plus intéressant pour ce qui concerne le transport de l'énergie électrique.

Le diamagnétisme parfait est un autre aspect important. Quand un échantillon supraconducteur est refroidi en dessous de sa température critique puis placé dans un champ magnétique, on observe une transition du conducteur de son état normal Figure (I. 2 a) l'état supraconducteur Figure (I. 2 b). La seconde propriété remarquable, est que le matériau dans son état supraconducteur présente un effet diamagnétique presque parfait, appelé effet Meissner (le champ magnétique ne peut pas pénétrer à l'intérieur de ces matériaux). Un champ magnétique extérieur induit la circulation des courants dans le supraconducteur qui créent à leur tour un champ magnétique opposé [Moo 04].

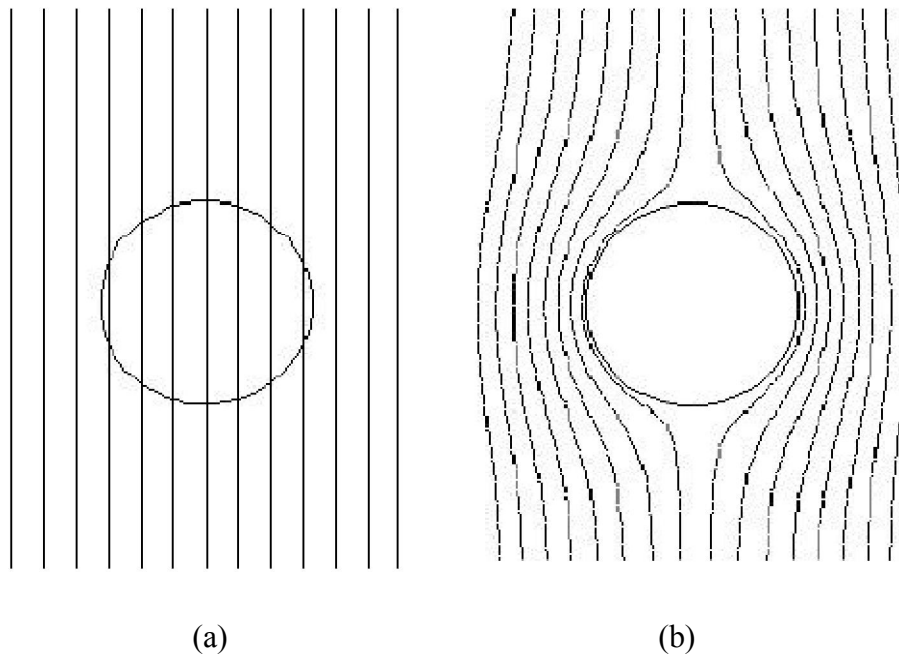


Figure (I. 2) : Effet du champ magnétique sur un matériau conducteur et supraconducteur.

### I. 3 Les grandeurs critiques

Comme nous l'avons dit juste avant, la supraconductivité n'apparaît que pour des températures inférieure à la valeur de la température critique  $T_c$  [moulin 10]. Cette valeur, n'est pas la seule grandeur critique de la supraconductivité. On définit d'autres grandeurs critiques, tels que, le champ magnétique critique  $H_c$  et la densité de courant critique  $J_c$ .

#### I. 3. 1 Température critique $T_c$

La température critique est la température en dessous de laquelle la supraconductivité apparaît. Cette température est différente pour chaque matériau et dépend de la densité de courant et du champ magnétique appliqué. A partir de la valeur de la température critique  $T_c$ ,

on distingue deux types de matériau supraconducteur, les supraconducteurs à basse température critique et les supraconducteurs à haute température critique [moulin 10].

Les supraconducteurs à basse température critique nécessitent des températures très basses. Généralement inférieures à 23 K [MOO04], le tableau I. 1 donne quelques exemples des matériaux supraconducteurs basse température critique, ainsi que leur température critique. Pour ce type de supraconducteurs, on utilise l'hélium liquide, caractérisé par une température de 4 K, comme milieu cryogénique, l'inconvénient majeur de ce type de matériau, est dû au coût élevé de l'hélium. Ce type de matériau, est utilisé pour la réalisation des enroulements supraconducteurs, très utilisé pour la réalisation des machines supraconductrices ou bien des transformateurs supraconducteurs.

Supraconducteur	$T_C(K)$
Nb-Ti	9
Nb <sub>3</sub> Sn	18
Nb <sub>3</sub> Al	19
Nb <sub>3</sub> Ga	20
Nb <sub>3</sub> Ge	22

Tableau (I. 1) : Supraconducteurs à Basse Température (SBT) [C. MOON 94].

Supraconducteur	$T_C(K)$
La <sub>1.85</sub> Ba <sub>0.15</sub> Cu O4	35
La <sub>1.85</sub> Sr <sub>0.5</sub> CuO <sub>4</sub>	40
YBa <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>7</sub>	95
Bi <sub>2</sub> Sr <sub>2</sub> CaCu <sub>2</sub> O <sub>8</sub>	85
Bi <sub>2</sub> Sr <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>10</sub>	110
Tl <sub>2</sub> Ba <sub>2</sub> CaCu <sub>2</sub> O <sub>8</sub>	108
Tl <sub>2</sub> Ba <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>2</sub> O <sub>10</sub>	125
HgBa <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>6+δ</sub>	133.5

Tableau (I. 2): Supraconducteurs à Haute Température critique (SHT) [C. MOON 94].

Les supraconducteurs à haute température critique qui sont généralement les supraconducteurs de type II ont une température critique nettement supérieure. Dans ce type de matériau, l'azote liquide (température de 77 K) est utilisé pour le refroidissement de ce type de matériau, ce dernier est caractérisé par un coût très faible par rapport à celui de l'hélium liquide. Le tableau I. 2 donne quelques exemples de ces matériaux ainsi que leur température critique.

### I. 3. 2 Champ magnétique critique $H_c$

La valeur du champ magnétique critique est considérée comme la deuxième grandeur critique des matériaux supraconducteurs. L'état supraconducteur du matériau dépend de la valeur du champ magnétique extérieur appliqué. Dès que la valeur de ce champ dépasse une valeur critique, la supraconductivité disparaît. Ce comportement est lié à la pénétration du champ dans un supraconducteur (Effet Meissner). L'induction magnétique à l'intérieur du matériau est donnée par la relation suivante :

$$\vec{B} = \mu_0 \left( \vec{H} + \vec{M} \right) \quad (\text{I. 1})$$

où :  $\mu_0$  est la réductivité magnétique du vide,

$\vec{H}$  est le champ magnétique à l'intérieur du matériau et  $\vec{M}$  est l'aimantation.

Pour une valeur donnée du champ magnétique appliqué  $H$ , supérieure à la valeur du champ magnétique critique, l'aimantation  $\vec{M}$  chute brutalement à zéro, et le champ magnétique pénètre à l'intérieur du matériau supraconducteur à partir de sa surface extérieure.

La valeur du champ magnétique critique  $H_c$  dépend principalement de la température du milieu extérieur  $T$  et de la température critique  $T_c$ . Plusieurs modèles ont été proposés pour décrire la relation entre le champ magnétique critique et la température, le plus utilisé et le modèle en puissance donné par :

$$\vec{H}_c = \vec{H}_0 \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (\text{I. 2})$$

$H_0$  est la valeur du champ magnétique à la température 0 K. [Grison] [C. MOON 94]

Selon la valeur du champ magnétique critique  $H_c$ , on distingue deux types de matériaux supraconducteurs. Les matériaux supraconducteurs de type I et les matériaux supraconducteurs de type II.

### - Supraconducteur de type I

Les supraconducteurs de type I sont caractérisés par un seul champ magnétique critique [BENKHEIRA 07], noté  $H_c$ . Le champ magnétique pénètre sur une épaisseur appelée Longueur de pénétration de London dans laquelle se développent des supercourants [MAG03].

Le comportement de ce type de supraconducteurs est simple car il n'existe que deux états. L'état normal correspond à une valeur élevée de la résistance du matériau et l'état supraconducteur est caractérisé par une résistance nulle et un diamagnétisme presque parfait. Dans la figure (I. 3), la caractéristique  $B(H)$  d'un supraconducteur du type I est présentée.

Les applications de ce type de matériau sont limitées, cela est dû au coût du refroidissement élevé, d'une part et d'autre part, ces matériaux sont limités en champ magnétique, la valeur du champ d'induction magnétique  $B$  ne dépasse pas la valeur de 0.2 Tesla.

### - Supraconducteur de type II

Ce type de supraconducteurs possède deux champs critiques  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$  [BENKHEIRA 07], la valeur du champ magnétique  $H_{c2}$  est nettement plus grande que la première valeur  $H_{c1}$  [MAG03]. En outre, ceux-ci présentent des valeurs plus élevées de champ, de température et de courant critiques par rapport aux supraconducteurs de type I, ce qui les rend très attractifs pour l'électrotechnique.

Le comportement d'un supraconducteur de type II en présence d'un champ magnétique est décrit sur la figure (I. 4). On distingue trois zones différentes : [Ailam 06]

- Zone 1 : dans cette zone, le matériau est dans un état supraconducteur où l'effet diamagnétique est presque parfait, cet état est défini pour des valeurs du champ magnétique inférieur à  $H_{c1}$  (en général petit).

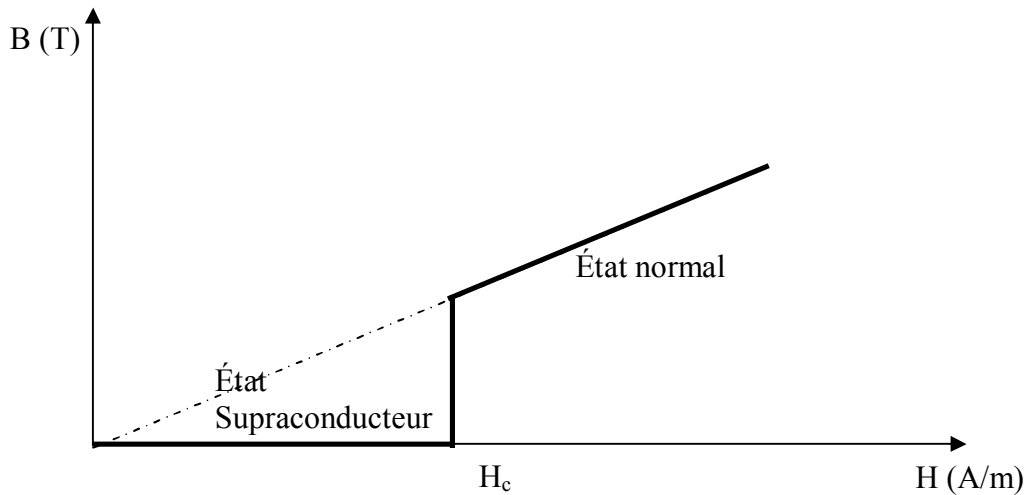


Figure (I. 3) : caractéristique  $B(H)$  d'un supraconducteur de type I

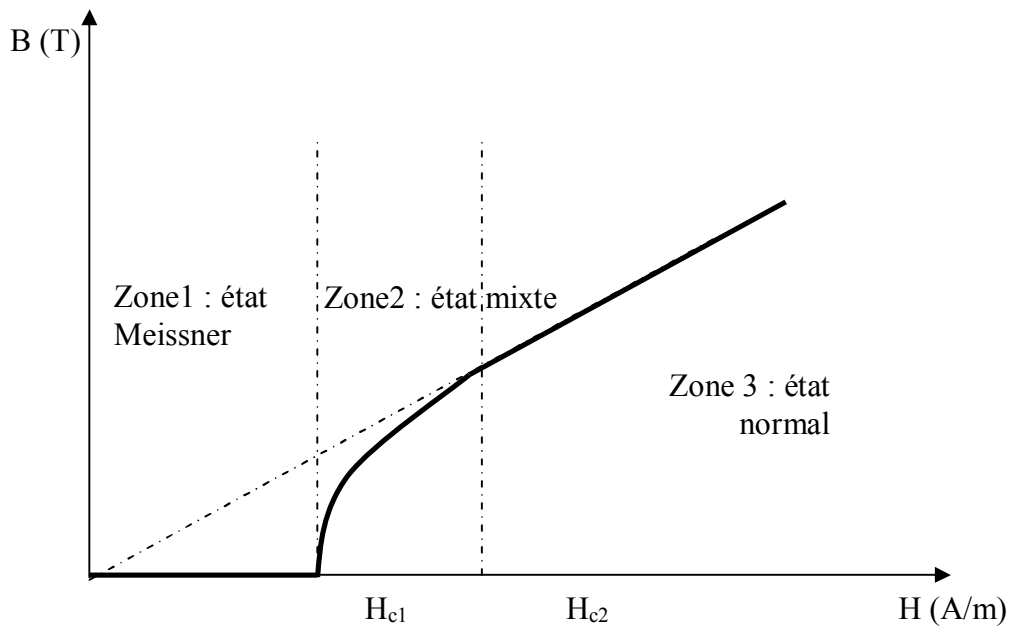


Figure (I. 4): Caractéristique  $B(H)$  d'un supraconducteur de type II

- Zone 2 : le matériau supraconducteur est dans un état mixte où le diamagnétisme est partiel, cet état est défini pour des valeurs du champ magnétique comprises entre  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$ . Entre les deux champs  $H_{c1}$  et  $H_{c2}$ , le champ extérieur pénètre dans le matériau supraconducteur, cette pénétration du champ s'effectue sous la forme de fins tubes microscopiques appelée les vortex.
- Zone 3 : le matériau est dans un état normal avec une forte résistance électrique, pour des valeurs de champ magnétique supérieures à  $H_{c2}$ .

Les supraconducteurs de ce type sont principalement des alliages ou des métaux ayant une forte résistivité à l'état normal et des champs critiques  $H_{c2}$  élevés. Ces deux propriétés leur autorisent des utilisations pratiques, en particulier dans le domaine du génie électrique.

### I. 3. 3 Densité de courant critique $J_c$

Dans un supraconducteur type I, la densité de courant critique est liée au champ magnétique critique  $H_c$  : le courant circulant dans un supraconducteur produit un champ magnétique à la surface du conducteur, le courant critique est simplement le courant pour lequel le champ magnétique produit est égal au champ magnétique critique.

Dans un supraconducteur de type II, la définition d'une densité de courant critique est plus complexe du fait de la pénétration partielle du champ dans le matériau et de la simultanéité de deux phases: normale et supraconductrice. Pour des alliages couramment utilisés comme le NbTi ou le Nb<sub>3</sub>Sn, la densité de courant critique, à champ faible, est supérieure à  $10^5$  A/cm<sup>2</sup>.

Lorsque le courant dépasse une valeur critique, il détruit la supraconductivité. Donc la résistivité passe subitement de la valeur zéro à une valeur non nulle

### I. 3. 4 Diagrammes des phases d'un supraconducteur

Les trois paramètres limitateurs des supraconducteurs ( $T_c$ ,  $H_c$ , et  $J_c$ ) sont liés entre eux. Les lois qui le relient peuvent être représentées, dans un repère 3-D, sous la forme d'une surface (diagramme de phase d'un supraconducteur)(Figure I. 5).

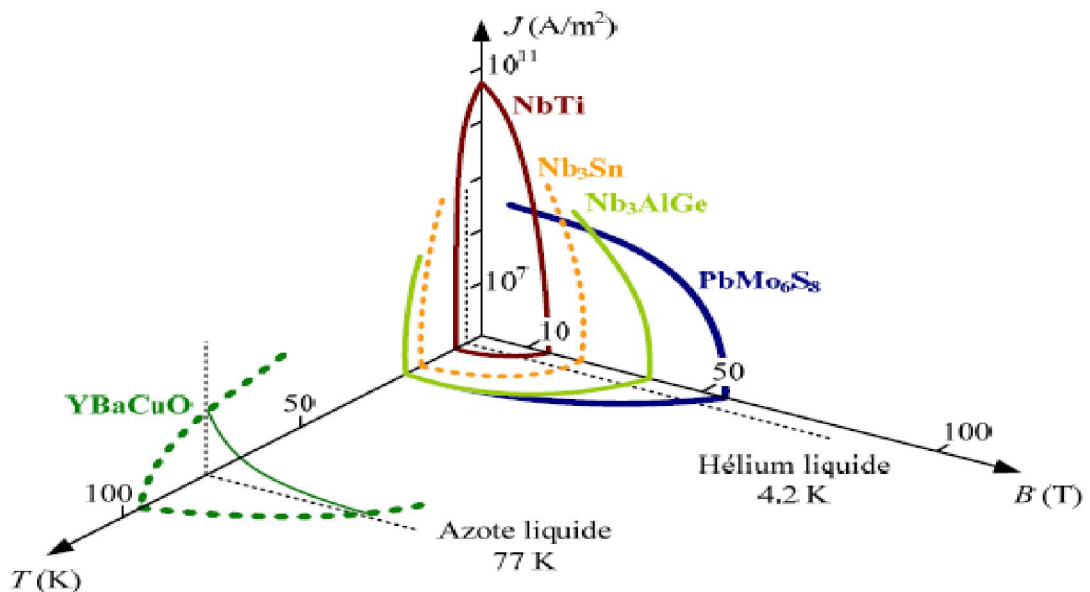


Figure (I. 5) : Diagramme des Phases des matériaux supraconducteurs [Berger 06].



A l'intérieur de la surface le matériau est "supraconducteur", et tout point situé dans ce volume, défini par ses coordonnées 3-D, est un point de fonctionnement possible. Tout point situé à l'extérieur de cette surface représente un comportement "normal".

### I. 4 Théorie de f. et h. London

Avec la mise en évidence de l'effet Meissner, les physiciens se sont trouvés confrontés à deux propriétés des supraconducteurs:

- la chute à zéro de la résistance électrique,
- l'expulsion du champ magnétique  $\mathbf{B}$  qui reste nul dans le matériau supraconducteur.

Et de s'interroger sur la plus fondamentale de ces manifestations.

Jusqu'en 1934, 20 ans après la découverte de Kammerling Onnes, il n'existe pas de description de la supraconductivité et encore moins de théorie microscopique.

C'est avec les équations des frères London qu'apparaissent les premières lois de comportement des électrons dans les supraconducteurs. Des équations qui rendent compte de l'effet Meissner mais n'expliquent en rien la chute à 0 de la résistivité.

Depuis Maxwell les relations entre champ électrique  $\mathbf{E}$ , champ magnétique  $\mathbf{B}$  en présence de densités de charges  $\rho$  et de densités de courant  $\mathbf{j}$  sont bien connues. Les équations de Maxwell, sont inattaquables. Elles s'appuient sur des relations de symétrie et des invariants relativistes incontournables.

A ces équations s'ajoute dans les conducteurs la relation phénoménologique  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$  liant dans un métal la densité de courant au champ électrique qui y règne. Cette équation repose sur une analyse mécanique du mouvement des électrons sous l'effet d'un champ électrique  $\mathbf{E}$  en présence de forces de frottement qui apportent le caractère résistif du phénomène

Face à une résistivité nulle, London et London reconsidèrent le mouvement des électrons sous l'effet d'un champ électrique, mais cette fois en l'absence de frottement; c'est ce qui conduit à la première équation de London.

Avec leur seconde équation, les frères London postulent une nouvelle relation entre la densité de courant et le champ magnétique. Cette relation s'inspire du phénomène d'induction mais prend en compte l'aspect de phase thermodynamique de l'état supraconducteur. Cette équation ne sera justifiée que 20 ans plus tard.

Avec les équations de London apparaît une description phénoménologique rendant compte de l'expulsion du champ magnétique. Leur application montre qu'il existe une zone de transition au voisinage de la surface de l'échantillon dans laquelle le champ magnétique passe de sa

valeur  $\mathbf{B}_0$  à l'extérieur de l'échantillon à une valeur  $\mathbf{B}$  nulle au sein de l'échantillon. Cette épaisseur dite de London et notée  $\lambda_L$  constitue une des longueurs caractéristiques des problèmes de supraconductivité.

Les calculs effectués par F. ET H. LONDON ont conduit au résultat suivants [Bhattacharya 10]:

$$\vec{\Delta B} = \left(\frac{1}{\lambda_L^2}\right)\vec{B} \quad (\text{I. 3})$$

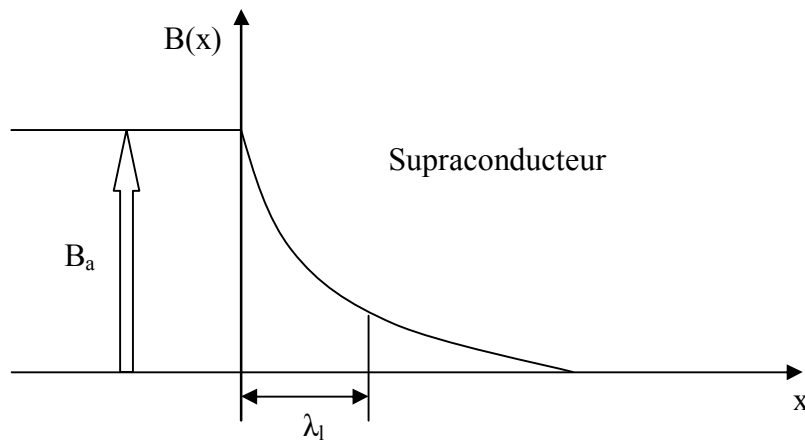


Figure (I. 6) : Pénétration de l'induction magnétique dans un supraconducteur sur une longueur  $\lambda_L$  [Bhattacharya 10].

Où le champ magnétique décroît exponentiellement de l'extérieur, d'une valeur du champ magnétique appliqué est qui vaut  $B_a$ , jusqu'à son annulation [Baixeras 98].

Cette grandeur est définie par :

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 n_s q_s^2}} \quad (\text{I. 4})$$

$m_s$  est la masse des particules.

$n_s$  est la densité volumique des porteurs de charge.

$q_s$  est la charge des particules.

### I. 5 Effet Meissner

Si la chute brutale de la résistivité reste la manifestation la plus spectaculaire de la supraconductivité, le comportement magnétique tout à fait original des supraconducteurs s'avère être la signature la plus profonde du phénomène [Yukikazu Iwasa 2009].

En 1933, le centre de supraconductivité se déplace de Leiden à Berlin. C'est là que Walther Meissner et Robert Ochsenfeld découvrent que lorsqu'un conducteur parfait, sous champ nul à température ambiante, est refroidi en dessous de  $T_c$  puis soumis à un champ magnétique (refroidissement hors champ magnétique), des courants d'écrantage vont être induits pour conserver  $B = 0$  à l'intérieur du matériau comme montré sur la Figure I.7 a.

Si au contraire, le conducteur parfait est soumis à un champ magnétique avant d'être refroidi (refroidissement sous champ magnétique), par la suite, le champ magnétique extérieur est ramené à zéro, dans ce cas, la variation  $dB/dt$  doit être conservée et des courants de piégeage seront induits pour piéger l'induction magnétique à l'intérieur du matériau comme montré dans la Figure I.7 b.

Il en va tout à fait différemment dans le cas d'un supraconducteur :

Dans le premier cas où le champ magnétique est appliqué après refroidissement, le conducteur parfait et le supraconducteur se comporte d'une manière identique car l'induction magnétique est toujours nulle dans le matériau (Figure I.7 a).

Dans le second cas, c'est-à-dire dans le cas de refroidissement sous champ magnétique, l'induction magnétique est expulsée de l'intérieur du supraconducteur ( $B=0$ ) dès qu'il est refroidit en dessous de sa température critique (Figure I.7 c).

Ce comportement est connu sous le nom d'effet Meissner : il s'agit de l'expulsion de toute induction magnétique de l'intérieur du supraconducteur, qu'elle soit là avant que le spécimen soit devenu supraconducteur ou pas. Le diamagnétisme parfait est une propriété intrinsèque d'un supraconducteur, qui n'est cependant valable que si la température et le champ magnétique sont en tout point inférieurs à leur valeur critique  $T < T_c$  ,  $H < H_c$  . [Mason02] [Berger06]

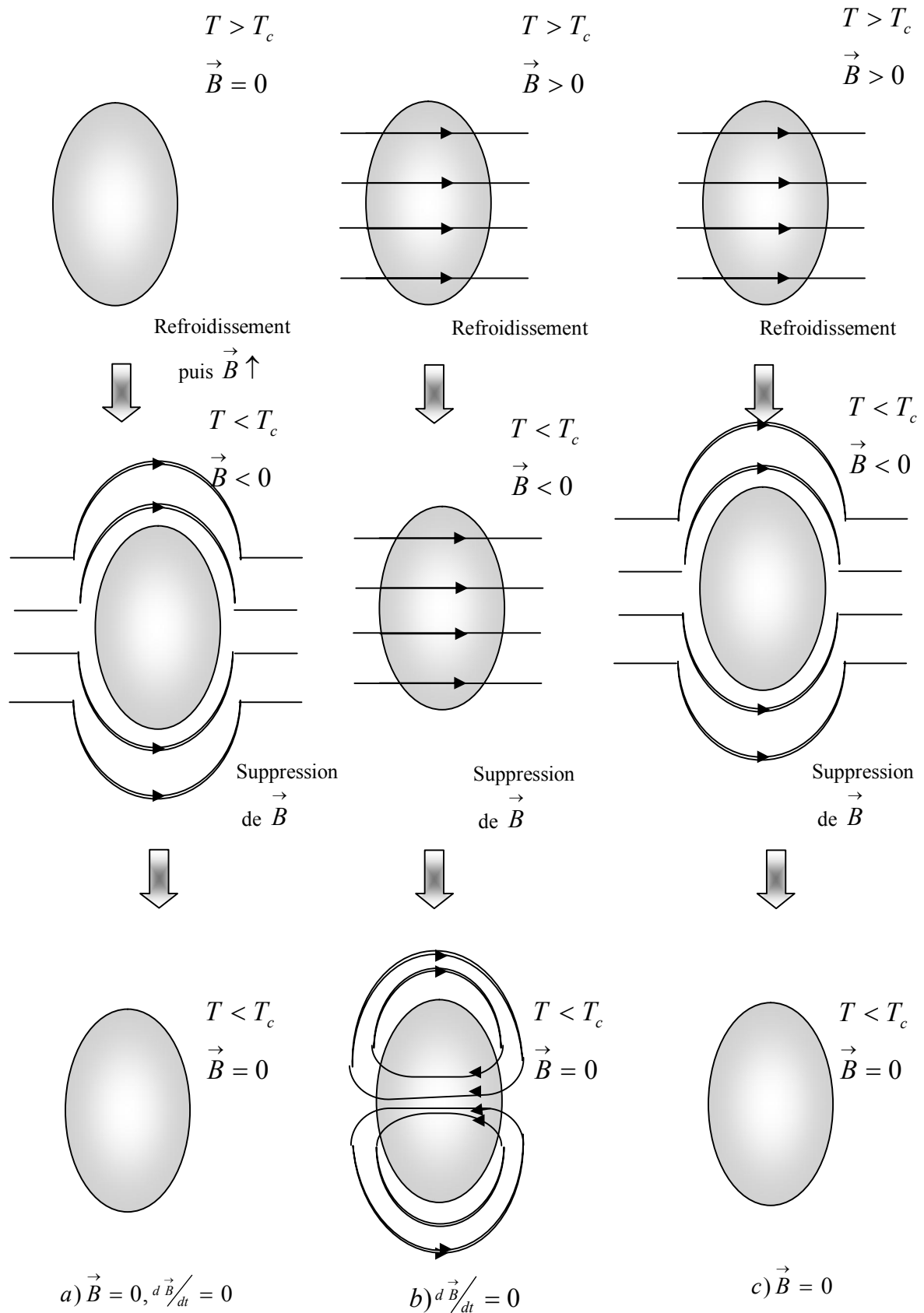


Figure I. 7: Différence entre un conducteur parfait et un supraconducteur : l'effet Meissner [Yukikazu Iwasa 2009].

## I. 6 Passage du courant dans un fil supraconducteur

### I. 6. 1 Répartition du courant dans un fil

Dans un supraconducteur de type I, le courant imposé à un fil se concentrait au voisinage de la surface extérieure dans la zone de London de ce type, avec une densité de courant décroissant exponentiellement à partir de la surface. Par contre, dans le supraconducteur de type II le courant circule dans tout le volume et en particulier à travers la zone de London des vortex. [MAG03]

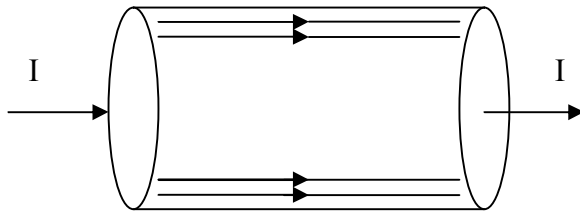


Figure I. 8.a : Passage du courant dans un supraconducteur de type I.

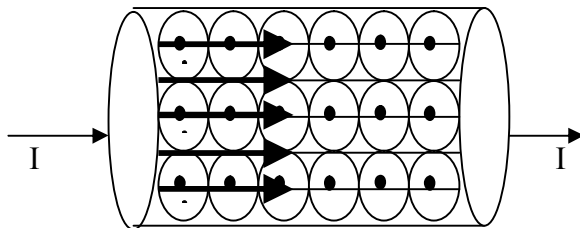


Figure I.8.b : Passage du courant dans un supraconducteur de type II.

### I. 6. 2 Vortex Et Phase De Shubnikov

On appelle vortex un filament de phase normale dans une phase supraconductrice, le centre du vortex appelé aussi le cœur du vortex, est toujours dans l'état normal, ce dernier véhicule le champ magnétique à l'intérieur du matériau, entouré par une région supraconductrice au sein de laquelle circule un super-courant qui confine le champ dans le cœur du vortex. [Kamemi 09].

Les vortex sont apparait sous l'effet d'un champ magnétique appliqué à l'extérieur. Il offre au champ magnétique un canal dans le quel, il peut traverser l'échantillon sans le contourner. Avec l'apparition d'un vortex, le matériau quitte la phase de Meissner (Etat supraconducteur). C'est le début de la phase de Shubnikov (Etat intermédiaire) qui prend son sens avec la multiplication des vortex.

- $H_{c1}$  correspond à l'apparition du premier vortex.
- $H_{c2}$  les vortex ont envahi le matériau qui devient totalement normal.

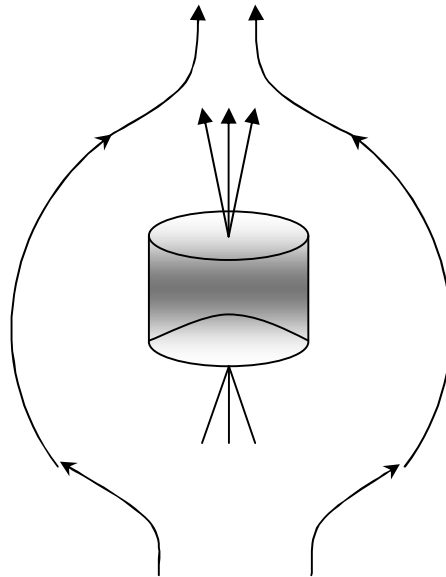


Figure I. 9 : Le champ magnétique traverse le supraconducteur en suivant une ligne de vortex [P. Tixador 03].

### I. 6. 3 Mouvement des vortex dans une plaque supraconductrice parcouru par un courant

La force de Lorentz agissant sur les vortex provient de l'interaction entre le courant extérieur et les courant d'écran des vortex [Ailam 06][MAG 03], et non pas de l'interaction entre un courant (courant extérieur) et un champ magnétique (celui du vortex). La force par unité de longueur agissant sur un vortex en présence d'un courant de transport  $J$  est donnée par :

$$d \vec{F}_L = \vec{J} \wedge \phi_0 \vec{dl} \quad (\text{I. 5})$$

Cette expression a exactement la forme d'une force de Lorentz (force agissant sur un courant en présence d'un champ magnétique), notée généralement par  $F_L$ . Sous l'action de cette force.

En conséquence, comme on peut le voir à la figure (I. 10), les vortex subissent une force perpendiculaire à la densité de courant  $J$ . Cette force conduit les vortex à se déplacer transversalement. Le mouvement des vortex dans les matériaux supraconducteurs est indésirable, cela est dû aux pertes qui peuvent être engendrés par ce mouvement.

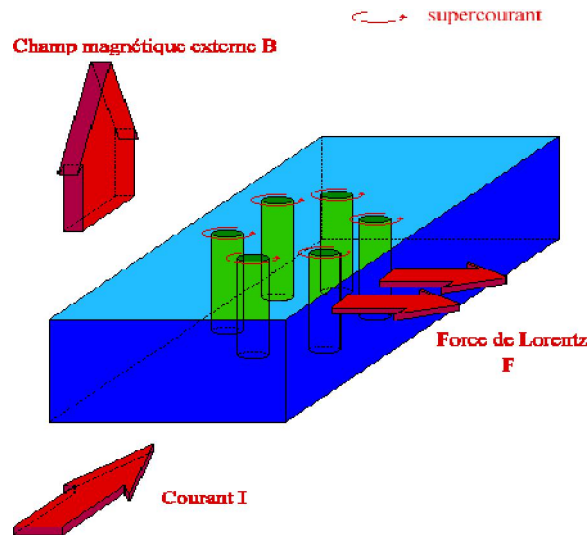


Figure I. 10 : Force exercées sur les vortex d'une plaque Supraconductrice de type II.

[BENKHEIRA 07]

## I. 7 Modèles de supraconducteurs

### I. 7. 1 Modèle de Bean

Plusieurs modèles existent pour décrire la relation entre la densité de courant et le champ électrique dans les supraconducteurs. Le plus connu est certainement le modèle de Bean, appelé aussi le modèle d'état critique [Masson 02]. C'est au début des années 60 que C. Bean introduit ce nouveau modèle basé sur l'existence d'une densité de courant macroscopique limite, notée  $J_c$  et indépendante du champ magnétique, que le supraconducteur peut transporter.

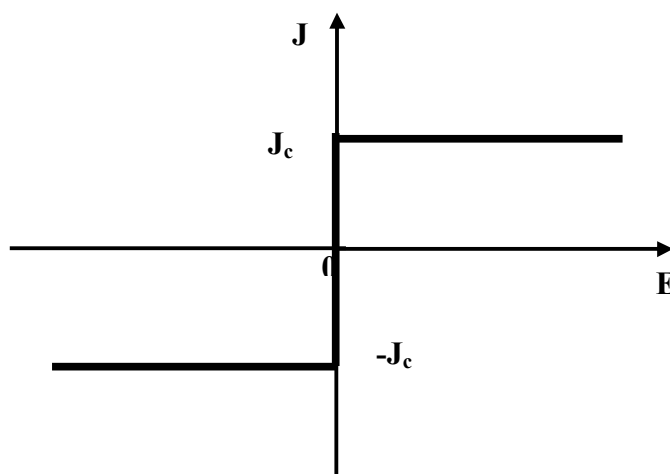


Figure I. 11 : Modèle de Bean

Dans le modèle de Bean, il existe seulement deux états possibles dans le supraconducteur : un état normal où la densité de courant est nulle pour les régions où le champ magnétique ne varie pas, et une densité de courant  $\pm J_c$  dans les régions qui s'opposent aux variations du champ magnétique.

Le modèle de Bean connaît un grand succès auprès des supraconducteurs à basse température et l'on y fait souvent référence dans la littérature.

### I. 7. 2 Modèle de Flux Flow et Flux Creep

Nous pouvons définir deux modes de fonctionnement pour le supraconducteur, selon la valeur de la densité de courant critique  $J_c$  :

- Si  $|J| \leq J_c$ , le réseau de vortex est ancré, néanmoins, des vortex passent d'un site d'ancrage à un autre sous l'action de l'agitation thermique. Ce phénomène dissipatif est appelé régime de « flux Creep » [Zheng 05].

$$E = 2\rho_c J_c \sinh\left(\frac{U_0 J}{k\theta J_c}\right) \exp\left(-\frac{U_0}{k\theta}\right) \quad (\text{I. 6})$$

$k$  : Constant de Boltzmann.

$\theta$  : Température.

$\rho_c$  : Résistivité de Flux Creep.

$U_0$  : Potentiel de profondeur.

- Si  $|J| > J_c$ , le réseau de vortex se déplace et génère des pertes faisant apparaître une résistance électrique dans le matériau supraconducteur. Ce phénomène est appelé régime de « flux flow ».

$$E = \pm(E_c + \rho_f J_c \left(\frac{|J|}{J_c} - 1\right)) \quad (\text{I. 7})$$

$\rho_f$  : Résistivité de Flux Flow

La densité de courant critique peut alors être définie comme étant la limite entre le régime de flux creep et le régime de flux flow. Cette limite étant très floue, la densité critique de courant est souvent déterminée par la valeur d'un champ électrique critique  $E_c$ .



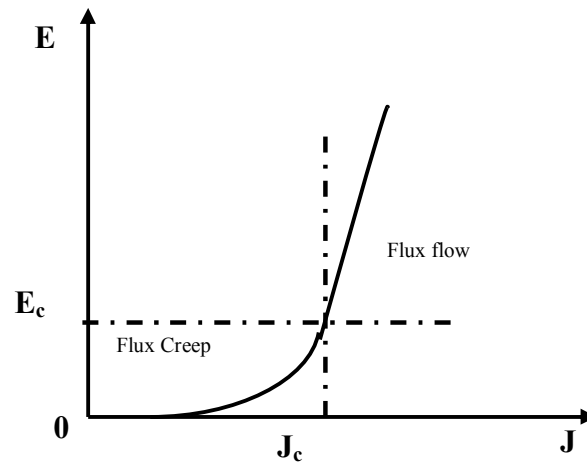


Figure I. 12 : modèle de Flux Flow et Creep [Hoang 10] .

### I. 7. 3 Modèle de la loi en puissance E – J

La relation qui lie la densité de courant et le champ électrique est souvent écrite sous la forme de la loi d'Ohm, c'est-à-dire  $E = \rho J$ , où  $\rho$  est la résistivité du matériau. Le principal problème dans la modélisation des SHT est la définition de la résistivité, qui n'est pas constante et engendre une loi d'Ohm non linéaire.

Le modèle de Bean et toutes ses variantes ne correspondent pas parfaitement aux caractéristiques expérimentales  $E(J)$  des matériaux SHT, qui sont mieux décrites par des relations du type loi en puissance.

Dans ce modèle de loi en puissance, le champ électrique  $E$  est proportionnel à la densité de courant  $J$  élevée à la puissance  $n$  de la façon suivante [Ma 09]

$$E = E_c \left( \frac{|J|}{J_c} \right)^n \frac{J}{|J|} \quad (\text{I. 8})$$

$n$  : Raideur de transition (varie entre  $n = 1$  et  $n \rightarrow \infty$ ).

Il faut rappeler que dans le cas des applications du génie électrique, les matériaux supraconducteurs utilisés sont caractérisés par des densités de courant critique  $J_c$  élevées, alors il s'agit du régime flux creep. Dans ce cas, on a tendance à utiliser ce modèle qui décrit bien ce régime, d'ailleurs c'est la confrontation de ce modèle avec des relevés expérimentaux de la caractéristique  $E$ - $J$  des SHTC qui a confirmé l'exactitude de ce modèle. De plus, ce modèle peut prendre en compte l'effet thermique sur le comportement magnétique des SHTC

par la dépendance en température de diverses grandeurs caractéristiques du SHTC, tels que, la densité de courant critique  $J_c$  et l'exposant en puissance  $n$ .

### I.7. 4. Dépendance en température de $j_c$ et $n$

Le modèle en loi de puissance cité précédemment caractérise l'évolution du champ électrique en fonction de la densité de courant tant que le matériau est dans un état peu dissipatif (état intermédiaire). Dans cet état, le supraconducteur peut engendrer des échauffements thermiques non négligeables et une dégradation de ces performances. Par conséquent, il est important d'introduire un modèle décrivant la dépendance expérimentale de  $J_c$  et  $n$  avec la température.

Pour décrire cette dépendance, plusieurs modèles ont été proposés. Le modèle le plus classique est le modèle issu de la théorie de Ginsburg-landau, dans ce modèle, la densité de courant critique est décrite comme étant proportionnelle à  $(1-T/T_c)^{3/2}$ . Ce modèle a été utilisé dans certains travaux de modélisation (par exemple [Kasal 07]).

D'autres auteurs parviennent à décrire cette dépendance de façon à adapter au mieux la fonction  $J_c(T)$  aux données expérimentales. Par exemple, Yamashita et Gunther [Gunther 92], trouvent que la courbe expérimentale qui décrit l'évolution du courant critique en fonction de la température d'un supraconducteur YBaCuO au voisinage de  $T_c$  se superpose avec une courbe représentative de la fonction  $(1-T/T_c)^2$ .

Concernant le modèle utilisé dans notre travail, nous avons choisi l'expression générale suivante (II.15) pour modéliser la dépendance en température de la densité de courant critique  $J_c$ , cette expression est très répandue dans la littérature, en particulier, dans les travaux de modélisation des matériaux SHTC [Braeck 02], [He 04], [Berger 06] :

$$J_c(T) = J_{cT_0} \frac{\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\alpha}{1 - \frac{T_0}{T_c}} \quad \text{pour } T_0 \leq T \leq T_c \quad (\text{I. 9})$$

où  $\alpha$  est un paramètre permettant d'adapter la fonction aux données expérimentales,  $T_c$  est la température critique du SHTC,  $T_0$  est la température de l'enceinte cryogénique et  $J_{cT_0}$  est la valeur de la densité de courant critique obtenue pour  $T = T_0$ .

La dépendance en température de  $n$  a été donnée précédemment, elle s'écrit :

$$n(T) = \frac{U_0}{k_b T} \quad (\text{I. 10})$$

### I.7. 5. Dépendance en champ magnétique de $j_c$

Dans les matériaux SHTC, la diminution de  $J_c$  avec  $B$  est significative même pour des valeurs modérées de champ magnétique. Pour prendre en compte cette effet dans notre étude, c'est-à-dire, décrire la dépendance de  $J_c$  en champ magnétique  $B$ , nous avons fait appel au modèle proposé par Kim [Kim 62] :

$$J_c(B) = \frac{J_{cB0}}{\left(1 + \frac{|B|}{B_0}\right)} \quad (\text{I.11})$$

où  $B$  est le module de l'induction magnétique,  $B_0$  est une constante et  $J_{cB0}$  est la densité de courant critique sous champ nul. Ce modèle basé sur des données expérimentales, fut interprété par P. Anderson en terme de régime TAFC [Anderson 62], de sorte qu'on le connaît sous l'appellation du modèle de Kim-Anderson. Ce modèle est très utilisé pour décrire la dépendance en champ magnétique  $B$  du courant critique  $J_c$  [Fou 00], [Ruiz 04].

## I.8 Applications des supraconducteurs en électrotechnique

L'intérêt technologique des supraconducteurs est indéniable.

En effet, les systèmes classiques actuels qui remplissent parfaitement leurs fonctions ont plusieurs limites :

- Leurs conducteurs chauffent : phénomène incontournable dû aux pertes par effet Joule.
- L'induction magnétique créée par leurs circuits est limitée à 2 Teslas.

De plus, les circuits magnétiques classiques sont contraignants au vu de leurs encombrements et du poids.

- Le couple, directement lié au courant et grandeur physique importante se trouve lui aussi limité dans les machines électriques classiques. Et, les pertes par effet Joule limitent fortement l'intensité du courant.

Nous voyons donc tout de suite l'intérêt de l'utilisation de machines supraconductrices et les enjeux qu'elles représentent pour contrecarrer ces obstacles.

Bien que l'industrie électrique ne soit pas encore totalement prête à opter pour la technologie des supraconducteurs (cela constitue pour elle un grand changement), plusieurs applications ont vu le jour.

On note toutefois que les supraconducteurs se rencontrent surtout dans les domaines où les contraintes économiques sont peu importantes, comme la recherche ou le développement car

les besoins en réfrigération pénalisent les petites industries. Bien que l'utilisation des supraconducteurs soit limitée par la basse température qu'ils nécessitent, il n'en reste pas moins que les scientifiques leur ont trouvé des applications très diversifiées que ce soit dans les domaines de l'environnement, de la médecine, de l'ingénierie, de l'électronique.

On distingue trois catégories d'applications des supraconducteurs en électrotechnique suivant la valeur utile de l'induction magnétique générée par le supraconducteur [Ailam06]:

- Très forts champs magnétiques : Cette catégorie concerne les bobines de champs, les systèmes de stockage d'énergie.
- Forts champs magnétiques : Cette catégorie concerne les moteurs, les alternateurs, les transformateurs, les systèmes de stockage de l'énergie.
- Faible champ magnétique : Cette catégorie concerne les lignes du transport d'électricité, les transformateurs, les limiteurs de courant.

### **I. 8. 1. Les transformateurs**

L'une des applications des supraconducteurs en électrotechnique concerne les transformateurs. Pour cette application les pertes en régime alternatif des supraconducteurs restent un inconvénient majeur.

Les études effectuées ont montré des performances remarquables de ce type de transformateurs. En effet, par rapport à un transformateur conventionnel, les pertes peuvent diminuer de 30%, le volume de 50% et le poids de 70% [Duine 01].

### **I.8. 2. Les limiteurs du courant**

Le fonctionnement des limiteurs supraconducteurs est basé sur la transition de l'état supraconducteur vers l'état normal de ces matériaux. Cette transition en un temps très bref fait des supraconducteurs de bons limiteurs [duron 06][Tixador 08].

En présence d'un court-circuit dans le réseau électrique, le courant augmente rapidement et dépasse le courant critique du supraconducteur. Ce dernier en transitant à l'état normal voit sa résistance augmenter ce qui entraîne une limitation du courant de court-circuit. La puissance dissipée dans le matériau supraconducteur juste après la transition est considérable et peut entraîner la destruction du dispositif. L'avantage des limiteurs supraconducteurs par rapport aux dispositifs conventionnels de protection est leur temps de réponse rapide et la possibilité d'être utilisés pour des niveaux de tensions très élevées.

### I. 8. 3. Les systèmes de stockage de l'énergie

L'énergie est stockée sous forme magnétique dans une bobine supraconductrice. Cette énergie est le résultat de la circulation du courant dans la bobine, pratiquement sans diminution dans le temps. Les avantages de tels systèmes sont surtout le rendement très élevé en comparaison avec les systèmes conventionnels de stockage d'énergie et la rapidité à restituer de l'énergie. En effet, le rendement d'un système supraconducteur de stockage d'énergie peut atteindre 97% alors que ce rendement ne dépasse pas 70% pour un système de barrage à pompe.

Avec tous ces avantages. L'un des problèmes rencontrés dans ce type d'installations est dû aux forces très élevées que subit le bobinage.

Les systèmes utilisés pour stocker de l'énergie peuvent être sous forme de solénoïdes, de tores ou de structures intermédiaires entre les deux (bobines à système de forces équilibrées). L'utilisation de ce dernier type de bobines peut réduire jusqu'à 4 fois les dimensions de la bobine par rapport à un tore et à 2 fois par rapport à un solénoïde pour la même valeur d'énergie stockée.

### I. 8. 4. Les lignes de transport

Les câbles supraconducteurs de transport intéressent de plus en plus les chercheurs et les industriels, avec ce type de lignes, on peut augmenter la puissance transmise avec des niveaux de tensions faibles par rapport à ceux permis par les lignes conventionnelles. Le paramètre le plus compliqué à réaliser dans ce type de lignes est l'isolation diélectrique. Cette isolation, qui est un paramètre important en haute tension, devient difficile à réaliser en milieu cryogénique. Au Japon, la compagnie Furukawa Electric a installé en mars 2004 un câble, refroidi à l'azote, de 500 m de longueur, de 77 kV et 1 kA dans le réseau électrique pour le tester pendant une année.

La plupart des études effectuées sur les câbles supraconducteurs de transport concernent des tensions alternatives, qui entraînent des pertes dans le supraconducteur.

Pour transport en continu et alternatif, les performances par rapport aux câbles conventionnels sont meilleures. Les pertes peuvent être réduites de moitié en utilisant un câble de transport supraconducteur pour la même puissance transitée.

En Chine, un programme ambitieux concerne l'introduction de lignes supraconductrices pour le réseau de transport Est-Ouest. Actuellement, une ligne en supraconducteur à haute température critique de 33,5 m de longueur, de 35 kV et 2 kA fonctionne déjà. [Ailam 06]

### I. 8. 5. Les aimants permanents supraconducteurs

Un supraconducteur massif peut aussi être utilisé comme aimant permanent. En refroidissant à champ nul un supraconducteur à haute température critique, puis en l'exposant à une variation rapide du champ magnétique, il va piéger le champ magnétique [Baixeras 98]. Le champ piégé dans le supraconducteur est lié à des courants induits par la loi de Lenz. Ces courants se développent comme dans un métal normal, à partir de la surface extérieure, mais contrairement aux matériaux résistifs, ils ne s'amortissent pas puisque la résistivité est nulle. Lorsque le champ extérieur diminue, la répartition des courants change pour s'opposer à cette nouvelle variation et tend à piéger l'induction.

### I. 8. 6. Les machines électriques

Cette utilisation des supraconducteurs peut se faire de deux manières :

1. la première manière consiste à utiliser les SHT pour le bobinage du rotor. Dans ce cas les fils supraconducteurs seront parcouru par un courant continu et soumis à un champ magnétique de deux composantes : une composante principale continue et une petite composante variable qui résulte de la réaction magnétique d'induit. Les pertes dans les fils supraconducteurs sont très faibles, ce qui conduit à des pertes inférieures à celles des alternateurs classiques [Mason 02] [Mason 07].

2. la deuxième manière consiste à utiliser les SHT pour le bobinage de l'induit et de l'inducteur en même temps. Dans ce cas, il faut tenir compte du fait que les courants circulant dans l'induit sont des courants alternatifs et donc l'utilisation de câbles spécialement conçus pour le fonctionnement en courant alternatif s'impose, ces câbles présentent des pertes inférieurs à celles des enroulements classiques. Les pertes pour ce type d'alternateurs sont encore moins importantes que celles des alternateurs classiques.

L'enceinte cryogénique dans le deuxième cas est plus importante que dans le premier cas (le refroidissement de l'induit et de l'inducteur), la détermination des quelles des deux est économiquement meilleurs est une question qui n'est pas encore tranchée.

En rappel que dans les machines à réluctance variable, les pastilles supraconductrices peuvent être insérées entre les pôles afin d'augmenter le nombre de lignes de champ par effet d'écrantage du champ créé par ces pastilles refroidis hors champ magnétique.

### I. 8. 7 Les trains à lévitation magnétique

Imaginons un train qui glisse quelques centimètres au dessus de la voie à plus de 500 km/h. Cela existe !

Deux méthodes sont possibles : la lévitation magnétique de type électromagnétique ou celle de type électrodynamique. La première ne fait pas appel à la supraconductivité, contrairement à la seconde. Cette dernière est basée sur la répulsion entre les éléments embarqués sur le train et des plaques conductrices (ou des bobines court-circuitées) situées sur la voie. L'avantage des bobines est de réduire la puissance dissipée [MOO 04].

L'entrefer (distance sol-train) peut être de 10 cm si les aimants du train sont suffisamment puissants. Il faut faire appel à la supraconductivité.

Ces trains à lévitation présentent plusieurs avantages : outre le fait qu'ils circulent à de très hautes vitesses (ce qui raccourcit la durée des trajets), ils n'usent pas les voies (car il n'y a pas de contact direct). Les contraintes des trains sur rails (contact pantographe-caténaire, adhérence, freinage, signalisation) n'autorisent pas aujourd'hui des vitesses commerciales au-delà de 350 km/h. Les trains à lévitation semblent donc prometteurs.

Le seul train à lévitation magnétique commercial à ce jour se trouve à Shanghai, en Chine.

Malgré tous les avantages cités plus haut, le train à lévitation magnétique reste difficile à mettre en place du fait des moyens qu'il faut déployer et notamment le système de refroidissement des aimants ainsi que l'alimentation électrique. C'est pourquoi la découverte de nouveaux supraconducteurs à des  $T_c$  plus élevées permettrait à ces recherches d'avancer et ainsi trouver un usage commercial à ce nouveau type de transports.

## Chapitre II.

# FORMULATION MATHÉMATIQUE EN ELECTROMAGNETISME

II.1.	Introduction	33
II.2.	Les modèles considérés.	34
II.2.1.	Equations de maxwell	34
II.2.2.	Formulation en potentiels A-V	37
II.2.3.	Problème thermique	40
II.2.4.	modélisations des Aimant permanent	41



*Les phénomènes électromagnétiques que l'on étudie au sein des dispositifs de lévitation ou guidage sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques des matériaux. Ces équations sont de vieux concepts de la physique. Dans ce chapitre, nous allons exposer les modèles mathématique qui caractérise l'évolution spatiaux-temporelle du champ d'interaction électromagnétique dans les matériaux supraconducteurs et aimants permanents, et par conséquence la force magnétique résultant entre eux. les diverses méthodes numériques utilisées pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles, caractéristiques des phénomènes physiques à traiter sont présentées. En particulier, la méthode des volumes finis adoptée comme méthode de discrétisation des équations aux dérivées partielles.*

### II.1. Introduction

La supraconductrice haute température critique (SHTC), qui sont souvent des supraconducteurs type II, ont des propriétés fondamentales très intéressantes. Leur utilisation dans le domaine du génie électrique ne cesse d'augmenter. L'optimisation des ces dispositifs nécessite de connaître leurs comportement électromagnétique et thermique. On s'intéresse alors au développement, d'un modèle macroscopique qui permet d'obtenir les grandeurs locales comme la répartition des champs magnétiques ou la répartition des champs thermiques, ainsi que les grandeurs globales tels que les pertes ou les forces magnétiques. Le calcul numérique nous permettrait d'étudier dans un premier temps la faisabilité du dispositif. Le calcul des pertes, est un élément important. Même c'est si pertes sont relativement faibles, il convient de les évaluer avec précision. En effet, les pertes doivent être extraites du supraconducteur. Ce dernier ne fonctionnant qu'à très basses températures, l'extraction est très couteuse sur le plan énergétique. De plus, si les pertes sont mal évacuées, elles conduisent à des augmentations de température au sein de la matière. Ces échauffements locaux peuvent conduire à la disparition des phénomènes de la supraconductivité. Il convient donc d'évaluer ces pertes, et par conséquent la température, si l'on veut s'assurer du maintien de la température en dessous de la température critique  $T_c$ . D'autre part, si on veut calculer les grandeurs magnétiques avec précision, il est important d'évaluer la température au sein du matériau vu la dépendance en température des divers paramètres, magnétiques et thermiques, caractéristiques au matériau supraconducteur de type II, tels que, la densité de courant critique  $J_c$ , la conductivité électrique apparente du matériau supraconducteur  $\sigma$  et la chaleur spécifique  $C_p$  du matériau.

A titre d'exemple, dans le domaine de paliers magnétiques supraconducteurs, une modélisation des dispositifs supraconducteurs nous permet de déterminer des géométries adaptées pour, par exemple, optimiser une force qui est un paramètre très important pour connaître la portance du dispositif. Dans ce cas, il est nécessaire aussi de prendre en compte l'effet thermique sur le comportement magnétique des matériaux supraconducteurs car l'effet thermique ne peut être négligé dans l'étude de la dynamique d'un système en lévitation magnétique [Alloui 09<sup>a</sup>].

Il est nécessaire alors de présenter un modèle qui permet de décrire les phénomènes, magnétiques et thermiques couplés, dans les matériaux supraconducteurs de type II. Un problème type de modélisation peut être schématisé par un système (Figure II.1) composé de l'air, de matériau magnétique, d'un matériau supraconducteur de type II non linéaire et de source de champ. La non-linéarité du matériau supraconducteur sera représentée par la conductivité électrique apparente  $\sigma$  du matériau supraconducteur.

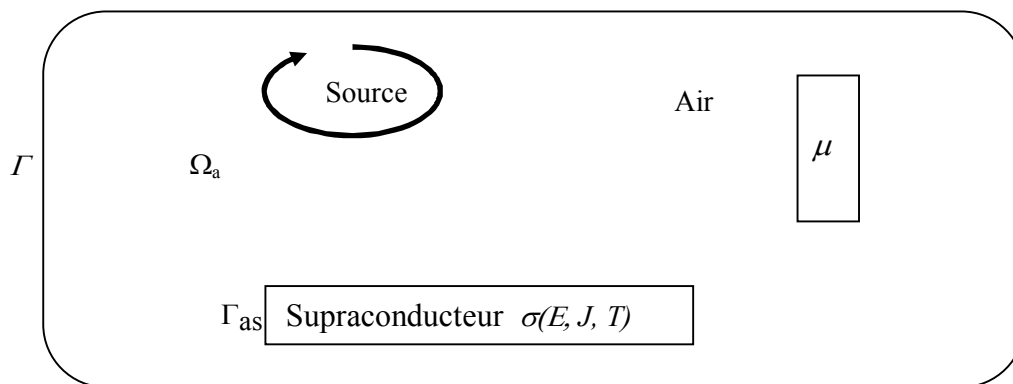


Figure. II.1. Problème type à SHTC

## II.2. Le modèle considéré

### II.2.1. Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell sont l'expression la plus générale des lois de l'électromagnétisme classique et peuvent, à ce titre, être considérées comme les postulats de base de cette théorie. Elles ont été établies par J.C. Maxwell au siècle dernier (1876). Leur non-invariance dans une transformation entre deux référentiels galiléens est à l'origine de la transformation de Lorentz-Poincaré, établie en 1903 par le physicien néerlandais H. Lorentz et le mathématicien et le physicien français H. Poincaré. Cette nouvelle transformation, qui laisse invariante la vitesse de la lumière dans le vide, conformément aux observations expérimentales, est à l'origine de la théorie de la relativité restreinte proposée par A. Einstein en 1905 (cf. Relativité).

Le couplage entre les phénomènes électriques et magnétiques, qui apparaît dans les équations de Maxwell, permet d'expliquer la propagation des ondes électromagnétiques. Cependant, dans le cas des régimes lentement variables, la propagation peut être négligée. Dans ce contexte, nous nous proposons de préciser la validité de l'approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS), laquelle est capitale dans l'étude des circuits électriques en régime lentement variable.

Ces équations sont décrites par un ensemble de quatre équations qu'à basse fréquence peuvent s'écrire :

1/ les deux équations structurelles du champ électromagnétique, l'équation de Maxwell Faraday et l'équation locale de conservation du flux du champ magnétique :

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 1})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{II. 2})$$

Elles relient d'une part les contributions électrique  $\mathbf{E}$  et magnétique  $\mathbf{B}$  du champ électromagnétique et d'autre part elles expriment la loi d'induction électromagnétique avec la conservation du flux de  $\mathbf{B}$ .

2/ L'équation qui traduit le théorème de Gauss se généralise au cas des régimes variables car le flux du champ électrique à travers une surface fermée quelconque ne dépend pas de l'état du mouvement des charges. On admet sa validité générale :

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{II. 3})$$

C'est l'équation de Maxwell-Gauss.

3/ Équation de Maxwell-Ampère

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{II. 4})$$

Cette équation montre que le terme  $d(\epsilon\mathbf{E})/dt$ , homogène à un courant volumique constitue, au même titre que  $\mathbf{J}$ , une source de champ magnétique ; Maxwell l'a appelé le « courant de déplacement » car  $\epsilon\mathbf{E}$  était autrefois appelé le vecteur déplacement.

avec :

$\mathbf{H}$  : Champ magnétique (A/m)

$\mathbf{B}$  : Induction magnétique (T)

$\mathbf{E}$  : Champ électrique (V/m)

$\mathbf{J}_c$  : Densité de courant de conduction ( $\text{A/m}^2$ )

$\mathbf{D}$  : Induction électrique ( $\text{C/m}^2$ )

Pour le cas des basses fréquences, ce terme peut être négligé. Avec cette hypothèse, l'équation de conservation est déduite par :

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_c = 0 \quad (\text{II. 5})$$

Dans les équations (II.2) et (II.5), le terme source  $\mathbf{J}_c$  qui représente la densité de courant de conduction ( $\text{A/m}^2$ ), inclut deux parties essentielles, la partie source (ou inducteur)  $\mathbf{J}_s$  qui est due, par exemple, à la présence d'un aimant permanent dans le cas de la lévitation magnétique, ou d'un enroulement inducteur dans le cas de l'aimantation des pastilles supraconductrices, et la partie induite  $\mathbf{J}$  qui est due dans notre étude à la présence du matériau SHTC, ainsi on peut décomposer la densité de courant  $\mathbf{J}_c$  en deux termes sous la forme :

$$\mathbf{J}_c = \mathbf{J}_s + \mathbf{J} \quad (\text{II. 6})$$

Afin de calculer l'évolution des champs électriques et magnétiques, les lois constitutives et qui sont caractéristiques des milieux considérés doivent être ajoutées, ces relations sont données par :

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{II. 7})$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{II. 8})$$

Les coefficients  $\mu$  et  $\sigma$  sont respectivement, la perméabilité magnétique et la conductivité électrique. Dans un problème de modélisation, ces coefficients doivent être définis dans les différentes zones du domaine considéré (Fig.II.1). Dans l'air, par exemple, ces coefficients valent respectivement  $(\mu_0, 0)$ . Souvent, dans les matériaux linéaires, ces coefficients sont des scalaires constants. Ils dépendent dans des cas particuliers de l'intensité des champs appliqués. Dans le cas de notre travail, vu la présence du matériau supraconducteur, le problème devient fortement non-linéaire, cette non-linéarité est due au caractère des propriétés électrique et thermique du matériau SHTC, essentiellement à la conductivité électrique apparente  $\sigma$  définie par le rapport entre la densité de courant  $\mathbf{J}$  et le champ électriques  $\mathbf{E}$  [Yoshida 94], [Zheng 05] et [Enomoto 05]. Plusieurs modèles ont été proposés pour décrire la relation  $\mathbf{E}$ - $\mathbf{J}$  des matériaux SHTC, nous reviendrons sur ce point dans le paragraphe suivant.

Concernant la valeur de la perméabilité magnétique du SHTC, elle dépend de l'état du matériau. Dans le cas où le matériau se retrouve dans un état dit supraconducteur, caractérisé par la faible valeur du champ critique  $H_{c1}$  (les valeurs des inductions magnétique critique  $B_{c1}$  et  $B_{c2}$ , pour le YBCO, sont respectivement  $25 \text{ mT}$  et  $150 \text{ T}$  à  $77 \text{ K}$  [Buzon 02]), Dans ce cas, la valeur de la perméabilité magnétique  $\mu$  doit traduire l'effet diamagnétique parfait du

matériau SHTC, elle est prise inférieur à celle de l'air (généralement de l'ordre de  $4\pi 10^{-10}$  [Hiebel 92]). Mais dans les applications du génie électrique, telle que la lévitation magnétique, le matériau SHTC est dans un état intermédiaire (le champ magnétique appliqué à la surface du matériau est supérieur au champ critique  $H_{c1}$ ). Dans cet état, le matériau SHTC est caractérisé par une pénétration partielle du champ magnétique à travers les vortex (état intermédiaire), généralement pour modéliser ce comportement du matériau, la valeur de la perméabilité  $\mu$  est prise égale à celle du vide  $\mu_0$ , c'est-à-dire une perméabilité magnétique relative égale à l'unité [Alonso 04]

### II.2.2. Formulation en potentiels $A$ - $V$

Pour résoudre les équations de Maxwell dans le domaine simulé, présenté dans la figure II.1, et calculer les variables électromagnétiques souhaitées, plusieurs formulations ont été développées. Les principales formulations rencontrées sont : la formulation électrique en  $E$ ,  $A$ ,  $A$ - $V$  et la formulation magnétique en  $T$ - $\Phi$ . Dans le cas des problèmes bidimensionnels, on trouve principalement les formulations électriques. La formulation en  $A$  est la formulation la plus classique et la plus utilisée en électromagnétisme en présence des supraconducteurs. Elle présente l'avantage, par rapport aux autres formulations, de pouvoir être couplé facilement avec les équations de circuit dans le calcul des pertes des conducteurs supraconducteurs massifs [Vinot 02], les deux formulations  $A$  et  $E$  présentent, l'avantage d'avoir en 2D une seule composante dans chaque nœud du maillage ce qui amène à réduire considérablement le temps de calcul et les tailles des matrices à résoudre, ces deux formulations sont les plus utilisées dans la modélisation bidimensionnelle des matériaux SHTC [Ruiz 04], [Sykulski 97], [Zheng 06], [Maslough 98].

La formulation en  $T$ - $\Phi$  qui s'écrit de façon quasi identique en 2D et en 3D, présente l'avantages [Klutsch 03], d'assurer la convergence du processus itératif y compris pour des grandes valeurs de  $n$  (par exemple  $n = 500$ ,  $n$  est le terme en puissance de la loi  $E$ - $J$ ). Elle conduit à un nombre d'itérations plus faible par rapport à la formulation en  $A$  ou en  $E$ , cela a été justifié par le fait que cette formulation utilise la loi  $J(E)$  au lieu de la loi  $E(J)$ . Cependant, cette formulation présente l'inconvénient d'occuper une grande place de mémoire vu les tailles des matrices à résoudre et par conséquent un temps de calcul plus important (trois variables à déterminer dans chaque nœud du maillage). Cette formulation n'est pas très utilisée dans la modélisation bidimensionnelle.

Dans ce travail de thèse, nous avons fait appel à la formulation la plus générale, c'est-à-dire à la formulation  $\mathbf{A}$ - $V$ , utilisée aussi par plusieurs auteurs, comme par exemple, [Fujioka 96], [Alonso 04] et plus récemment par Bird [Bird 08]. Certains reportent l'inconvénient de cette formulation dans le cas 3D, par le nombre élevé des inconnues (quatre variables d'état dans  $\mathbf{A}$ - $V$  au lieu de trois variables dans  $\mathbf{T}$ - $\Phi$ ). A nos jours, avec les progrès des calculateurs (vitesse, mémoires ...) ce problème n'est plus crucial. Un autre problème qui a été posé pour cette formulation, est sa difficulté de convergence dans certains cas, notamment pour les grandes valeurs de  $n$  (pour  $n = 500$  par exemple [Klutsch 03]). Ce problème à notre avis, ne devrait pas être posé, puisque dans les applications du SHTC, ces matériaux sont exploités dans le régime flux creep. Dans ce régime, le terme en puissance  $n$  varie dans un intervalle de 15 à 40 [Kasal 07]. Il faut noter aussi que dans l'ensemble des travaux cités ci-dessus, c'est la méthode des éléments finis MEF qui a été employée comme méthode de discrétisation des équations aux dérivées partielles. A notre connaissance, c'est la première fois que la méthode des volumes finis est utilisée pour la modélisation des SHTC. Nous tenons à signaler que nous n'avons pas rencontré de problème de convergence, même pour des valeurs importantes de  $n$ , nous pensons alors, que la méthode des éléments finis est à l'origine des problèmes de convergence dans le cas où le terme en puissance  $n$  prend des valeurs grandes [Kameni 09]. La formulation  $\mathbf{A}$ - $V$  est obtenue par la combinaison du système d'équation de Maxwell cité précédemment. La variable d'état  $\mathbf{A}$  est exprimée en fonction de l'induction magnétique  $\mathbf{B}$  par la relation suivante :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{II. 9})$$

A partir de cette relation, le terme  $\mathbf{B}$  dans (II.2) sera remplacé par  $\mathbf{A}$  et nous obtenons :

$$\nabla \times \left( \mathbf{E} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{II. 10})$$

Cette relation nous permet l'introduction du potentiel scalaire électrique  $V$ , tel que :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla V \quad (\text{II. 11})$$

Combinant les équations (II.2), (II.6), (II.7), (II.9) et (II.11) nous obtenons :

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) = \mathbf{J}_s \quad (\text{II. 12})$$

En considérant la loi de conservation (II.5), on trouve comme deuxième équation :

$$\nabla \cdot \left[ -\sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right] = 0 \quad (\text{II. 13})$$

Le système d'équations (II.12) et (II.14) constitue la formulation en potentiels  $\mathbf{A}$ - $V$  :

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) &= \mathbf{J}_s \\ \nabla \cdot \left[ -\sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II. 14})$$

Afin de compléter la formulation II.23, une jauge doit être introduite, en effet, le problème d'unicité de la solution se pose ; on remarque que si le couple  $(\mathbf{A}, V)$  est une solution de (II.14), il existe alors une infinité de solutions donnée par  $(\mathbf{A} + \nabla \phi)$ . En remplaçant ces derniers dans (II.1), le système reste inchangé. Afin de rendre la solution unique et d'améliorer le processus de convergence, nous avons fait appel à la jauge de Coulomb, cette jauge est la plus utilisée [Tsuchimoto 94], [Alonso 04] et [Bird 08]. Cette jauge est introduite dans la formulation à travers un terme dit de pénalité donné par :

$$\nabla (\nu_p \nabla \cdot \mathbf{A}) \quad (\text{II. 15})$$

Cela est démontré aussi par Biro dans [Biro 89]. Afin d'avoir une meilleure approximation du potentiel, le paramètre ajouté  $\nu_p$  est remplacé par la reluctivité  $\nu$  du domaine [Fetzer 96]. Finalement, nous obtenons la formulation  $\mathbf{A}$ - $V$  jaugée qui permet de résoudre le problème magnétique dans un dispositif comportant des supraconducteurs à haute température critique :

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) - \nabla (\nu \nabla \cdot \mathbf{A}) + \sigma(E, T) \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) &= \mathbf{J}_s \\ \nabla \cdot \left\{ -\sigma(E, T) \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right\} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II. 16})$$

Dans le système d'équations (II.16), la conductivité électrique apparente  $\sigma$  du SHTC est définie par le rapport de  $\mathbf{J}$  sur  $\mathbf{E}$  [Yoshida 94] et [Fujioka 96], ce rapport est déduit à partir de la caractéristique  $\mathbf{E}$ - $\mathbf{J}$  du SHTC donnée par la relation (I.8) [F. SIROIS 02]:

$$\sigma(E, T) = \frac{J}{E} = \frac{Jc(T)}{Ec} \left( \frac{E}{Ec} \right)^{\frac{1}{n(T)} - 1} \quad (\text{II. 17})$$

Il faut noter que le non linéarité de la loi  $\mathbf{J}(\mathbf{E})$  demande l'utilisation des méthodes de résolution non-linéaire ou pas à pas dans le temps. Un inconvénient de la loi en puissance est le fait que  $\partial J / \partial E$  tend vers l'infini quand le champ électrique est nul, ce qui rend la programmation de cette loi difficile en particulier pour la valeur  $E = 0$ . Pour remédier à cet inconvénient, cette loi a été légèrement modifiée. On a introduit une relation linéaire pour les faibles valeurs de  $E$  en rajoutant une conductivité électrique,  $\sigma_0$  suffisamment élevée (généralement supérieur à  $100.(Jc/Ec)$  [Nibbio 99]). Dans notre travail nous avons utilisée la

valeur de  $\sigma_0 = 10^{14}$  pour ne pas modifier les résultats de simulation [Nibbio 99], [Klutsch 03]. La loi complète du comportement est alors sous la forme :

$$\mathbf{J}(\mathbf{E}) = \frac{\sigma(E, T) \sigma_0}{\sigma(E, T) + \sigma_0} \mathbf{E} \quad \text{avec} \quad \sigma(E, T) = \frac{J}{E} = \frac{J_c(T)}{Ec} \left( \frac{E}{Ec} \right)^{\frac{1}{n(T)} - 1} \quad (\text{II. 18})$$

La résolution du système d'équations (II.16), en tenant compte de l'expression de la conductivité électrique apparente  $\sigma$  du SHTC donnée par (II.18), nous permet de déterminer les diverses grandeurs magnétiques, locales (comme par exemple, la répartition des champs magnétiques) ou globales (tel que les pertes engendrées). Cependant, vu la dépendance des paramètres caractéristiques du SHTC en température, en particulier,  $J_c$  et  $n$ . Il peut être nécessaire de résoudre le problème thermique. Dans les SHTC et pour la résolution du problème thermique, on a fait appel à l'équation de diffusion de la chaleur [Berger 06], [Braeck 02].

### II.2.3. Problème thermique

Les phénomènes thermiques, qui existent lorsqu'un courant et/ou un champ magnétique sont appliqués au SHTC, sont régis par l'équation de diffusion de la chaleur :

$$\rho C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\kappa(T) \nabla T) = W \quad (\text{II. 19})$$

où  $\lambda(T)$ ,  $\rho$ ,  $C_p(T)$  sont respectivement la conductivité thermique en (W/K/m), la masse volumique en (Kg/m<sup>3</sup>) et la chaleur spécifique du matériau en (J/K/Kg),  $W$  est une puissance volumique en (W/m<sup>3</sup>).

L'expression de l'ensemble des pertes dissipées dans le supraconducteur est donnée par :

$$W = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \quad (\text{II. 20})$$

La résolution de l'équation (II.19) permet de connaître la répartition de la température en tout point du supraconducteur. Cependant il est nécessaire d'introduire les équations qui traduisent les échanges thermiques entre le supraconducteur et le fluide cryogénique qui sont considérés comme étant dus essentiellement à la convection. Ainsi sur la frontière du supraconducteur  $\Gamma_s$  (Figure II.1), l'équation à résoudre est donnée par :

$$-\kappa(T) \nabla T \cdot \mathbf{n}_{as} = h(T - T_0) \quad (\text{II. 21})$$

où  $h$  est le coefficient de convection du fluide cryogénique exprimé en W/K/m<sup>2</sup> et  $T_0$  est la température de ce même fluide. Partout en dehors du supraconducteur, on considère que la température est constante et égale à la température du fluide cryogénique  $T_0$  (généralement celle de l'azote liquide) :



$$T = T_0 \text{ dans } \Omega_a \quad (\text{II. 22})$$

Ainsi, le système d'équations, qui traduit les comportements magnétiques et thermiques, à résoudre comporte autant d'équations que d'inconnues, il faut toutefois lui adjoindre les conditions initiales qui, lorsque le matériau est initialement vierge et complètement refroidi, s'écrivent :

$$A = 0, V = 0, T = T_0 \quad (\text{II. 23})$$

Notons que la valeur des potentiels  $A$  et  $V$  sont considérées nulles dans le cas d'un refroidissement hors champ magnétique. C'est-à-dire aucune source de champ n'est présente durant le processus de refroidissement. Dans ce travail de thèse, nous avons présenté quelques résultats de simulation où on a considéré que le matériau supraconducteur est refroidi sous champ, c'est-à-dire, on suppose que la source de champ est présente durant le processus de refroidissement. Dans ces conditions, la valeur initiale des potentiels magnétiques est celle résultant de la présence de la source.

### II.2.4. Aimant permanent

Les équations de Maxwell décrivant les champs produits par des charges stationnaires ou des courants en régime permanent satisfont le théorème d'Helmholtz sur les champs de vecteurs. De ce fait, si la divergence et le rotationnel d'un champ de vecteurs sont connus, toutes les propriétés de ce champ sont connues. La description du champ magnétique produit par un aimant permanent peut donc être faite avec une approche coulombienne. Cependant, alors qu'en électrostatique, la charge élémentaire peut être isolée, le monopôle n'existe pas en magnétostatique. Le modèle coulombien n'est utilisable que si l'on considère des distributions de charge en analogie dipolaire.

Les champs magnétiques créés par des aimants permanents sont souvent modélisés dans la littérature par le modèle coulombien. Ce modèle, emprunté à l'électrostatique est applicable seulement si toutes les contributions sont prises en compte. Dans le cas contraire, ce modèle n'aurait pas de sens. Par exemple, le champ créé par un seul plan chargé n'a pas de sens en magnétostatique car toute source de champ magnétique est par nature dipolaire, ce qui n'est pas le cas pour un plan chargé.

Notre discussion amène à penser que la loi de Coulomb est dans une certaine mesure identique à la loi de Biot et Savart. C'est en partie vrai sur la dépendance en  $1/r^2$  du champ, qu'il soit de nature électrostatique ou magnétostatique. L'artefact du produit vectoriel dans la

loi de Biot et Savart peut être vu comme la façon mathématique la plus commode de lier la direction d'un courant avec les lignes de champ.

L'équivalence du modèle coulombien et du modèle ampérien est utilisée tout au long de cette thèse. Certaines topologies d'aimants sont plus facilement modélisables par l'un ou l'autre modèle. C'est pour cela que les équations classiques et duales de Maxwell doivent être considérées avec la même intention pour la description des champs issus de structures à topologie courbe.

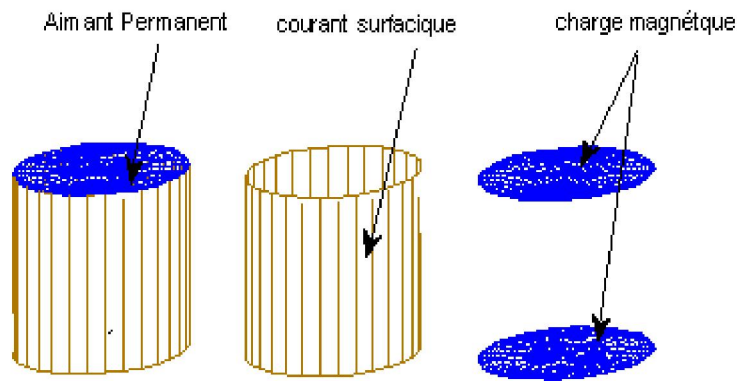


Figure II. 2 : Modèle d'un aimant permanent.

- Première méthode

On peut remplacer l'aimant par ses courants ampériens équivalents [Bancel 98] [Brissonneau 97]. Les courants ampériens sont alors réduits à une nappe de courant surfacique localisés sur la surface latérale de l'aimant avec une densité volumique nulle et une densité surfacique :

$$\vec{J} = \vec{M} \times \vec{n} \quad (\text{II. 24})$$

$$\vec{B} = \frac{4\pi}{\mu_0} \cdot \iint_{(s')} \frac{\vec{J} \times \vec{P}'P}{|\vec{P}'P|^3} ds' \quad (\text{II. 25})$$

- Seconde méthode

Et aussi on peut remplacer l'aimant par les pôles magnétiques fictifs correspondants à une densité de charge volumique nulle [Brissonneau 97] [Furlani 01] [Furlani 93], soit :

$$\rho^* = 0 \quad (\text{II. 26})$$

Puisque  $\vec{M}$  étant constant, il existe une distribution superficielle de pôles sur la surface latérale du cylindre, avec densité surfacique uniforme égale à :

$$\sigma^* = \pm \mu_0 \cdot M \quad (\text{II. 27})$$

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi} \cdot \iint_{(s')} \frac{(\vec{M} \cdot \vec{n}) \vec{P}'P}{|\vec{P}'P|^3} ds' = \frac{1}{4\pi \cdot \mu_0} \cdot \iint_{(s'_+)} \frac{\sigma \cdot \vec{P}'_+P}{|\vec{P}'_+P|^3} ds'_+ - \frac{1}{4\pi \cdot \mu_0} \cdot \iint_{(s'_-)} \frac{\sigma \cdot \vec{P}'_-P}{|\vec{P}'_-P|^3} ds'_- \quad (\text{II. 28})$$

L'induction magnétique est définie par cette équation en tous points de l'espace sauf à l'intérieur de l'aimant.

Avec les coordonnées des paramètres géométrique de l'aimant et l'observateur sont :  $P(r, \varphi, z)$

,  $P'_+(r', \theta, h_{PM})$ ,  $P'_-(r', \theta, 0)$  et  $ds'_+ = ds'_- = r' dr' d\theta$ .

avec :

$h_{PM}$  : Epaisseur de l'aimant.

$R_{PM}$  : Rayon de l'aimant.

On peut trouver les composantes de l'induction magnétique crée par l'aimant permanent à travers le calcul numérique de l'intégrale double.

## Chapitre III.

### MISE EN ŒUVRE DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS

III.1.	Introduction	44
III.2.	Méthode des volumes finis avec un maillage cartésien	45
III.2.1.	Discrétisation géométrique	45
III.2.2.	Discrétisation des équations électromagnétiques par la MVFC	46
III.2.2.1.	Intégration de $\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A})$	47
III.2.2.2.	Intégration de $\nabla (\nu \nabla \cdot \mathbf{A})$	51
III.2.2.3.	Intégration du terme source	52
III.2.2.4.	Intégration du terme $\sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right)$	52
III.2.2.5.	Intégration de l'équation en divergence	54
III.2.3.	Discrétisation de l'équation de diffusion de la chaleur par la MVFC	56
III.3.	Méthodes numériques de résolution	58
III.3.1.	La méthode d'Euler	58
III.3.2.	La méthode de Gauss-Seidel	59
III.3.3.	Formule des trapezes	59
III.4.	Algorithme De Resolution	60
III.4.1.	Algorithmes de résolution des problèmes, électromagnétique et thermique	60
III.4.2.	Couplage électromagnétique-thermique	63

*Nous présentons dans ce chapitre un aperçu sur la méthode des volumes finis (MVF), utilisée pour la résolution des équations aux dérivées partielles, caractéristiques des phénomènes physiques traités dans les systèmes ayant des matériaux supraconducteurs à haute température critique. Deux approches de la MVF seront présentées, la première basée sur un maillage structuré et la deuxième basée sur un maillage non structuré. Nous présentons aussi les méthodes de résolutions des systèmes d'équations algébriques obtenus après avoir appliqué la MVF. Nous exposerons à la fin de ce chapitre, les différents modes, utilisés pour le couplage magnétique thermique, ainsi, que le code de calcul développé et implémenté sous l'environnement MATLAB en décrivant ses fonctions pour les deux types d'environnement : magnétique et thermique.*

### III.1. Introduction

La méthode des volumes finis est utilisée depuis longtemps pour les simulations numériques en mécanique des fluides mais elle a trouvé un second essor avec des applications en électromagnétisme. Elle fait partie, au même titre que les Différences Finies [Maslough 97], de ces méthodes numériques capables de résoudre les équations de Maxwell dans le domaine temporel. L'idée de base de la méthode volumes finis est de partitionner le domaine de calcul en sous domaines (ou en volumes élémentaires) grâce à un maillage initial de type éléments finis. L'ensemble de ces volumes élémentaires constitue donc le domaine de calcul complet. Comme nous l'avons évoqué dans le chapitre précédent, l'utilisateur a le libre choix pour partitionner son domaine de calcul. Le maillage n'est pas unique, on distingue deux types de maillage : un noté "structuré" ou "cartésien" et un autre noté "non-structuré".

Dans ce travail de thèse, nous proposons deux approches différentes de la méthode des volumes finis MVF, la première basée sur un maillage structuré (Fig.III.1.a), elle consiste à subdiviser le domaine de calcul en volumes élémentaires de forme quadrilatère pour les applications en deux dimensions et de forme hexaédrique pour les applications en trois dimensions. C'est une discrétisation de type Différences Finies ("marches d'escaliers") qui facilite la construction du maillage. On va appeler cette première méthode, la méthode des volumes finis classique, elle est notée 'MVFC'.

La deuxième approche, basée sur un maillage non-structuré (Fig.III.1.b) qui requiert un maillage indépendant, spécifique, parfaitement adapté à l'algorithme numérique. Son rôle est de partitionner l'application étudiée en volumes élémentaires de forme aussi variée que des triangles (deux dimensions), tétraèdres ou prismes (trois dimensions). Le choix entre ces deux

méthodes est basé essentiellement sur la géométrie du dispositif à modéliser. Si la géométrie possède une structure hexaédrique, l'application de la première approche est avantageuse en termes de temps de calcul et de simplicité. Par contre, cette première approche présente l'inconvénient de ne pas pouvoir modéliser des dispositifs ayant des géométries complexes. C'est véritablement tout l'intérêt de la deuxième approche de la MVF, le maillage va suivre naturellement la forme de la structure, les géométries complexes seront modélisées de façon plus rigoureuse et plus conforme sans que cela ne génère un nombre de mailles trop important. On va appeler cette deuxième méthode, la méthode des volumes finis modifiée elle sera notée 'MVFM' [L. Alloui 13].

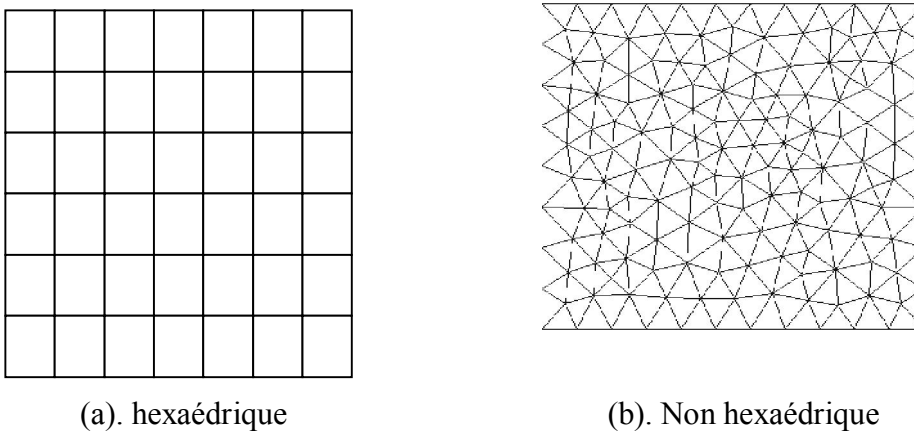


Figure.III.1. Maillages hexaédrique et non hexaédrique, vue 2D

## III. 2. Méthode des volumes finis tridimensionnels avec un maillage cartésien (MVFC)

### III. 2. 1. Discrétisation géométrique

Dans cette partie nous passons à la mise en œuvre de la méthode des volumes finis classiques (MVFC), utilisée pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés dans les matériaux supraconducteurs haute température critique (SHTC). Le maillage cartésien ou structuré, est constitué de volumes élémentaires de forme hexaédrique ou cubique. A chaque volume  $D_p$  de forme hexaédrique, on associe un nœud dit principal  $P$  et six facettes :  $e$  et  $w$  selon la direction  $x$ ,  $n$  et  $s$  selon la direction  $y$ ,  $t$  et  $b$  selon la direction  $z$  (Fig.III.2). Les volumes voisins de  $D_p$ , sont représentés par leurs nœuds voisins proches : E et W suivant l'axe  $x$ , N et S suivant l'axe  $y$ , T et B suivant l'axe  $z$ .

- Nœud situé sur la frontière.
- Nœud principal.

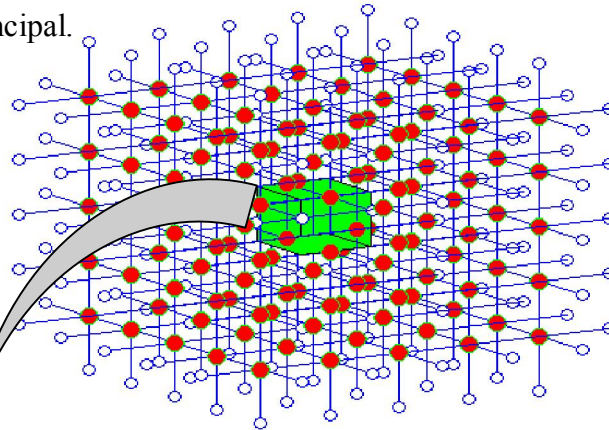


Figure.III.2. maillage cartésien

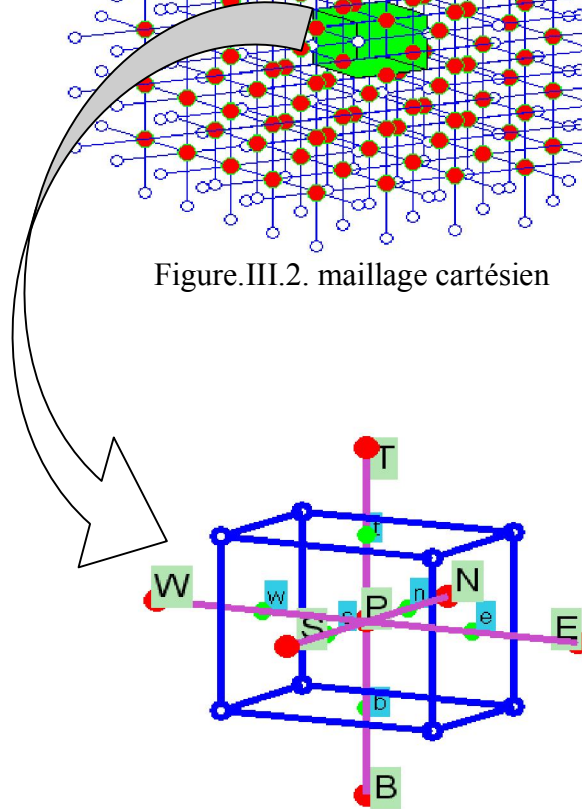


Figure.III.3. Volume fini élémentaire  $D_p$

### III.2.2. Discrétisation des équations électromagnétiques par la MVFC

La MVFC intègre sur chaque volume élémentaire  $D_p$ , de volume  $d\tau = dxdydz$ , les équations des problèmes à résoudre. Elle fournit ainsi d'une manière naturelle des formulations discrètes. Rappelons la formulation tridimensionnelle des équations électromagnétiques en potentiels  $\mathbf{A}$ - $V$  donnée précédemment par (II.26) :

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mathbf{v} \nabla \times \mathbf{A}) - \nabla (\mathbf{v} \nabla \cdot \mathbf{A}) + \sigma(E, T) \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) &= \mathbf{J}_s \\ \nabla \cdot \left\{ -\sigma(E, T) \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right\} &= 0 \end{aligned} \tag{III. 1}$$

L'application de la MVFC consiste à intégrer les équations différentielles du système (III.1) dans chaque volume élémentaire  $D_p$  correspondant au nœud principal P :

$$\iiint_{D_P} \nabla \times (v \nabla \times \mathbf{A}) d\tau - \iiint_{D_P} \nabla (v \nabla \cdot \mathbf{A}) d\tau + \iiint_{D_P} \sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) d\tau = \iiint_{D_P} \mathbf{J}_s d\tau \quad (\text{III. 2})$$

$$\iiint_{D_P} \nabla \cdot \left\{ -\sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right\} d\tau = 0$$

Pour calculer les intégrales du système d'équations (III.2), chaque opérateur différentiel doit être développé puis projeté sur les trois axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  du référentiel. Dans le but d'alléger les développements, par la suite, on va seulement présenter la méthode pour une seule composante.

### III. 2. 2. 1. Intégration de $\nabla \times (v \nabla \times \mathbf{A})$

$$\iiint_{d\tau} \langle \nabla \times (v \nabla \times \mathbf{A}) \rangle_x d\tau$$

$$= \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[ \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] dx dy dz \quad (\text{III. 3})$$

$$\iiint_{d\tau} \langle \nabla \times (v \nabla \times \mathbf{A}) \rangle_y d\tau$$

$$= \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[ \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (\text{III. 4})$$

$$\iiint_{d\tau} \langle \nabla \times (v \nabla \times \mathbf{A}) \rangle_z d\tau$$

$$= \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[ \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (\text{III. 5})$$

Les quatre termes différentiels dans (III.3,4,5), peuvent être représentés par une forme générale donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial i} v \left( \frac{\partial A_j}{\partial k} \right) \quad \text{avec } i, j, k = x, y, z \quad (\text{III. 6})$$



Tenant compte de cette écriture, on distingue deux cas ;  $i = k$  et  $i \neq k$ . Soit par exemple le calcul du deuxième terme dans (III.4) et qui correspond à  $i = k = x$  et  $j = y$  :

$$\begin{aligned}
 & \int \int \int_{w s b}^{e n t} \left[ \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right] dx dy dz \\
 &= \int \int_{s b}^{n t} \left[ \left\{ v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_w^e \right] dy dz \\
 &= \left[ \left\{ v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_e - \left\{ v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_w \right] \Delta y \Delta z
 \end{aligned} \tag{III. 7}$$

Pour calculer les termes en dérivées dans (III.7), on considère dans notre étude une variation linéaire du potentiel magnétique à travers les facettes  $e$  et  $w$  (Fig.III.3), on peut alors écrire :

$$\left\{ v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_e = v_e \frac{A_y^E - A_y^P}{\Delta x_e} \tag{III. 8}$$

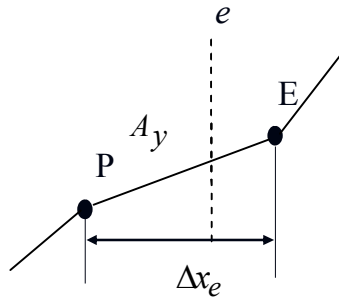


Figure.III.4. Approximation linéaire du potentiel à travers la facette  $e$

De même, on exprime la dérivée sur la facette  $w$ . Remplaçant ces dérivées dans (III.8), on aura la combinaison linéaire suivante :

$$c_e A_y^E + c_w A_y^W - (c_e + c_w) A_y^P \tag{III. 9}$$

tel que :

$$c_m = v_m \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_m} \text{ pour } m=e, w \quad (\text{III. 10})$$

où  $v_e$  et  $v_w$  sont respectivement, les réluctivités magnétiques des facettes  $e$  et  $w$ . le quatrième terme dans (III.3) qui correspond à  $i=k=z$  se développe de la même manière présentée précédemment, cependant, le problème de la MVFC se pose pour le développement du premier et du troisième terme dans (III.3), c'est à dire les termes qui correspondent à  $i=x, k=y$  et à  $i=z, k=y$  respectivement.

Dans le cas de la formulation (III.2), le terme en rotationnel  $\nabla \times (v \cdot \nabla \times A)$  et le terme en gradient  $\nabla(v \nabla \cdot A)$  ne présentent pas une forme en divergence exigée par la formulation classique de la MVF, en effet, la méthode des volumes finis dans son origine, été dédiée à la résolution des problèmes thermiques définis essentiellement par des équations aux dérivées partielles où les opérateurs prennent essentiellement une forme en divergence [Patankar 82]. Pour tenir compte de ces deux termes qui apparaissent dans la formulation électromagnétique, une modification de la MVFC a été proposée [Alloui 08], [Alloui 09<sup>b</sup>]. Cette modification est basée sur l'implantation de huit nœuds supplémentaires dans le volume élémentaire  $D_P$  représentée dans la figure III.2. Dans ce cas, le nœud principal P de chaque volume élémentaire est entouré par quatorze nœuds voisins au lieu de six nœuds voisins comme il est présenté dans la figure III.4. Cette modification permet alors de discrétiser le terme en rotationnel de la formulation électromagnétique (III.2) dans le cas tridimensionnel.

Si on considère maintenant le troisième terme dans (III.4) soit pour  $i=j=x$  et  $k=y$  :

$$\iiint_{w s b}^{e n t} \left[ \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] dx dy dz = \left\{ v \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_w^e \Delta y \Delta z \quad (\text{III. 11})$$

Grace à la modification proposée, la dérivée du potentiel  $A_x$  dans les facettes  $e$  et  $w$  peut être exprimée par :

$$\left\{ v \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_e = v_e \frac{A_x^{ne} - A_x^{se}}{\Delta y} \quad (\text{III. 12})$$

Les potentiels  $A_x^{ne}$  et  $A_x^{se}$  dans les nœuds supplémentaires  $ne$  et  $se$  sont exprimés en fonction des potentiels des nœuds de base voisins :

$$A_x^{ne} = \frac{1}{4} (A_x^P + A_x^E + A_x^N + A_x^{NE}) \quad (\text{III. 13})$$

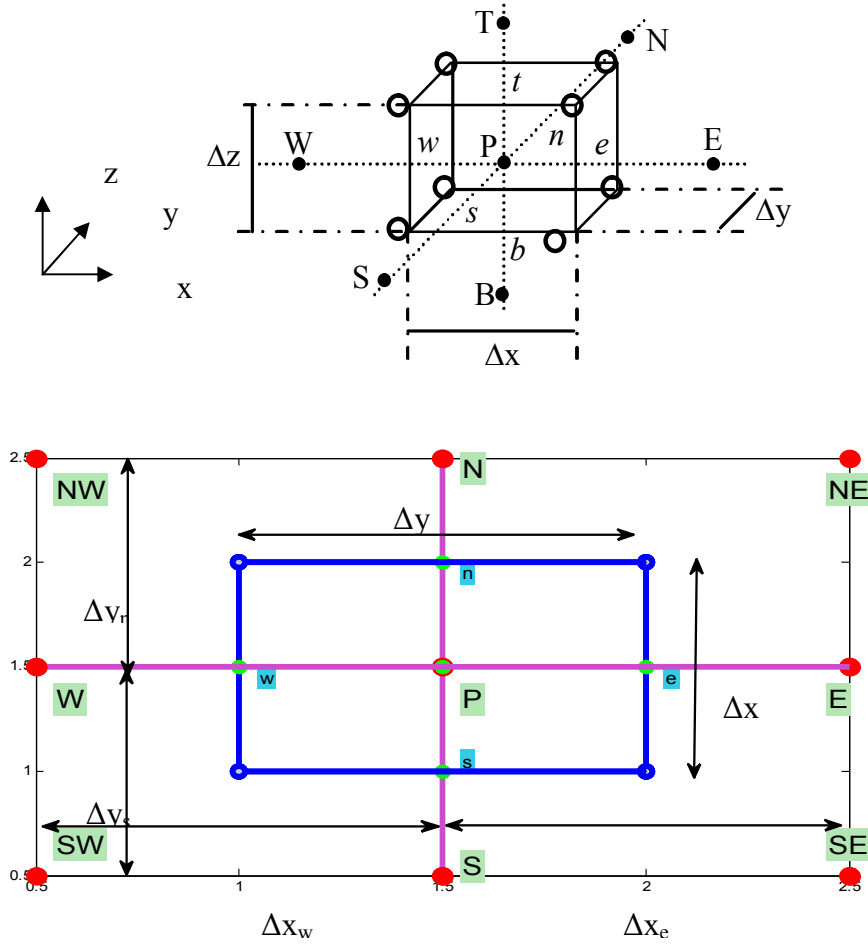


Figure.III.5. Illustration des nœuds supplémentaires, en haut de la figure, la structure du volume élémentaire modifié en 3D, en bas de la figure, la projection d'un volume élémentaire suivant le plan XY.

De même :

$$A_x^{se} = \frac{1}{4} (A_x^P + A_x^E + A_x^S + A_x^{SE}) \quad (\text{III. 14})$$

D'où :

$$\left\{ \mathcal{V} \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_e = \frac{1}{4\Delta y} v_e (A_x^N + A_x^{NE} - A_x^S - A_x^{SE}) \quad (\text{III. 15})$$

De la même façon, on calcule la dérivée du potentiel dans la facette  $w$ . Après arrangement, le terme (III.10) aboutit à une combinaison linéaire donnée par la forme suivante :

$$q_n (A_x^N + A_x^{NE} - A_x^S - A_x^{SE}) - q_s (A_x^N + A_x^{NW} - A_x^{SW} - A_x^S)$$

$$\text{avec } q_m = \frac{1}{4\Delta y} v_m \Delta z \text{ pour } m = e, w \quad (\text{III.16})$$

De la même manière, on intègre les autres termes dans (III.3, 4, 5).

### III. 2. 2. 2. Intégration de $\nabla(v\nabla \cdot \mathbf{A})$

$$\begin{aligned} & \iiint_{\tau} \langle \nabla(v\nabla \cdot \mathbf{A}) \rangle_x d\tau \\ &= \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[ \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \end{aligned} \quad (\text{III. 17})$$

$$\begin{aligned} & \iiint_{\tau} \langle \nabla(v\nabla \cdot \mathbf{A}) \rangle_y d\tau \\ &= \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[ \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \end{aligned} \quad (\text{III. 18})$$

$$\begin{aligned} & \iiint_{\tau} \langle \nabla(v\nabla \cdot \mathbf{A}) \rangle_z d\tau \\ &= \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[ \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \end{aligned} \quad (\text{III. 19})$$

Les équations différentielles (III.17, 18, 19) peut être intégrée par la MVFC comme décrit précédemment. Le résultat de l'intégrale de (III.17) mène donc à une combinaison linéaire, qu'on peut les mettre sous la forme :

$$(c_n + c_s)A_y^P + \sum_{\substack{i=x, y, z \\ m=e, w... \\ M=E, W...}} q_m A_i^M \quad (\text{III. 20})$$

où

$$c_m = v_m \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y_m} \text{ pour } m = ns \quad (\text{III. 21})$$

### III. 2. 2. 3. Intégration du terme source

On suppose une distribution uniforme et constante du courant source dans le volume élémentaire  $D_P$ , on peut alors écrire :

$$\iiint_{D_p} \langle \mathbf{J}_s \rangle_x dx dy dz = J_{sx} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{III. 22})$$

$$\iiint_{D_p} \langle \mathbf{J}_s \rangle_y dx dy dz = J_{sy} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{III. 23})$$

$$\iiint_{D_p} \langle \mathbf{J}_s \rangle_z dx dy dz = J_{sz} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{III. 24})$$

### III. 2. 2. 4. Intégration du terme $\sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right)$

$$\begin{aligned} & \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left\langle \sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right\rangle_x dx dy dz \\ &= \sigma_p \left( \frac{\partial A_x^P}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_P \right) \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (\text{III. 25})$$

$$\begin{aligned} & \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left\langle \sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right\rangle_y dx dy dz \\ &= \sigma_p \left( \frac{\partial A_y^P}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial y} \Big|_P \right) \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (\text{III. 26})$$

$$\begin{aligned} & \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left\langle \sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right\rangle_z dx dy dz \\ &= \sigma_p \left( \frac{\partial A_z^P}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_P \right) \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (\text{III. 27})$$

Ce terme exprime les courants induits dans les matériaux conducteurs. Dans notre cas, il s'agit du SHTC,  $\sigma_p$  représente alors la valeur de la conductivité électrique apparente du SHTC, donnée précédemment par (II.28), dans chaque nœud principal P. Dans (III.25, 26, 27) la dérivée du potentiel  $V$  au nœud P doit être exprimée par une différence de potentiels aux facettes,  $e$  et  $w$ ,  $en$  et  $s$  ou  $t$  et  $b$ .

Et comme les facettes,  $e$  et  $w$ , sont situées sur les médianes des segments P-E et P-W, respectivement, cette dérivée devient :

$$\left. \frac{\partial V}{\partial x} \right|_p = \frac{V^E - V^W}{\Delta x_e + \Delta x_w} \quad (\text{II. 28})$$

En regroupant tout les termes développés précédemment, on aboutit à l'équation algébrique (III.29). Cette équation exprime la composante suivant  $y$  du potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  dans chaque nœud principal  $P$  ( $A_x^P$ ) du maillage en fonction des potentiels  $A_x, A_y, A_z$  et  $V$  des nœuds voisins :

$$c_p A_x^P + \sigma_p D_p A_x^{\bullet P} = \left[ \sum_{m=e, w, \dots} c_m A_x^M + \sum_{\substack{i=y, z \\ m=e, w, \dots}} q_m A_i^M + \frac{\sigma_p D_p}{\Delta x_e + \Delta x_w} (V^E - V^W) + J_{sx} D_p \right] \quad (\text{III. 29})$$

avec

$$A_i^{\bullet P} = \frac{\partial A_i^P}{\partial t} \quad (i = x, y, z), \quad c_p = \sum_{m=e, w, \dots} c_m \quad (\text{III. 30})$$

De la même manière les deux composantes  $y$  et  $z$  du potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  seront calculées :

$$c_p A_y^P + \sigma_p D_p A_y^{\bullet P} = \left[ \sum_{m=e, w, \dots} c_m A_y^M + \sum_{\substack{i=x, z \\ m=e, w, \dots}} q_m A_i^M + \frac{\sigma_p D_p}{\Delta y_n + \Delta y_s} (V^N - V^S) + J_{sy} D_p \right] \quad (\text{III. 31})$$

$$c_p A_z^P + \sigma_p D_p A_z^{\bullet P} = \left[ \sum_{m=e, w, \dots} c_m A_z^M + \sum_{\substack{i=x, y \\ m=e, w, \dots}} q_m A_i^M + \frac{\sigma_p D_p}{\Delta z_t + \Delta z_b} (V^T - V^B) + J_{sz} D_p \right] \quad (\text{III. 32})$$

### III. 2. 2. 5. Intégration de l'équation en divergence

De même, la MVFC est utilisée pour la discrétisation de la deuxième équation aux dérivées partielles du système (III.2). L'intégration dans chaque volume élémentaire  $D_P$  qui correspond au nœud principal P mène à :

$$\begin{aligned} & \int \int \int_{w s b}^{e n t} \nabla \cdot \left[ \sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right] dx dy dz \\ &= \int \int \int_{w s b}^{e n t} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \sigma \left( A_x^\bullet + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \sigma \left( A_y^\bullet + \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sigma \left( A_z^\bullet + \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right] \right\} dx dy dz \end{aligned} \quad (III. 33)$$

L'intégration de (III. 33) donne :

$$\left[ \sigma_e \left( A_x^{\bullet e} + \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_e \right) + \sigma_w \left( A_x^{\bullet w} + \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_w \right) \right] \Delta y \Delta z \quad (III. 34)$$

$$\left[ \sigma_n \left( A_y^{\bullet n} + \frac{\partial V}{\partial y} \Big|_n \right) + \sigma_s \left( A_y^{\bullet s} + \frac{\partial V}{\partial y} \Big|_s \right) \right] \Delta x \Delta z \quad (III. 35)$$

$$\left[ \sigma_t \left( A_z^{\bullet t} + \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_t \right) + \sigma_b \left( A_z^{\bullet b} + \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_b \right) \right] \Delta x \Delta y \quad (III. 36)$$

En approximant le potentiel vecteur magnétique  $A_x$  aux facettes  $e$  et  $w$  par des combinaisons linéaires des potentiels aux nœuds voisins (par exemple  $A_x^e$  par la moyenne des potentiels aux nœuds  $E$  et  $W$ ), et en considérant une variation linéaire du potentiel  $V$  entre les facettes  $e$  et  $w$ , l'expression (III. 34) conduit à :

$$\left[ \sigma_e \left( \frac{1}{2} (A_x^{\bullet E} + A_x^{\bullet P}) + \frac{V^E - V^P}{\Delta x_e} \right) + \sigma_w \left( \frac{1}{2} (A_x^{\bullet P} + A_x^{\bullet W}) + \frac{V^P - V^W}{\Delta x_w} \right) \right] \Delta y \Delta z \quad (III. 37)$$

De la même façon seront calculés les autres termes dans (III.33).

$$\left[ \sigma_n \left( \frac{1}{2} (A_y^{\bullet N} + A_y^{\bullet P}) + \frac{V^N - V^P}{\Delta x_n} \right) + \sigma_s \left( \frac{1}{2} (A_y^{\bullet P} + A_y^{\bullet S}) + \frac{V^P - V^S}{\Delta x_s} \right) \right] \Delta x \Delta z \quad (III. 38)$$

$$\left[ \sigma_t \left( \frac{1}{2} (A_z^{\bullet T} + A_z^{\bullet P}) + \frac{V^T - V^P}{\Delta z_t} \right) + \sigma_b \left( \frac{1}{2} (A_z^{\bullet P} + A_z^{\bullet B}) + \frac{V^P - V^B}{\Delta z_b} \right) \right] \Delta x \Delta y \quad (III. 39)$$

Finalement nous obtenons l'équation algébrique (III.40) qui exprime le potentiel scalaire électrique  $V$  au nœud P :

$$V^P = \frac{1}{u_p} \left[ \sum_{m=e, w, \dots} u_m V^M + \sum_{\substack{i=x, y, z \\ m=e, n, \dots}} cv_m A_i^{\bullet M} \right] \quad (\text{III. 40})$$

Avec (par exemple pour  $m = e$ ) :

$$cv_e = \frac{1}{2} \sigma_e \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_e}, \quad u_e = \sigma_e \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_e} \quad (\text{III. 41})$$

et

$$u_p = \sum_{m=e, w, \dots} u_m \quad (\text{III. 42})$$

Les équations (III.29), (III.31), (III.32) et (III.40) sont réécrites pour l'ensemble des éléments de maillage, ensuite elles sont assemblées et nous obtenons un système d'équations qu'on peut mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} [M_{11}] & [0] \\ [M_{21}] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{A}} \\ \dot{V} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [N_{11}] & [N_{12}] \\ 0 & [N_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 43})$$

ou sous une forme condensée :

$$[M] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{A}} \\ \dot{V} \end{bmatrix} + [N] \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 44})$$

$$\text{avec : } \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ V \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\mathbf{J}_s] = \begin{bmatrix} J_{sx} \\ J_{sy} \\ J_{sz} \end{bmatrix}$$



### III. 2. 3. Discrétisation de l'équation de diffusion de la chaleur par la MVFC

Rappelons l'équation de diffusion de la chaleur en régime transitoire [Tixador 07]:

$$\rho C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot \kappa(T) \nabla T = W \quad (\text{III. 45})$$

Après transformation des opérateurs différentiels de l'équation scalaire (III.32) nous obtenons :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) + W \quad (\text{III. 46})$$

L'intégration de l'équation différentielle (III.33), décrite essentiellement par un opérateur différentiel en divergence est plus simple à intégrer par rapport à l'intégration des équations électromagnétiques présentée précédemment. La discrétisation de ce type d'équation fait appelle au schéma des volumes finis présenté dans la figure III.2 :

$$\begin{aligned} \int \int \int_{w s b}^{e n t} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} d\tau = \\ \int \int \int_{w s b}^{e n t} \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) d\tau + \int \int \int_{w s b}^{e n t} \frac{\partial}{\partial y} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\tau + \int \int \int_{w s b}^{e n t} \frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) d\tau + \int \int \int_{w s b}^{e n t} W d\tau \end{aligned} \quad (\text{III. 47})$$

Chaque terme dans (III.34) est intégré dans l'espace, sur le volume fini, correspondant au nœud principal P, et délimité par les facette ( $e, w, n, s, t, b$ ). Nous présentons, par exemple, l'intégrale du deuxième terme de (III.34) :

$$\begin{aligned} \int \int \int_{w s b}^{e n t} \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz = \int \int_{s b}^{n t} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_w^e dy dz \\ = \int \int_{s b}^{n t} \left( \kappa_e \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_e dy dz - \int \int_{s b}^{n t} \left( \kappa_w \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_w dy dz \end{aligned} \quad (\text{III. 48})$$

$$\begin{aligned} \int \int \int_{w s b}^{e n t} \frac{\partial}{\partial y} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy dz = \int \int_{w b}^{e t} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_s^n dx dz \\ = \int \int_{w b}^{e t} \left( \kappa_n \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_n dx dz - \int \int_{w b}^{e t} \left( \kappa_s \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_s dx dz \end{aligned} \quad (\text{III. 49})$$

$$\begin{aligned} \int \int \int \frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) dx dy dz &= \int \int \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_b^t dx dy \\ &= \int \int \left( \kappa_t \frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_t dx dy - \int \int \left( \kappa_b \frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_b dx dy \end{aligned} \quad (\text{III. 50})$$

Avec un profil linéaire, choisi, exprimant ainsi la variation spatiale de la température ( $T$ ), entre les facettes  $e$  et  $w$ , entre les nœuds voisins. Prenons par exemple la facette  $e$  :

$$\int \int \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_e dy dz = \kappa_e \frac{T^E - T^P}{\Delta x_e} \Delta y \Delta z \quad (\text{III. 51})$$

En réalisant le même développement sur la facette  $w$  et en remplaçant ces développements dans (III.48), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int \int \int \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz &= \\ \kappa_e \frac{T^E - T^P}{\Delta x_e} \Delta y \Delta z - \kappa_w \frac{T^P - T^W}{\Delta x_w} \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (\text{III. 52})$$

De la même manière, tous les termes en dérivées partielles dans (III.47) seront développés. Après arrangement, nous aboutissons à l'équation algébrique finale qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\rho C_p T_P^{\bullet} D_p + a_P T_P = \sum_{\substack{m=e,w,\dots \\ M=E,W,\dots}} a_m T_M + W D_P \quad (\text{III. 53})$$

avec (pour, par exemple,  $m = e$ ) :

$$a_e = \frac{\kappa_e}{\Delta x_e} \Delta y \Delta z \quad \text{et} \quad a_P = \sum_{m=e,w,\dots} a_m \quad (\text{III. 54})$$

L'équation algébrique (III.53) peut être mise sous la forme matricielle suivante :

$$[C][\dot{T}] + [K][T] = [Q] \quad (\text{III. 55})$$

L'utilisation alors de la MVFC, a permis de transformer, la résolution des systèmes d'équations aux dérivées partielles (III.1) et (III.32) en une résolution de système d'équations algébriques non-linéaire donné par (III.31) et (III.40). Pour la résolution de ces systèmes

algébriques, généralement on fait appel aux méthodes itératives (par exemple méthode de Gauss Seidel).

### III. 3. Méthodes numériques de résolution

#### III. 3. 1. La méthode d'Euler

On cherche à résoudre les systèmes algébriques non-linéaires (III.31) et (III.40) à chaque pas de temps. On introduit pour cela une suite de vecteurs  $A^m$ ,  $V^m$  et  $T^m$ . Ces vecteurs sont une approximation de  $A(m\Delta t)$ ,  $V(m\Delta t)$  et  $T(m\Delta t)$ . La méthode la plus simple, à laquelle nous nous limiterons, est la méthode d'Euler. Cette méthode fait intervenir un paramètre  $\theta$  compris entre 0 et 1 [Nougier].

Elle consiste à remplacer les équations (III.31) et (III.40) par le schéma suivant :

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{A^{m+1} - A^m}{\Delta t} \\ \frac{V^{m+1} - V^m}{\Delta t} \end{bmatrix} + [N] \begin{bmatrix} \theta A^{m+1} + (1-\theta)A^m \\ \theta V^{m+1} + (1-\theta)V^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta J_s((m+1)\Delta t) + (1-\theta)J_s(m\Delta t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 56})$$

$$[C] \begin{bmatrix} \frac{T^{m+1} - T^m}{\Delta t} \end{bmatrix} + [K] \begin{bmatrix} \theta T^{m+1} + (1-\theta)T^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta Q((m+1)\Delta t) + (1-\theta)Q(m\Delta t) \end{bmatrix} \quad (\text{III.57})$$

Pour  $\theta = 0$ , la méthode est explicite. Elle nécessite de choisir un pas de temps  $\Delta t$  suffisamment petit sinon la solution devient instable. Pour  $\theta = 1$ , la méthode est implicite, elle est inconditionnellement stable [Pelletier]. Pour cette raison et après plusieurs tests numériques, elle semble être un bon compromis entre rapidité de convergence du processus itératif et stabilité numérique. Avec cette méthode ( $\theta = 1$ ), la solution est obtenue implicitement comme solution d'un système non linéaire que l'on va résoudre par la méthode de Gauss-Seidel non linéaire.

Ce système est tel que :

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{A^{m+1} - A^m}{\Delta t} \\ \frac{V^{m+1} - V^m}{\Delta t} \end{bmatrix} + [N] \begin{bmatrix} A^{m+1} \\ V^{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_s((m+1)\Delta t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III. 58})$$

$$[C] \left[ \frac{T^{m+1} - T^m}{\Delta t} \right] + [K] [T^{m+1}] = [Q((m+1)\Delta t)] \quad (\text{III. 59})$$

### III. 3. 2. La méthode de Gauss-Seidel

Après discrétisation des équations aux dérivées partielles des phénomènes électromagnétiques et thermiques par la méthode des volumes finis, le problème se ramène à l'inversion de systèmes d'équations matricielles (III.58) et (III.59). Du fait que ces systèmes sont souvent de grandes tailles, il devient alors impossible de les inverser par une méthode directe. D'où la nécessité d'utiliser des méthodes de résolution itératives. Ces méthodes sont particulièrement utilisées pour la résolution des systèmes ayant des matrices de rang élevé, comportant de nombreux éléments nuls (matrice creuses), ils font passer d'un estimé  $X^{(k)}$  de la solution à un autre estimé  $X^{(k+1)}$  de cette solution.

Parmi ces méthodes nous avons utilisée la méthode de Gauss-Seidel. Cette méthode consiste à transformer le système algébrique, comme par exemple,  $[B][X] = [D]$  en :

$$X_i^{(k+1)} = \left[ d_i - \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} X_j^{(k+1)} - \sum_{j=(i+1)}^n b_{ij} X_j^k \right] / b_{ii} \quad (\text{III. 60})$$

$i = 1, \dots, n$

En donnant aux inconnues  $X_i^k$  des valeurs arbitraires initiales  $X_i^0$

Le processus sera arrêté si,

$$\left| X_i^{k+1} - X_i^k \right| < \varepsilon \quad (\text{III. 61})$$

dans le cas d'une précision absolue et

$$\frac{\left| X_i^{k+1} - X_i^k \right|}{\left| X_i^k \right|} < \varepsilon \quad (\text{III. 62})$$

dans le cas d'une précision relative. ( $\varepsilon$  est la précision imposée par l'utilisateur).

### III. 3. 3 Formule des trapèzes

Il est naturel d'espérer une valeur plus exacte de l'intégrale définie si l'on remplace la courbe donnée par une ligne brisée inscrite [PIS80]. On prend alors au lieu de l'aire des trapèzes curviligne  $aABb$  la somme des aires des trapèzes rectangles dont les cordes  $AA_1, AA_2, \dots, A_{m-1}B$  figurant parmi les côtés. Les aires de ces trapèzes étant successivement

$$\frac{y_0 + y_1}{2} \Delta x, \frac{y_1 + y_2}{2} \Delta x, \dots, \frac{y_{m-1} + y_m}{2} \Delta x$$

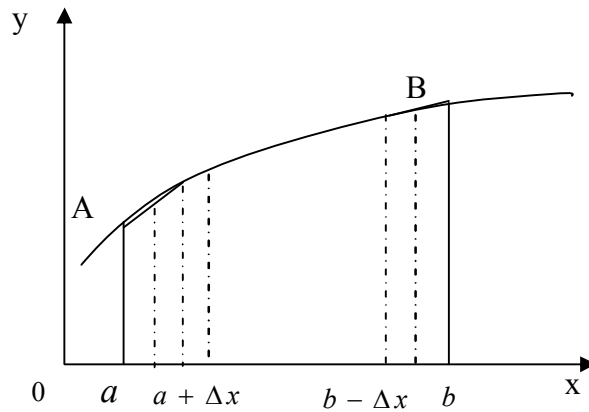


Figure (III. 6) : Aires des trapèzes

$$\int_a^b f(x) \approx \frac{b-a}{m} \left( \frac{y_0 + y_m}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_m \right) \quad (\text{III. 52})$$

La formule (III. 52) est la formule des trapèzes

Le nombre  $m$  est pris arbitrairement. Plus  $m$  est grand alors, les segments  $\Delta x$  sont petits, plus est précise l'approximation fournie par l'expression du second membre de l'égalité approchée. Nous utilisons cette méthode pour déterminer les intégrales des formules de l'induction et le potentiel de l'aimant dans l'espace sans obtenir leurs solutions analytiques.

### III. 4. Algorithmes de résolution

#### III.4.1. Algorithmes de résolution des problèmes, électromagnétique et thermique

L'organigramme de la Fig.III.7 résume les principales étapes du code de calcul que nous avons développé et implémenté sous l'environnement Matlab pour la résolution du problème électromagnétique. La fonction de chaque bloc peut être résumée comme suit :

Le premier bloc représente la phase de prétraitement du code de calcul. L'affectation des données géométriques et physiques des régions constituant le domaine d'étude, telles que les dimensions des objets, propriétés magnétiques et électriques...etc. Egalement, les conditions aux limites sont introduites dans cette phase.

Dans le deuxième bloc, le système matriciel, correspondant au problème électromagnétique obtenu après avoir appliqué la méthode des volumes finis, est résolu pour chaque maille et à chaque instant par le solveur GS (Gauss Seidel).

Le dernier bloc représente le bloc d'exploitations des résultats. La distribution tridimensionnelle des variables calculées sont récupérées. Les résultats obtenus, permettent aisément ainsi de déterminer la distribution des différentes grandeurs électromagnétiques.

Le dernier bloc de l'organigramme (III.7), nous a permis d'estimer les pertes engendrées dans le matériau supraconducteur à chaque instant, ces pertes, qui sont considérées comme terme de source dans l'équation de diffusion de la chaleur, seront utilisées pour la résolution du problème thermique. L'organigramme de la figure III.8 résume les principales étapes du code de calcul que nous avons développé, sous l'environnement Matlab pour la résolution du problème thermique. Il faut rappeler que l'équation de diffusion de la chaleur est résolue qu'à l'intérieur du matériau supraconducteur.

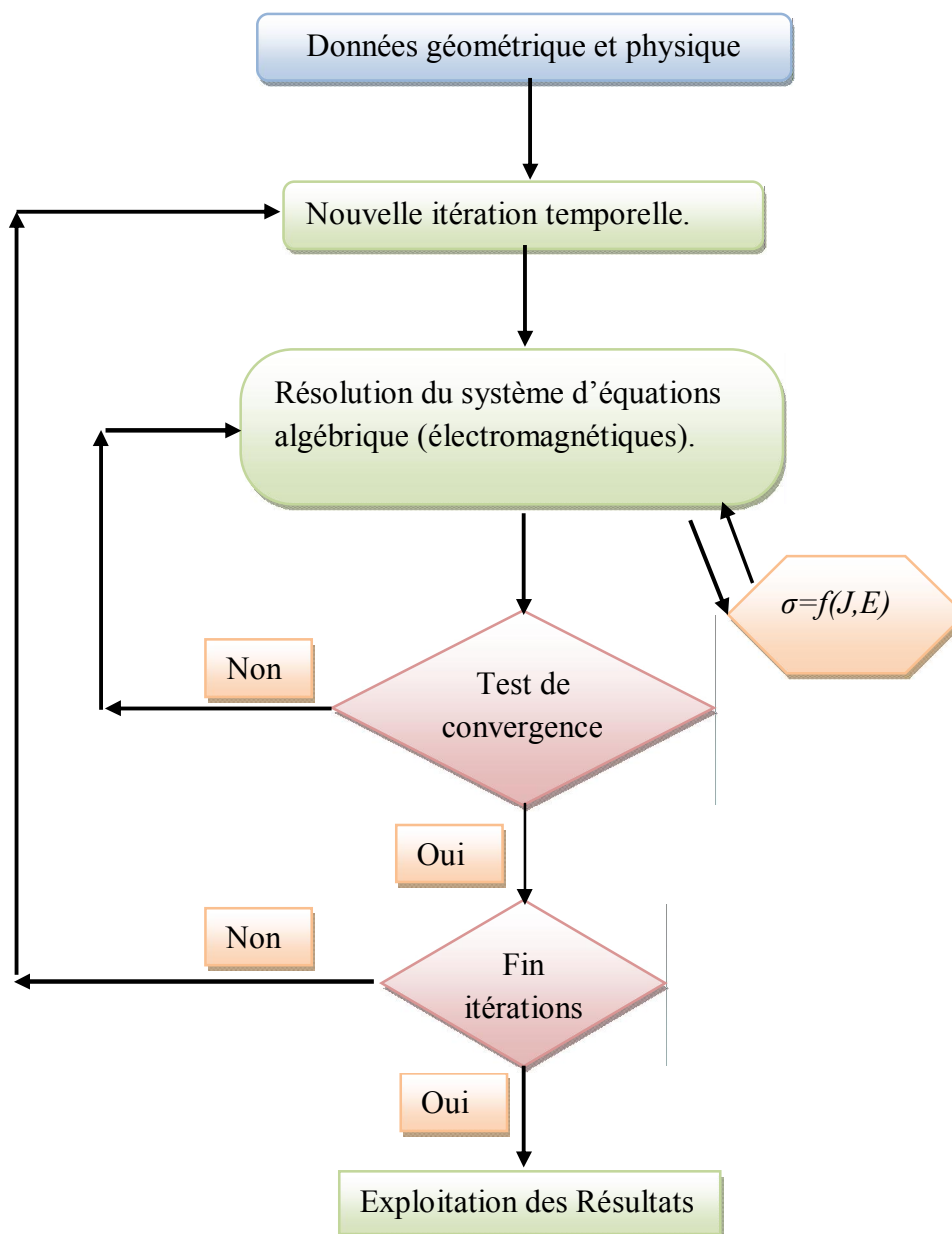


Figure.III.7. Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème électromagnétique

La fonction de chaque bloc peut être résumée comme suit :

Le premier bloc représente la phase de prétraitement du code de calcul. Dans ce bloc on doit affecter les données physiques des régions constituant le domaine d'étude, c'est-à-dire, les propriétés thermiques du matériau supraconducteur. Dans ce bloc, on a récupéré les données géométriques affectées précédemment, dans la résolution du problème électromagnétique, c'est-à-dire qu'on a utilisé le même maillage pour la résolution des problèmes, magnétique et thermique.

Dans le deuxième bloc, le système matriciel, correspondant au problème thermique obtenu après avoir appliqué la méthode des volumes finis, est résolu dans chaque maille qui se trouve à l'intérieur du matériau supraconducteur et à chaque instant par le solveur GS (Gauss Seidel).

Enfin, le bloc des résultats où on récupère la distribution des variables calculées en 3D. principalement, la distribution tridimensionnelle de la température à l'intérieur du matériau supraconducteur.

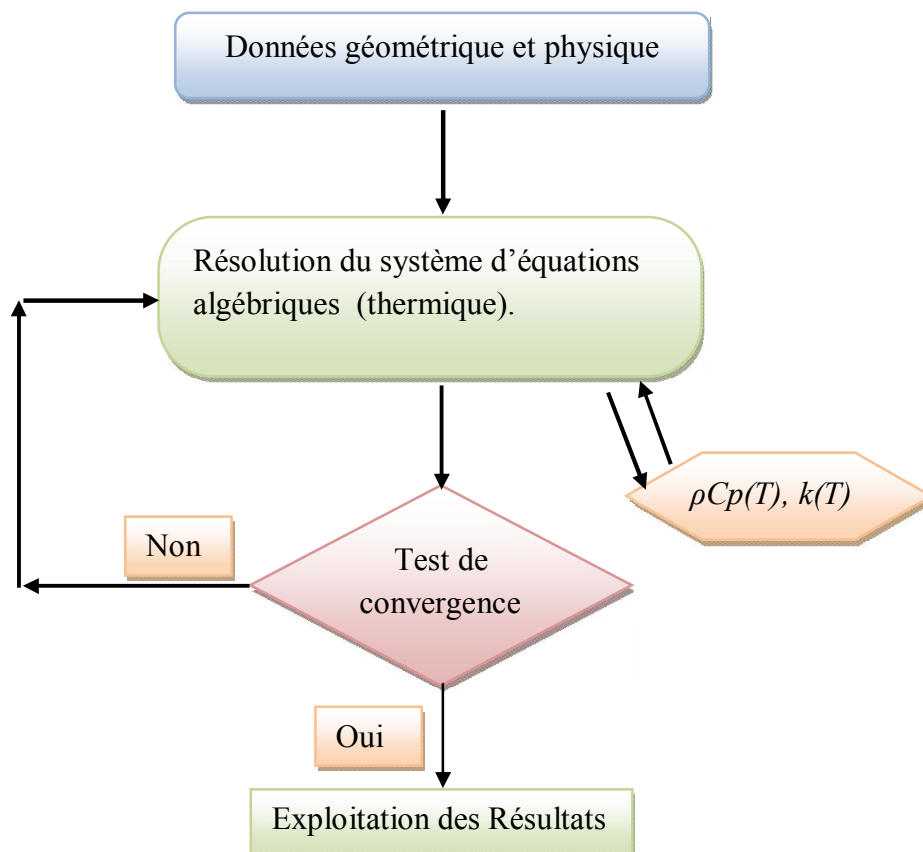


Figure.III.8. Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème thermique.

### III. 4. 2 Couplage électromagnétique-thermique

Après avoir rappelé les formulations électromagnétiques et thermiques pour un système ayant un matériau supraconducteur haute température critique, ainsi, que les méthodes numériques de résolutions des équations aux dérivées partielles caractéristiques des phénomènes physiques traités, nous nous proposons d'en étudier son comportement électromagnétique-thermique. Aussi il est tout naturel de s'intéresser à l'intervention du couplage des deux phénomènes physique en questions.

Il importe, en électromagnétisme, de tenir compte des variations des propriétés physiques en fonction de la température, parmi les quelles nous citerons :

La densité de courant critique  $J_c(T)$ .

Le terme en puissance  $n(T)$  de la caractéristique  $E$ - $J$  du SHTC.

En thermique, on doit tenir compte des variations de la capacité calorifique  $\rho C_p(T)$  et de la conductivité thermique  $\kappa(T)$  en fonction de la température.

A première vue, la température est obtenue après résolution de l'équation de la thermique. Or, dans cette équation, la densité de puissance, due aux pertes engendrées dans le SHTC, est à son tour une fonction de cette même température et bien entendu des caractéristiques électromagnétiques du système, ce qui constitue le lien entre ces deux phénomènes physiques. Ainsi, dans l'étude des systèmes ayant des matériaux SHTC, les équations caractérisant l'évolution spatiale-temporelle des phénomènes électromagnétiques et thermiques, ne peut être résolues séparément, et nécessitent absolument un traitement par un modèle mathématique numérique couplé.

Parmi les modèles mathématico-numériques utilisés pour la modélisation des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés, nous citons :

Le modèle de couplage direct,

Le modèle de couplage alterné dit aussi faible, que nous proposons dans le cadre de ce travail. Dans le modèle de couplage direct, le problème est considéré dans sa globalité : l'ensemble des équations le régissant est résolu dans un même système d'équations, où le couplage apparaît sous forme de termes croisés dans la matrice issue de la formulation numérique. Cette technique de couplage présente l'avantage de ne pas nécessiter de transfert de données ni d'interpolation, donc moins d'erreurs et une grande précision sur les résultats. Toutefois, plusieurs facteurs sont à l'origine du temps de calcul très longs et une occupation mémoire importante.

Le modèle de couplage des équations électromagnétiques et thermiques que nous proposons dans le cadre de ce travail est le mode de couplage alterné. La modélisation qui utilise ce



modèle de couplage alterné (MCA) permet de résoudre séparément les problèmes électromagnétique et thermique. Le couplage se fait alors par le transfert des données de l'un des deux problèmes vers l'autre. Ce mode de couplage est plus simple à mettre en œuvre puisque l'échange des informations est unilatéral au cours d'un pas de temps. Il s'applique bien au couplage thermique car les constantes de temps sont généralement grandes comparées aux constantes de temps électriques. Il permet également un gain de mémoire par rapport au mode de couplage fort car la matrice, issue de la formulation numérique, à résoudre est de taille plus petite.

Le mode de couplage alterné a donc été retenu, nous tenons à signaler que dans les travaux de modélisation des phénomènes électromagnétique et thermiques couplés, trouvés dans la littérature, utilisent ce mode de couplage. L'algorithme de ce mode de couplage est représenté sur la Fig.III.9.

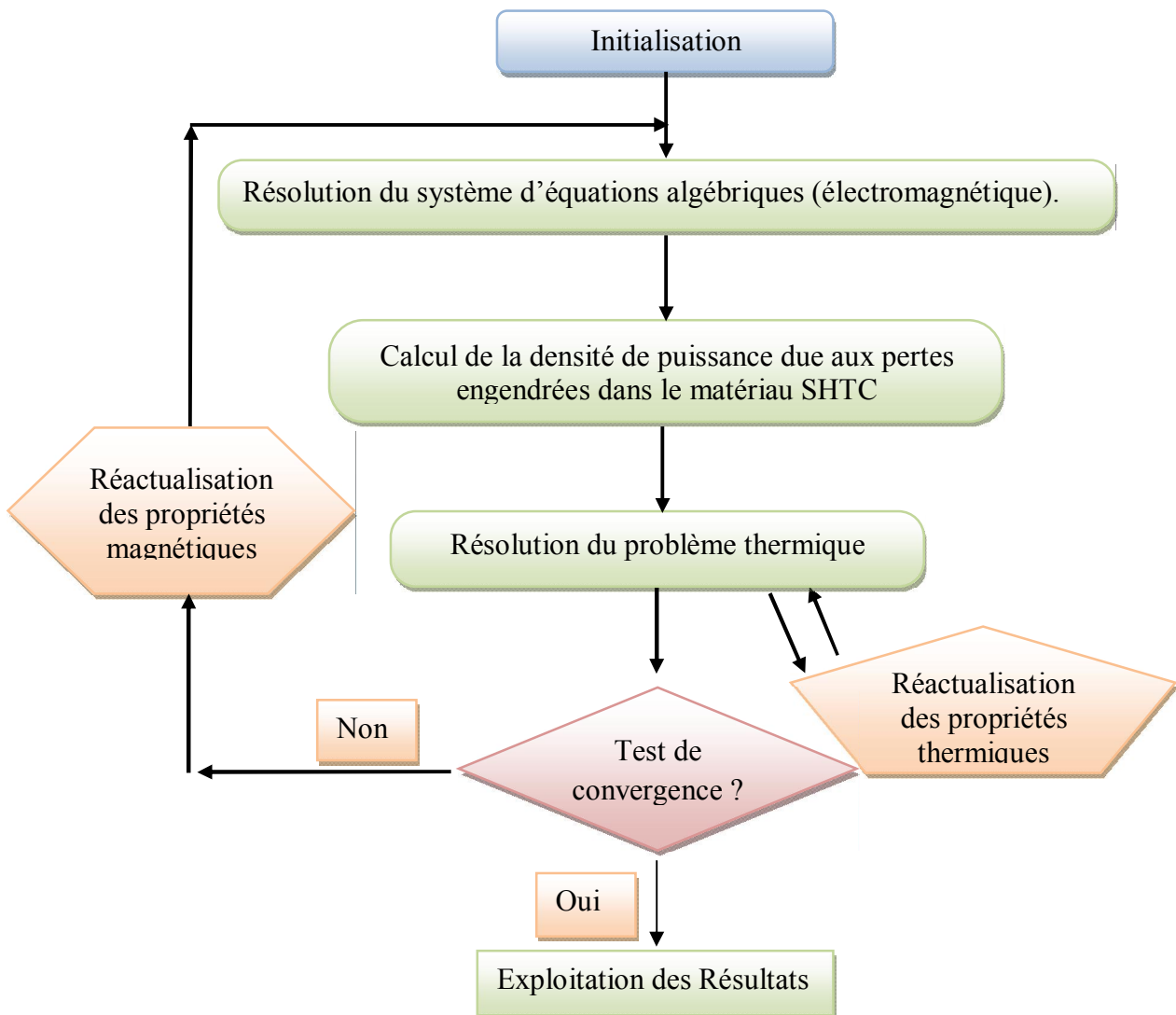


Figure.III.9. Organigramme utilisé pour calculer la solution du système couplé magnétothermique au sein d'un supraconducteur.

---

## Chapitre IV.

### APPLICATIONS ET VALIDATIONS

IV.1	introduction	65
IV.2	Modélisation de l'aimant permanent	66
IV.3	Validation du modèle mathématico-numérique développé	67
IV.4	Résultats de simulation d'un système de lévitation	70
IV.5	Effet de la densité de courant critique	77
IV.6	Simulation des systèmes de guidage magnétique	83
IV.6.1	dans le cas d'un déplacement latéral	83
IV.6.2	dans le cas d'un déplacement vertical suivi d'un déplacement latéral	89
IV.6.3	Effet de la densité de courant critique $J_c$	92
IV.6.4	Effet des dimensions géométriques du supraconducteur	92
IV.7	Vibration libre et forcé	94
IV.7.1	Vibration verticale libre	94
IV.7.2	Vibration verticale libre avec un mouvement verticale imposé du supraconducteur	96
IV.7.3	Vibration libre de l'aimant avec un mouvement latérale imposé du supraconducteur	100
IV.7.4	Effet de la perturbation extérieur sur un système de guidage magnétique	102
IV.8	Etude d'un système de lévitation magnétique composé d'une raille magnétique.	105
IV.9	simulation d'un inducteur de la machine	109

*Nous présentons dans ce chapitre les résultats des simulations obtenus à partir du code numérique développé et implémenter sous l'environnement MATLAB. Les résultats de simulation à caractère magnétique et thermique seront largement présentés. Trois principales applications ont été adoptées pour valider l'ensemble des modèles mathématiques et numériques développés. Dans la première application, il s'agit de l'étude de l'interaction entre aimant permanent et un supraconducteur à haute température, dans la seconde on s'intéresse à l'étude des systèmes de guidage magnétique, dans la troisième application, on c'est intéressé à l'étude des machines électrique conçus à partir des supraconducteurs.*

### IV. I. Introduction

Plusieurs systèmes ont été proposés pour réaliser des systèmes en suspensions magnétiques. Les plus utilisés sont les systèmes passifs qui exploitent les forces d'interactions produites par les aimants permanents communément [Furlani 01]. Ces systèmes présentent un inconvénient majeur est qui consiste à ne pas assurer l'auto-stabilité du système en lévitation. Avec l'apparition des matériaux supraconducteurs à haute température critique en 1986, les systèmes passifs ont été remplacés par des systèmes où la suspension magnétique est produite par l'interaction entre un aimant permanent et un supraconducteur à haute température critique. Ces systèmes présentent l'avantage d'assurer l'auto stabilité grâce aux propriétés fondamentales des matériaux supraconducteurs à haute température critique.

La conception de tels systèmes nécessite d'évaluer avec exactitude les forces d'interactions (verticales et latérales) dans le but d'optimiser ces systèmes d'une part, et d'autre part de déterminé la portée des systèmes. Plusieurs travaux de recherche ont été proposés pour calculer les forces d'interactions produites. Dans ces travaux, les méthodes analytiques et numériques sont adoptées pour traiter seulement les problèmes monodimensionnels ou bidimensionnels. Dans ce cas, seule la force d'interaction verticale peut être calculée.

Dans le but de calculer les forces d'interactions, verticales et latérales, nous avons opté au développement d'un modèle numérique tridimensionnel basé sur la méthode des volumes finis. Les résultats à caractère magnétique et thermique sont présentés dans la partie ci-dessous :

## IV. 2. Modélisation de l'aimant permanent

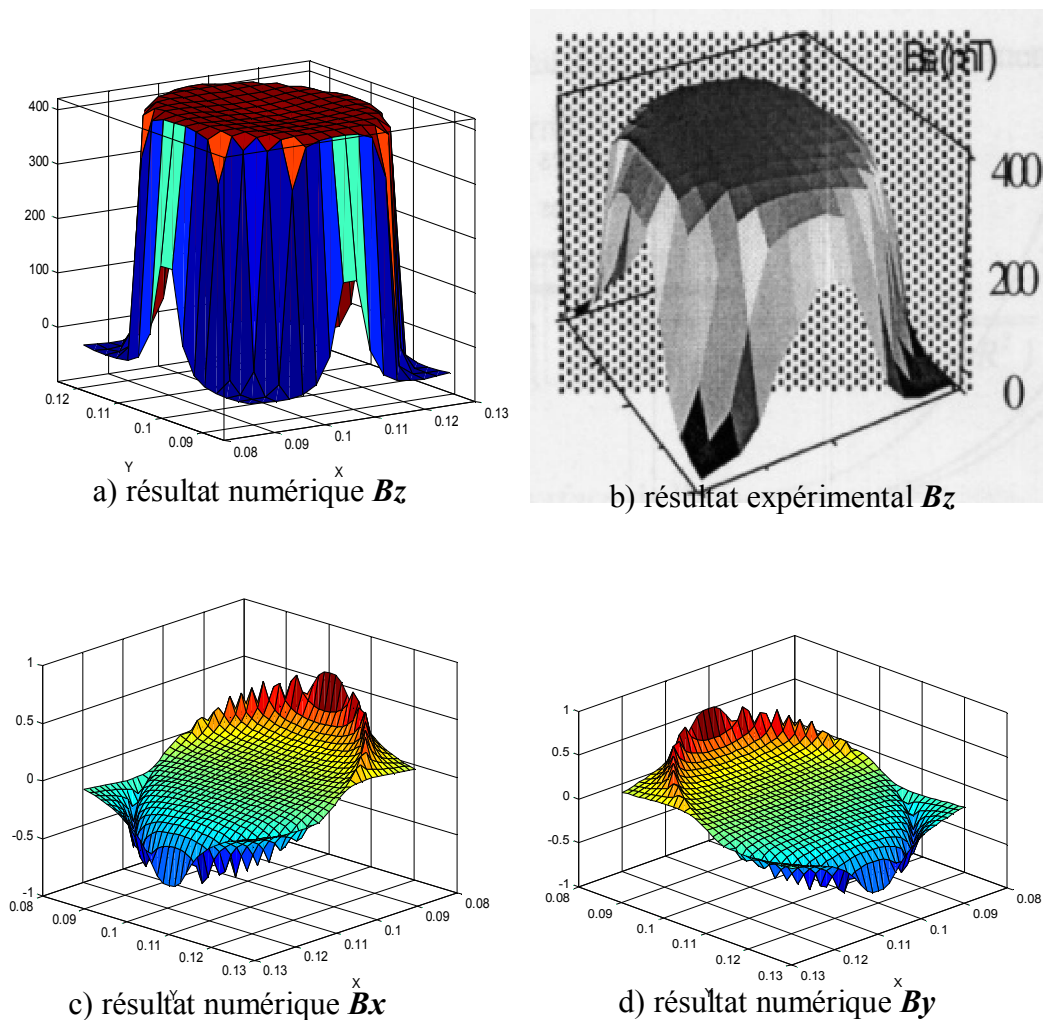


Fig. IV.1. Induction magnétique  $B$  calculé et mesuré sur une distance de  $0.5 \text{ mm}$  au dessus de l'aimant permanent.

Dans les systèmes en lévitation électromagnétique étudiés, l'aimant permanent est considéré comme une source d'énergie. Deux méthodes peuvent être utilisées pour la modélisation des aimants permanents. Dans la première méthode, l'aimant permanent est remplacé par une succession de  $ns$  spires traversées par un courant (il s'agit du modèle Ampérien) [Fou 00]. Dans la seconde, l'aimant permanent est remplacé par une distribution équivalente de charges magnétiques (modèle Coulombien) [ALLAG 06, 08].

Dans le cadre de ce travail, nous avons choisi la première méthode pour modéliser l'aimant permanent (voir chapitre II, paragraphe II. 2.4).

La figure IV.1 représente la répartition spatiale de l'induction magnétique  $\mathbf{B}$  calculée et mesurée [Fou 00] au dessus de l'aimant permanent et sur une distance de  $0.5mm$ . L'aimant permanent d'aimantation  $M = 4.3 \times 10^5 \text{ A/m}$ , de rayon  $R = 4 \text{ cm}$  et de hauteur  $h = 1 \text{ cm}$  est modéliser par une densité de courant  $J = 4.3 \times 10^5 \text{ A/m}^2$ . La confrontation entre les résultats expérimentale et de simulation est très satisfaisante.

### IV. 3. Validation du modèle mathématico-numérique développé

Avant de présenter les résultats obtenus par les modèles mathématico-numériques développés, nous avons d'abord validé les modèles développé par la confrontation entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux. Ces derniers, ont été obtenus par des essais expérimentaux trouvés dans la littérature. Dans cette confrontation, nous avons utilisé la force d'interaction verticale déduite par :

$$F_z(\text{force verticale}) = \iiint_V (J_x B_y - J_y B_x) dV \quad (\text{IV.1})$$

Dans cette expérience, l'aimant permanent placé sur une distance initiale de  $25 \text{ mm}$  se rapproche progressivement du supraconducteur avec une vitesse constante  $v = 0.01225 \text{ m/s}$  jusqu'à une position finale de  $0.5 \text{ mm}$ . Sur cette position, l'aimant permanent sera maintenu. Le système de lévitation étudié ainsi que ces propriétés physiques et géométriques sont respectivement présentés dans la Fig. IV. 2 et le tableau IV.1.

Tableau IV. 1 : Propriétés physiques et géométriques de l'aimant et du supraconducteur

Propriété physique et géométrique de l'aimant permanent	Propriété physique et géométrique du supraconducteur
	Hauteur h : 2.5 mm
	Rayon R : 9 mm
Aimantation $M_0$ : $6.7641 \times 10^5 \text{ A/m}$	Courant critique $J_c$ : $1.55 \times 10^7 \text{ A/m}^2$
Epaisseur : 22.5mm	champ électrique critique : $10^4 \text{ V/m}$
Rayon : 12.5mm	Résistivité de Flux Flow : $10^{-10} \Omega.m$
	Potentiel de profondeur : 0.096 eV
	Constant de Boltzmann : $1.38022 \times 10^{-23}$

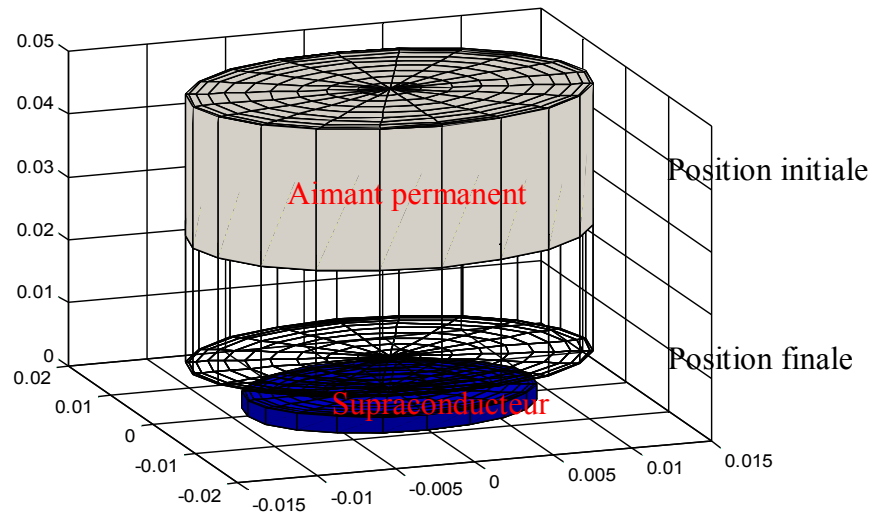


Fig. IV.2: system de lévitation magnétique: supraconducteur et aimant permanent

La figure IV.3 présente la force d'interaction verticale calculée et mesurée en fonction de la distance entre aimant et supraconducteur. Selon les résultats présentés on peut dire que la corrélation entre les deux résultats (numérique et expérimentale) est très satisfaisante. On peut dire aussi que la force de lévitation produite augmente durant le processus du rapprochement jusqu'à atteindre une valeur maximale de  $1.78\text{ N}$  sur une distance de  $0.5\text{ mm}$ . À partir de cette valeur et sur cette même distance, la force de lévitation verticale diminue progressivement avec le temps. Ce phénomène connu sous le nom de relaxation [Postrekhin 01] sera largement présenté dans le VI.5.

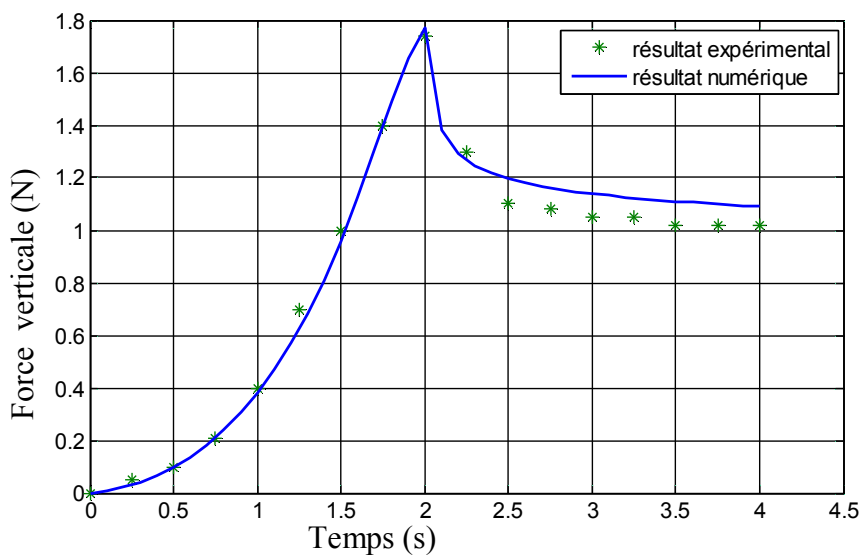


Fig. IV.3: Comparaison entre les résultats numérique et expérimental [Nagaya 2006<sup>a,b</sup>].

Le second test de validation concerne une géométrie cylindrique de la pastille supraconductrice [Fou 00]. La figure VI.4 représente la force d'interaction verticale en fonction de l'écart aimant-supraconducteur calculée et mesurée [Fou 00]. Dans cette expérience, l'aimant est approché à partir d'une distance lointaine (refroidissement hors champ magnétique) du supraconducteur puis éloigner. La vitesse de l'aimant reste la même durant tout son déplacement ( $1 \text{ mm/s}$ ). La distance minimale entre l'aimant et le supraconducteur est de  $3 \text{ mm}$ . Le supraconducteur caractérisé par une densité de courant critique  $J_c = 9 \times 10^7 \text{ A/m}^2$  et l'aimant d'aimantation de  $1,1 \text{ T}$ , ont respectivement un rayon de  $10.5 \text{ mm}$  et de  $11 \text{ mm}$  et une épaisseur de  $10 \text{ mm}$  et de  $20 \text{ mm}$ .

En comparant les deux allures de la figure IV.4, on peut dire que la corrélation entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux pour le calcul de la force est très satisfaisante. La valeur de l'erreur absolue maximale durant le processus du rapprochement de l'aimant est de  $0.90 \text{ N}$ , cette valeur égale à  $0.77 \text{ N}$  durant le processus de l'éloignement de l'aimant. La succession des phases d'approche et de retrait fait apparaître un cycle, appelé cycle majeur d'hystérésis. Ce phénomène est une caractéristique des supraconducteurs.

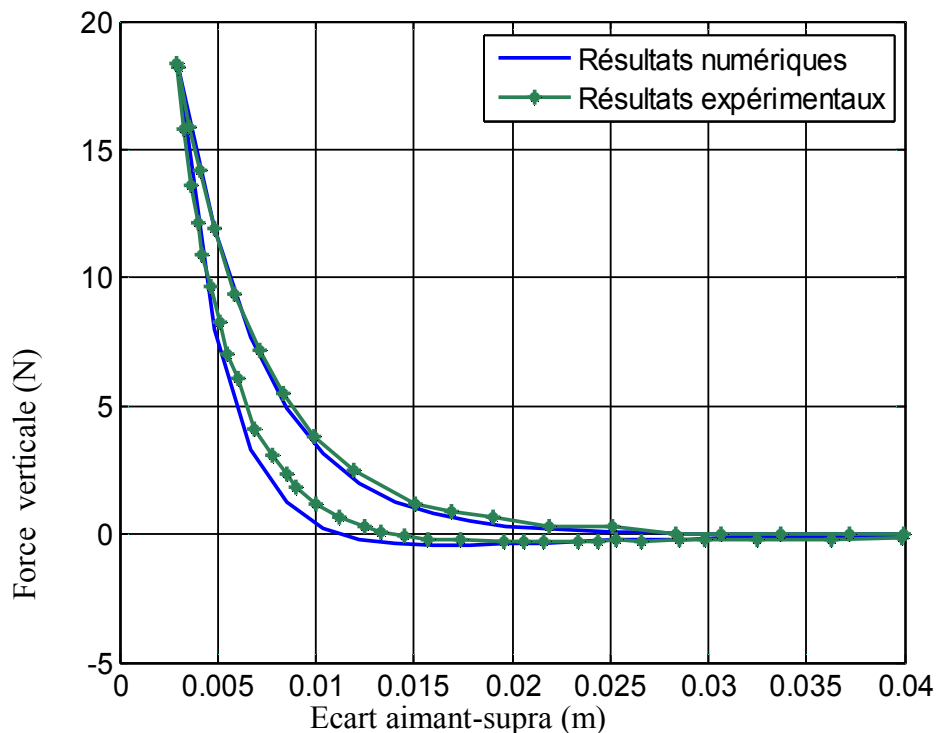


Figure. IV.4: Force verticale exercée entre l'aimant et le supraconducteur.

#### IV. 4. Résultats de simulation d'un système en lévitation

Dans cette partie nous présentons les résultats de simulation d'un système en lévitation dans le cas d'un déplacement vertical. L'expérience consiste à approcher l'aimant à partir d'une distance supposée lointaine (refroidissement hors champ magnétique) du supraconducteur puis l'éloigner. La vitesse de l'aimant reste la même durant tout son déplacement ( $1 \text{ mm/s}$ ). La distance minimale entre l'aimant et le supraconducteur est maintenue à  $3 \text{ mm}$ . Le supraconducteur caractérisé par une densité de courant critique  $J_c = 5 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$  et l'aimant d'aimantation de  $1,1 \text{ T}$ , ont respectivement un rayon de  $10.5 \text{ mm}$  et de  $11 \text{ mm}$  et une épaisseur de  $10 \text{ mm}$  et de  $20 \text{ mm}$  (Fig.IV.5).

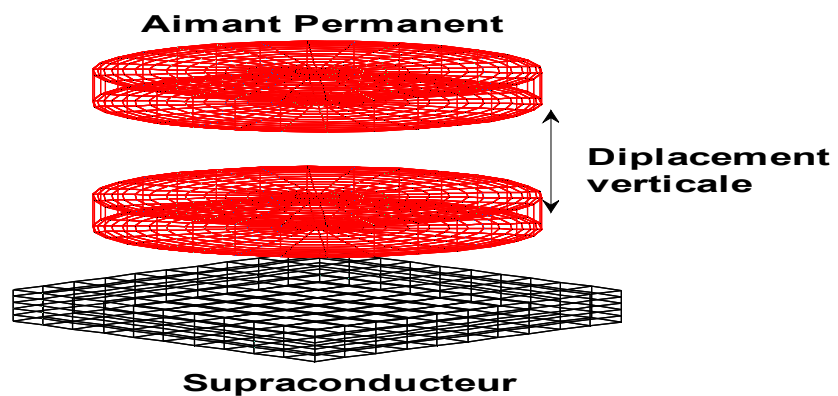


Figure. IV.5: system de lévitation magnétique: supraconducteur et aimant permanent.

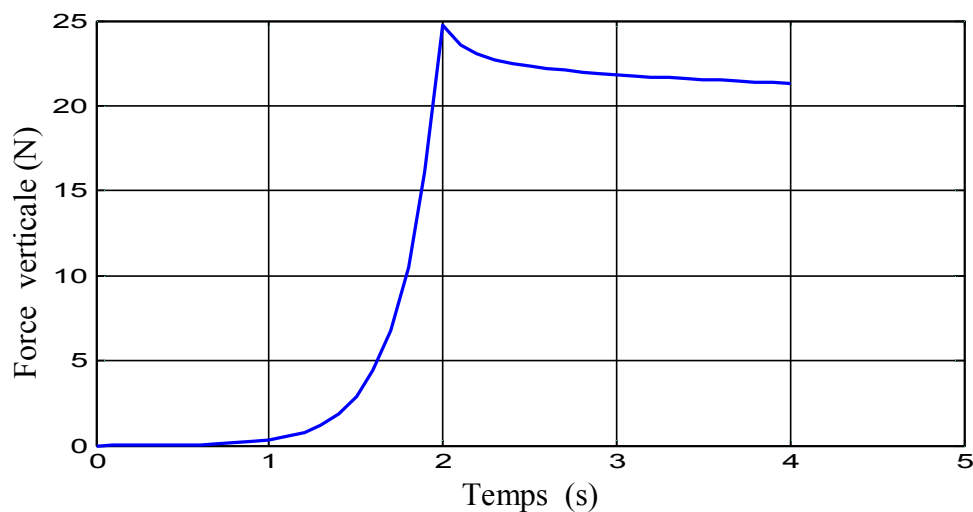


Figure. IV.6: Force verticale exercée entre l'aimant et le supraconducteur.



La figure IV.6 présente la force d'interaction verticale produite entre aimant et supraconducteur. Selon les résultats présentés on peut dire que la force produite est de nature répulsive. Dans le but d'expliquer la nature de la force produite, nous avons calculée la répartition des courants induits à l'intérieur du supraconducteur présentée dans la Fig.IV.7. Ces courants ne cessent d'augmenter avec le rapprochement de l'aimant permanent ce qui a provoqué une augmentation importante de la force de lévitation verticale définie par l'interaction entre le champ d'induction magnétique et la densité des courants induits au sein de la pastille supraconductrice. Ces courants atteignent un maximum de  $5 \times 10^7$  A/m<sup>2</sup> avec une répartition symétrique et plus importante à l'intérieur du supraconducteur à l'instant  $t = 2$  s c'est-à-dire à l'instant où l'aimant atteint un écart minimale de 3mm. A cette position, l'aimant permanent est maintenu, la force de lévitation commence à décroître (le phénomène de relaxation de la force de lévitation apparaît) ceci est due a l'absence de la variation du champ magnétique d'excitation produite par l'aimant permanent, ainsi les courants induits cessent d'augmenter et commencent à décroître avec le temps avec l'apparition de l'effet résistif des régimes flux-flow-Creep traduit par le modèle en puissance E-J présenté précédemment.

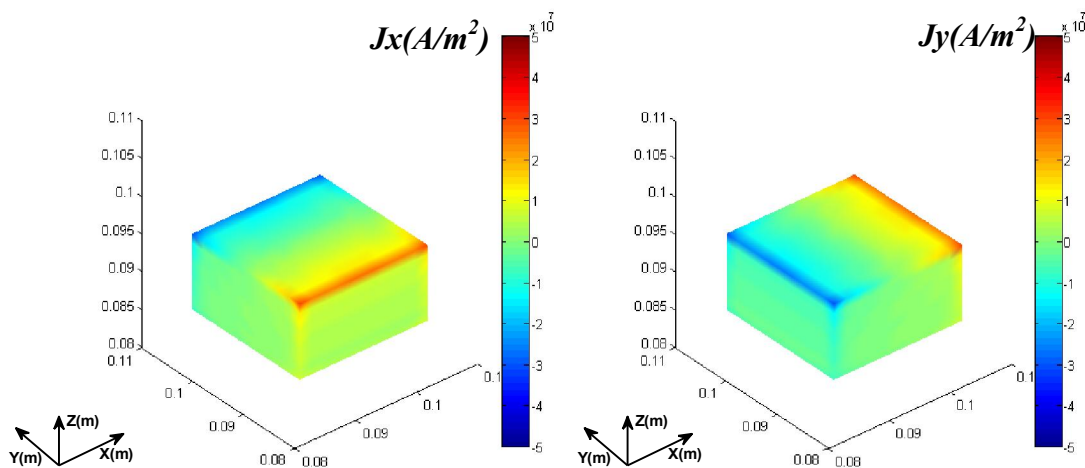


Figure. IV.7a: Répartition de la densité de courant (les composantes  $J_x$   $J_y$ ) a  $t=1$ s.

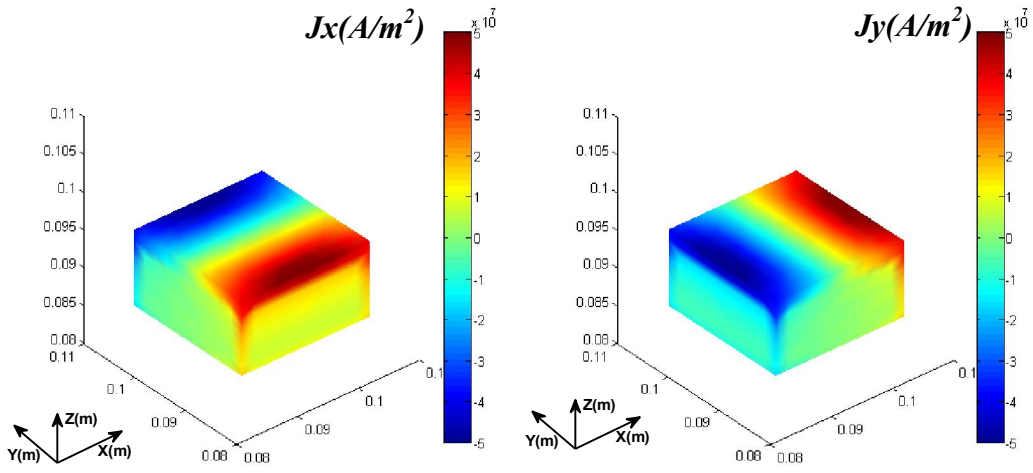


Figure. IV.7b: Répartition de la densité de courant (les composantes  $J_x$   $J_y$ ) a  $t=1.5s$ .

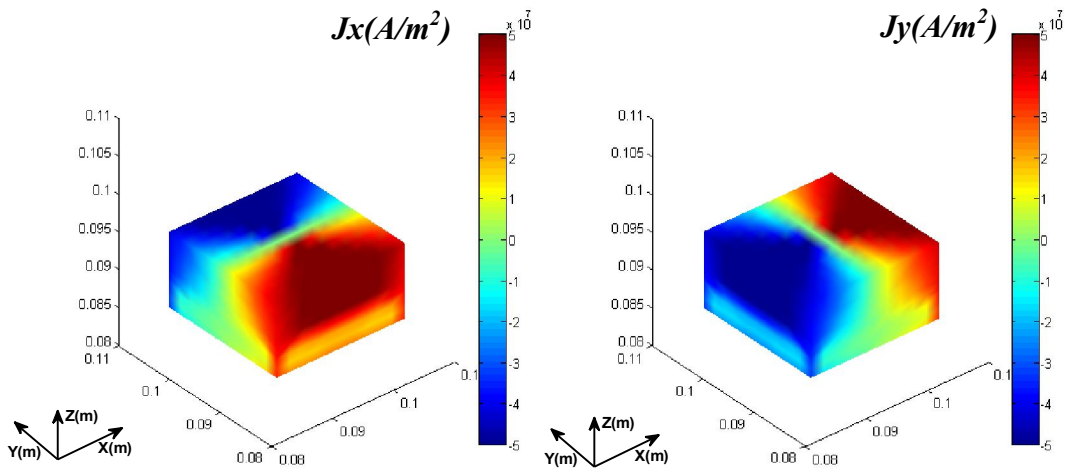


Figure. IV.7c: Répartition de la densité de courant (les composantes  $J_x$   $J_y$ ) a  $t=2s$ .

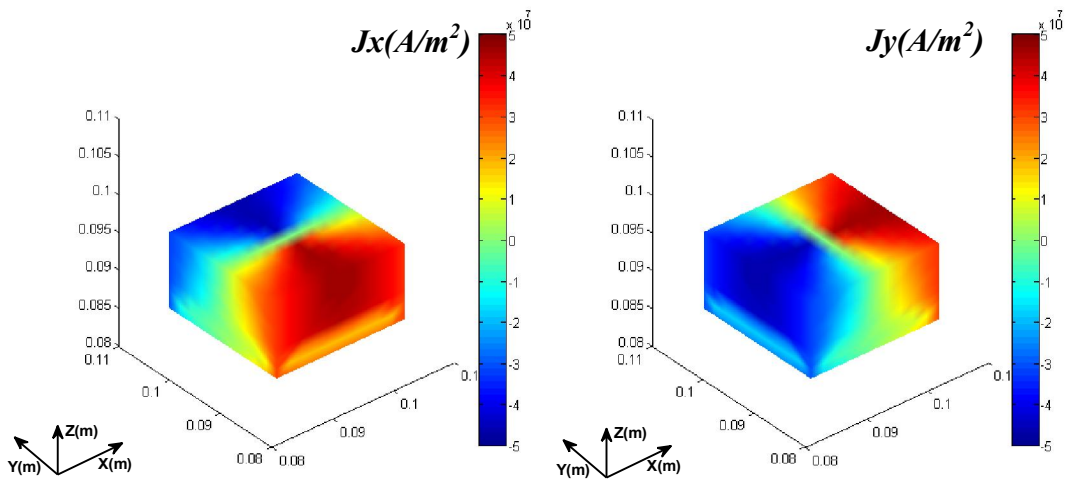


Figure. IV.7d: Répartition de la densité de courant (les composantes  $J_x$   $J_y$ ) a  $t=3s$ .

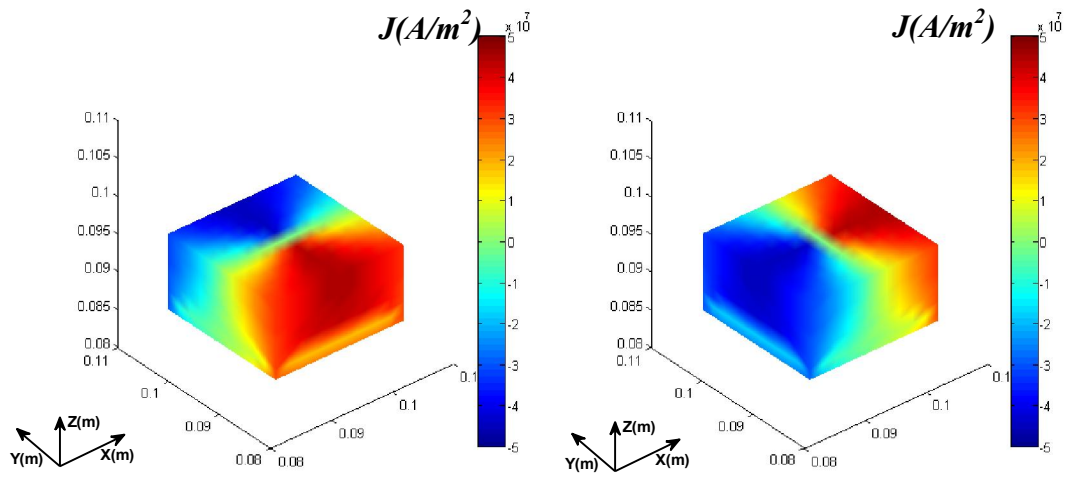


Figure. IV.7e: Répartition de la densité de courant (les composantes  $J_x$   $J_y$ ) a  $t=4s$ .

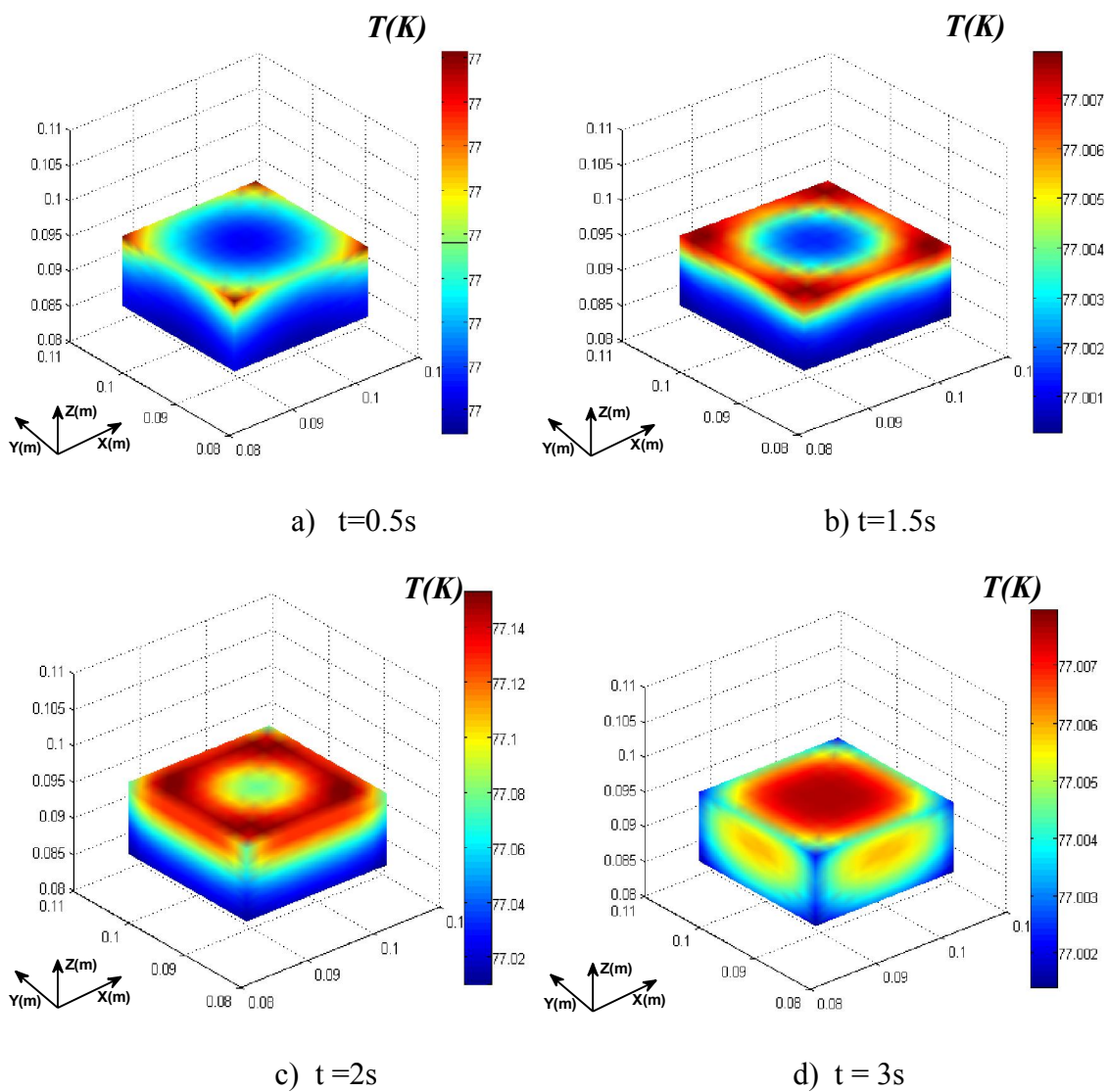


Figure. IV.8. Répartition de la température à l'intérieur de la pastille supraconductrice

Afin d'étudier le comportement thermique du supraconducteur, nous avons calculée la répartition de la température au sein du supraconducteur (Fig.IV.8). Ces figures montrent que la température atteinte n'est pas très importante, elle atteint une valeur maximale de  $77.14 K$  à l'instant  $t = 2s$  puis elle décroît pour atteindre une valeur de  $77.04K$  à  $t = 3s$ , cela revient d'une part, à la diminution des courants induits à partir de  $t = 2s$  ainsi que les pertes engendrées et d'autre part à l'augmentation du transfert de chaleur avec le fluide cryogénique utilisé pour le refroidissement (Azote liquide). La répartition de la température n'est pas homogène, elle est plus importante dans la zone la plus proche de l'aimant (la source du champ magnétique).

Cette augmentation n'influe pas sur la valeur de la densité de courant critique  $J_c$  et le coefficient  $n$  dans le modèle en puissance utilisé pour décrire la relation E-J (I. 7). Ceci mène à dire que l'effet thermique dû aux régimes flux-flow-Creep peut être alors négligé dans l'étude de la dynamique d'un système en lévitation étudié.

Plusieurs travaux expérimentaux ont montré qu'un cycle d'hystérésis apparaît lors de la phase du rapprochement et du retrait d'un aimant permanent au dessus d'un supraconducteur [Wang 01] [Wang 03]. Afin de reproduire ce cycle, nous avons calculée la force de lévitation verticale produite dans le système de lévitation précédent mais avec une phase de retrait qui suit directement la phase du rapprochement. La figure IV.9 présente la variation de la force de lévitation en fonction du temps et du déplacement de l'aimant. Selon ces résultats, on constate que la force de lévitation augmente progressivement avec le rapprochement de l'aimant jusqu'à atteindre une valeur maximale de  $25 N$  à l'instant  $t = 2s$  et à la position  $z = 3 mm$ , dans ces conditions, la portée du système peut atteindre  $2.5 Kg$ .

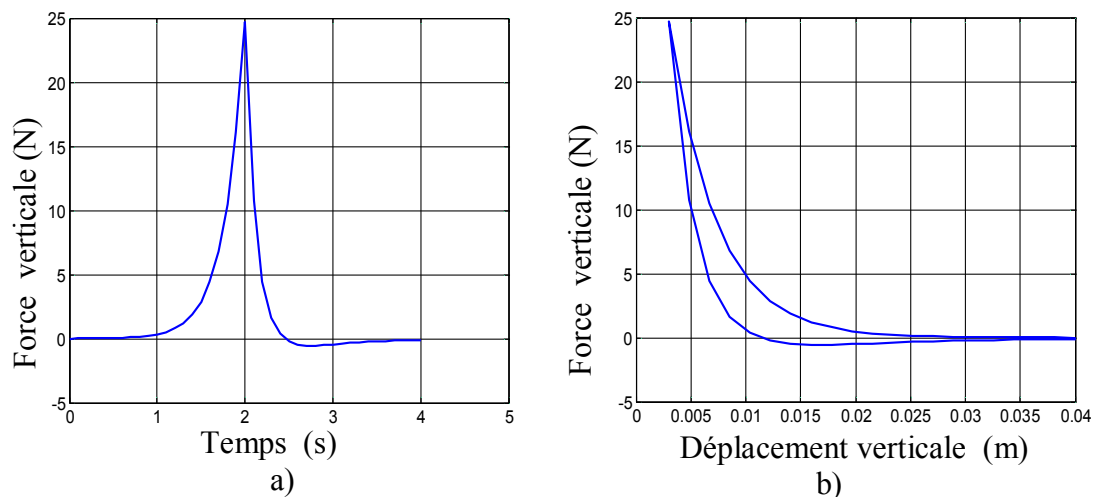


Figure. IV.9: Force verticale exercée entre l'aimant et le supraconducteur pour essai hystérésis.

La force de lévitation produite est de nature répulsive durant la phase du rapprochement et elle devient attractive durant la phase de retrié à partir de la distance de 12 mm et à l'instant  $t = 2.5s$ .

Selon le cycle de force obtenu, on constate que pour la même position de l'aimant, la force de lévitation produite lors du rapprochement est plus importante à celle produite lors de la phase de retrié, cette différence explique l'apparition du cycle de force, ceci est dû principalement à la répartition des courants au sein du supraconducteur. Afin d'expliquer ce phénomène, nous avons calculé la répartition spatiale des courants supraconducteurs.

La Fig.IV.10 présente la répartition des courants supraconducteurs durant les phases du rapprochement et du retrié et aux instants  $t = 1.5s$ ,  $t = 2.5s$ , et  $t = 3s$ . Durant la première phase qui s'étale entre  $t = 0s$  et  $2s$ . Les courants supraconducteur ne cessent d'augmenter avec le rapprochement de l'aimant mais en gardant le même sens (Fig.IV.10.a). Cette augmentation provienne de l'augmentation de la variation du champ magnétique, cela justifie la croissance de la force de lévitation tout en conservant une nature répulsive. Durant la phase de retrié de l'aimant permanent à partir de l'instant  $t = 2s$ , le champ magnétique décroît et la variation du champ magnétique change de signe ainsi que les courants supraconducteurs sur la partie la plus exposée a cette variation (Fig.IV.10.b, Fig.IV.10.c), ceci a provoqué une diminution dans la valeur de la force de lévitation à un écart donné. Cette propriété remarquable des supraconducteurs est très importante dans les applications des supraconducteurs en lévitation magnétique car elle permet d'assurer la stabilité du système en lévitation. A partir de l'instant  $t = 4s$ , la répartition des courants supraconducteurs reste inchangée tout-en conservant une densité de courant maximal  $J = 5 \times 10^7 \text{ A/m}^2$  et la force de lévitation s'annule avec l'annulation du champ magnétique  $\mathbf{B}$  créé par l'aimant (l'aimant est placé sur une distance lointaine).

Dans le but d'étudier l'influence de l'effet thermique sur la dynamique du système en lévitation étudié, nous avons calculé la répartition spatiale de la température à l'intérieur d'un supraconducteur aux instants  $t = 3s$  et  $t = 4s$ . Selon les résultats présentés, on constate que la température atteinte n'est pas considérable, elle atteint une valeur maximale de  $77.012 \text{ K}$  à l'instant  $t = 3s$  et de  $T = 77.003 \text{ K}$  à l'instant  $t = 4s$ . Cette augmentation n'influe pas sur le comportement magnétique des matériaux supraconducteurs, on peut dire ainsi que l'effet thermique dans ces conditions peut être négligé.

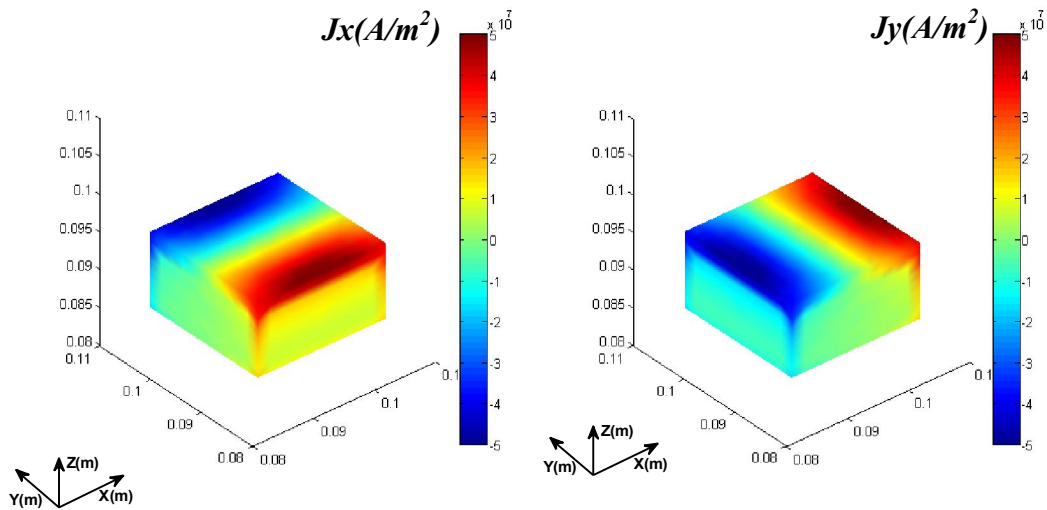


Figure. IV.10a: Répartition de la densité de courant (les composantes  $J_x$   $J_y$ ) a  $t=1.5s$ .

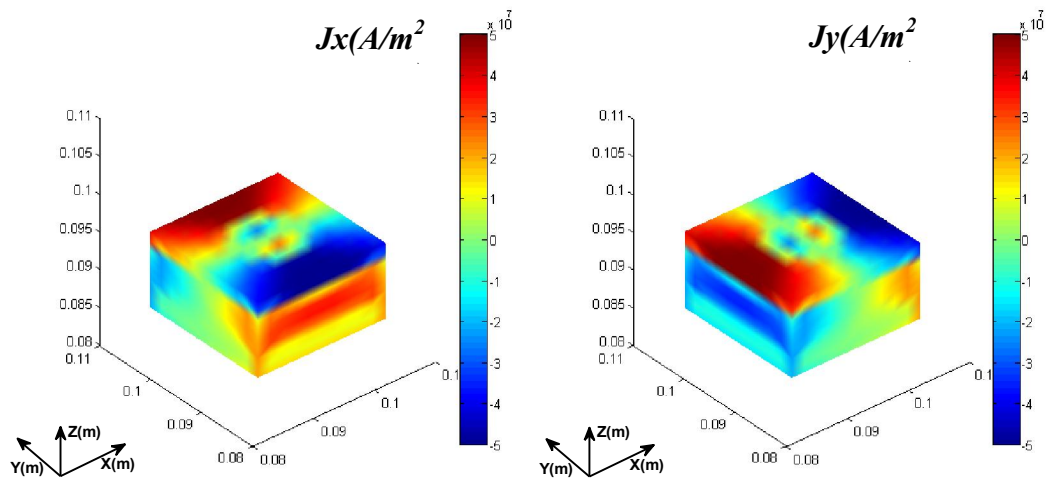


Figure. IV.10b: Répartition de la densité de courant (les composantes  $J_x$   $J_y$ ) a  $t=2.5s$ .

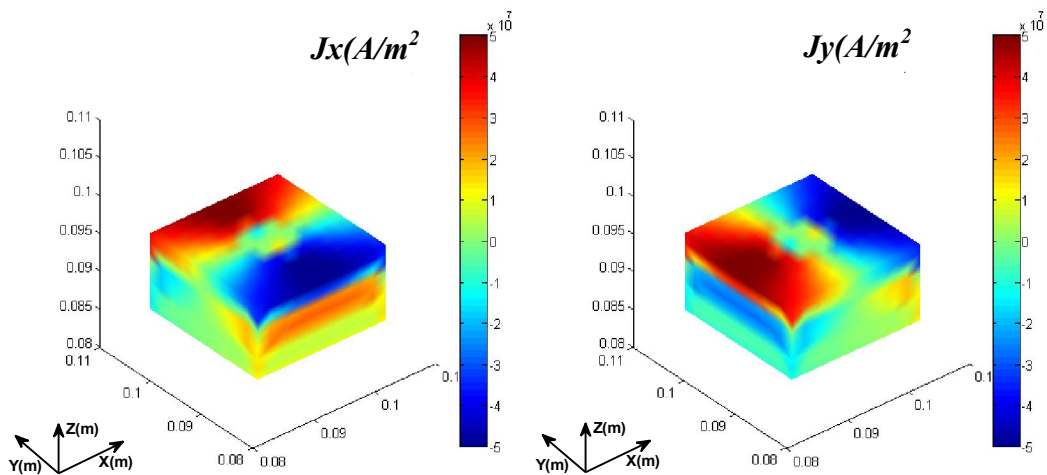


Figure. IV.10c: Répartition de la densité de courant (les composantes  $J_x$   $J_y$ ) a  $t=3s$ .

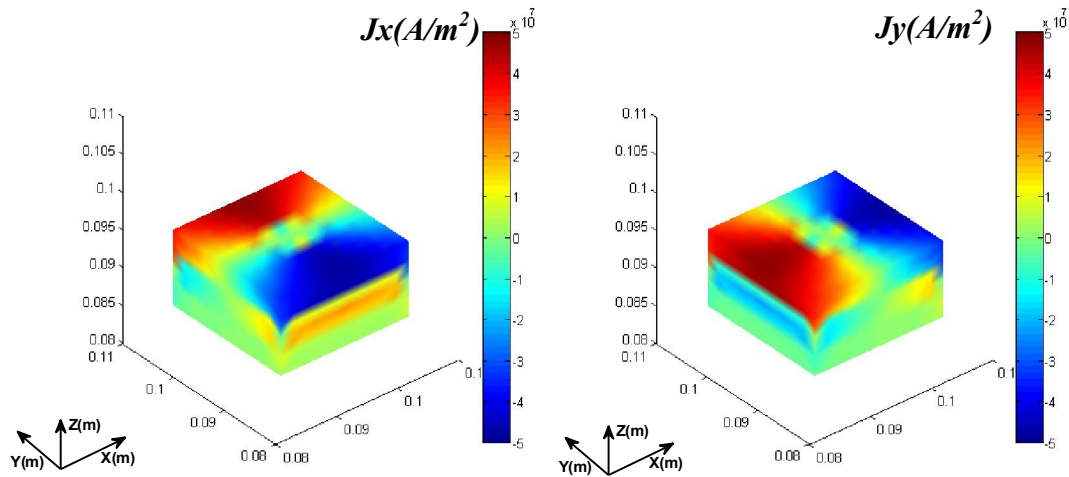


Figure. IV.10d: Répartition de la densité de courant (les composantes  $J_x$   $J_y$ ) a  $t=4s$ .

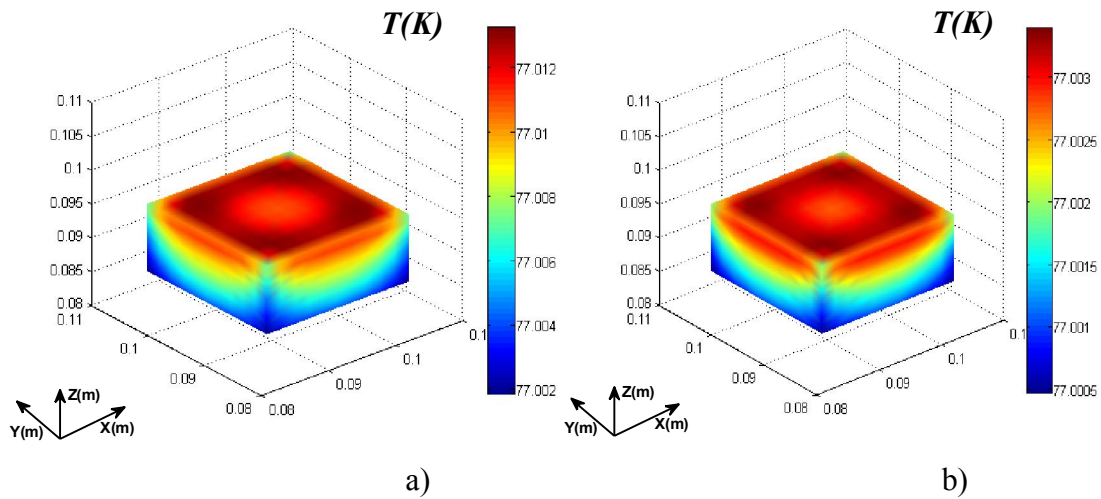


Figure. IV.11 : Répartition de la température à l'intérieur de la pastille supraconductrice (a:  $t=3s$ , b:  $t=4s$ ) pour essai hystérésis.

## IV. 5. Effet de la densité de courant critique

Plusieurs travaux expérimentaux ont montré que les propriétés physiques des matériaux supraconducteurs ont une influence sur la force de lévitation produite, principalement la valeur de la densité de courant critique  $J_c$ . Pour étudier ce comportement des supraconducteurs on a calculé la force de lévitation pour des différentes valeurs de  $J_c$  respectivement de :  $4 \times 10^7$ ,  $6 \times 10^7$ ,  $8 \times 10^7$ ,  $1 \times 10^8$ ,  $1.2 \times 10^8$ ,  $1.4 \times 10^8$   $A/m^2$ .

La Fig.IV.12 représente la variation du cycle de force de lévitation produit durant les processus du rapprochement et du retri pour différentes valeurs de  $J_c$ . Selon les résultats présentés, on constate que l'épaisseur du cycle dépend de la valeur de la densité de courant critique  $J_c$ , il devient très étroit pour les valeurs importantes de  $J_c$  et très large pour les faibles valeurs de  $J_c$ . Ceci peut influencer sur la stabilité du système en lévitation, en effet, le cycle de force le plus large assure une meilleure stabilité du système en lévitation, ceci est obtenu alors à partir des supraconducteurs ayant des faibles valeurs de  $J_c$ . Concernant la nature de la force, quelque soit la valeur de  $J_c$ , la force de lévitation est toujours de nature répulsive durant la phase du rapprochement, cependant, la valeur de  $J_c$  influe sur la nature de la force durant la phase de retri où elle devient plus attractive pour les faibles valeurs de  $J_c$  et répulsive pour les grandes valeurs de  $J_c$ .

La valeur de  $J_c$  influe sur la valeur maximale de la force de lévitation maximale produite comme montré dans le Fig. IV.13 Elle devient plus importante pour les grandes valeurs de  $J_c$ , en effet, elle est de 23 N pour  $J_c = 4 \times 10^7 \text{ A/m}^2$  et de 44 N pour  $J_c = 1.4 \times 10^8 \text{ A/m}^2$ .

En conclusion on peut dire alors que l'augmentation de la valeur de la densité de courant critique  $J_c$  augmente la portance du système en lévitation. Cependant, cette augmentation n'assure pas une meilleure stabilité du système en lévitation.

La Fig.IV.13 représente la variation de la force de lévitation en fonction de l'écart aimant-supra durant la phase du rapprochement pour les différentes valeurs de  $J_c$ . à l'instant  $t = 2s$ , l'aimant est maintenu en dessus du supraconducteur. Selon les résultats obtenus, on peut dire qu'il existe un écart entre les forces de lévitation calculées pour les différentes valeurs de  $J_c$ , cet écart apparaît à l'instant  $t = 1.5s$  et il devient plus important avec l'augmentation de la valeur de  $J_c$ .

Selon les résultats des simulations présentés dans la Fig.IV.13 On constate que la force de lévitation maximale obtenue à l'écart minimal entre aimant-supra avant relaxation augmente avec l'augmentation de la valeur de  $J_c$  (Fig.IV.14) [ Zhao 07], il est de même pour la valeur de la force atteinte après relaxation. Quelque soit la valeur de  $J_c$ , le phénomène de relaxation apparaît, ce dernier apparaît toujours à l'instant  $t = 2s$ . Pour montrer l'influence de la valeur de  $J_c$  sur le phénomène de relaxation, nous avons calculé l'écart entre la force de lévitation maximale après et avant relaxation en fonction de la densité de courant critique  $J_c$  présenté dans la Fig.IV.15 selon ces résultats, on remarque que le phénomène de relaxation diminue avec l'augmentation de la densité de courant critique  $J_c$ . Ceci peut être expliqué par la dépendance en densité de courant critique de la pénétration du champ magnétique, en effet avec l'augmentation de la densité de courant critique  $J_c$ , l'effet d'écrantage du champ



magnétique des matériaux supraconducteurs augmente. Afin de vérifier cette hypothèse, nous avons calculé la répartition spatiale des champs électrique et thermique à l'intérieur du supraconducteur pour les différentes valeurs de  $J_c$  présentées respectivement dans les figures IV.16 et IV.17. Les résultats présentés dans ces figures renforcent l'hypothèse que l'effet d'écrantage influence sur le phénomène de relaxation, ce dernier augmente avec la diminution de l'effet d'écrantage.

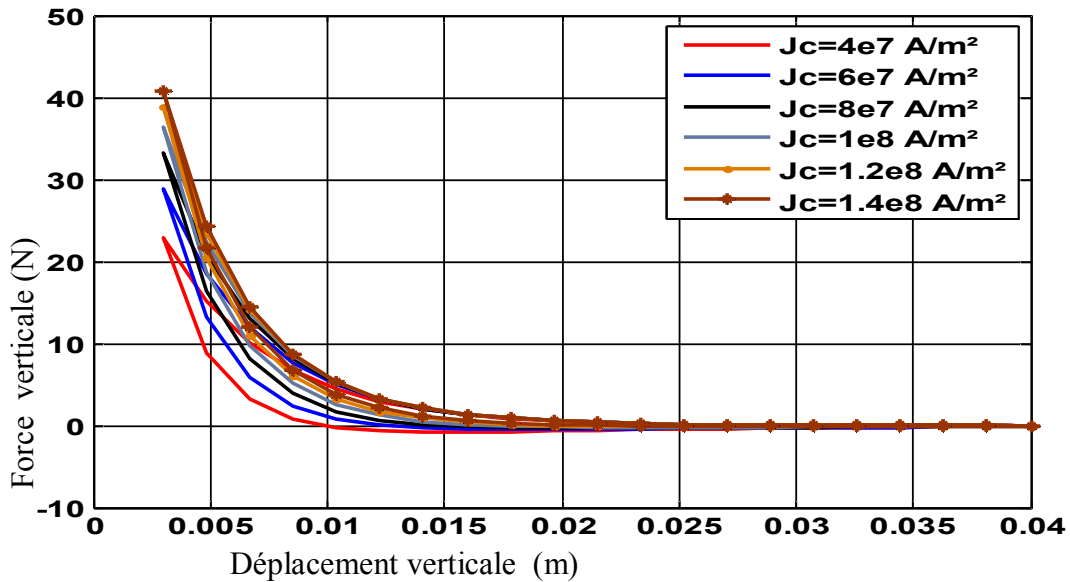


Figure (IV. 12): Force de lévitation pour différent valeurs de la densité de courant critique (essai hystérésis).

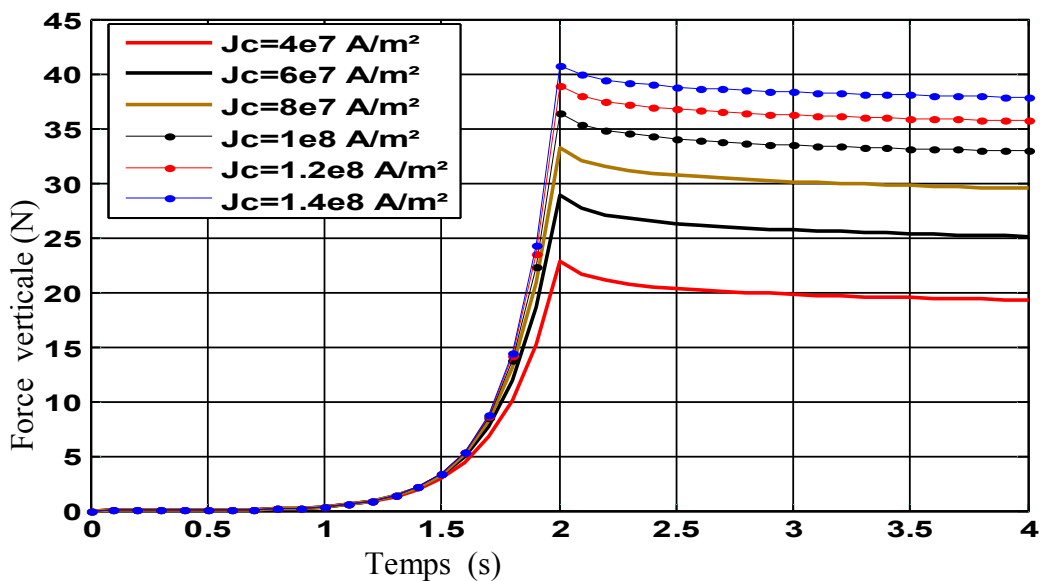


Figure (IV. 13): Force de lévitation pour différent valeurs de la densité de courant critique.

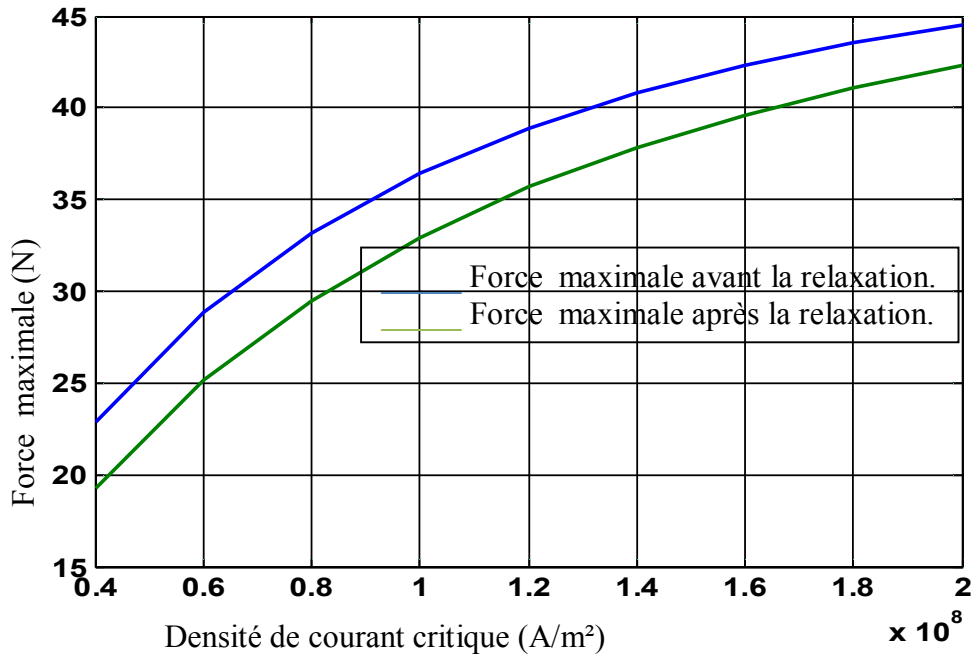


Figure (IV. 14): Force maximale avant et après la relaxation en fonction de la densité de courant critique  $J_c$ .

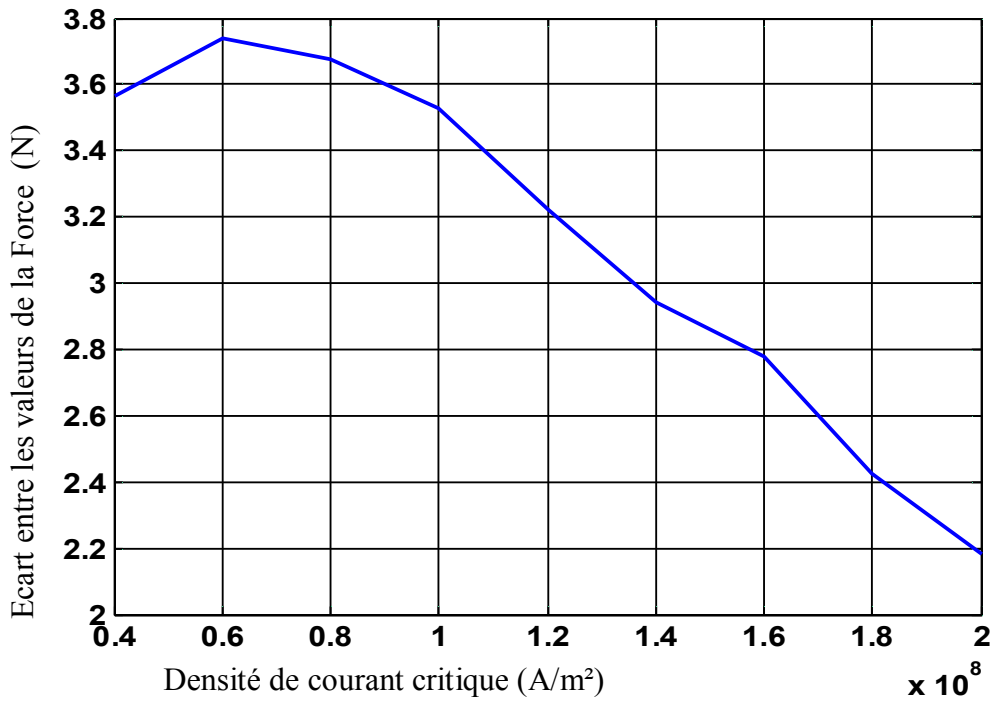


Figure (IV. 15): Ecart entre les valeurs de la Force avant et après la relaxation en fonction de la densité de courant critique.

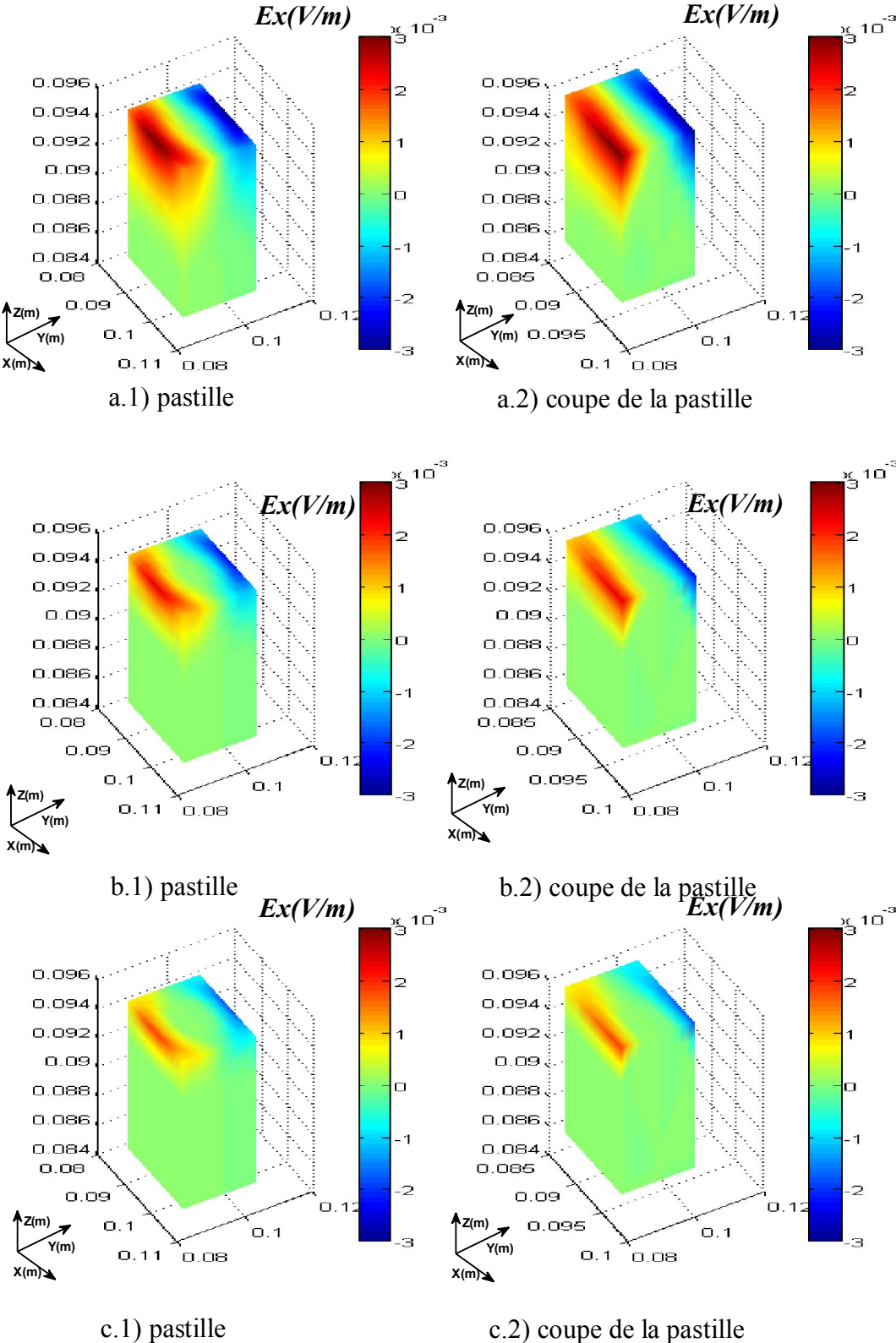


Figure. IV.16. Répartition du champ électrique à l'intérieur de la pastille supraconductrice pour différent valeur de  $J_c$  (a :  $J=4^e7$ , b :  $J=8^e7$ , c :  $J=1.2^e8$ ).

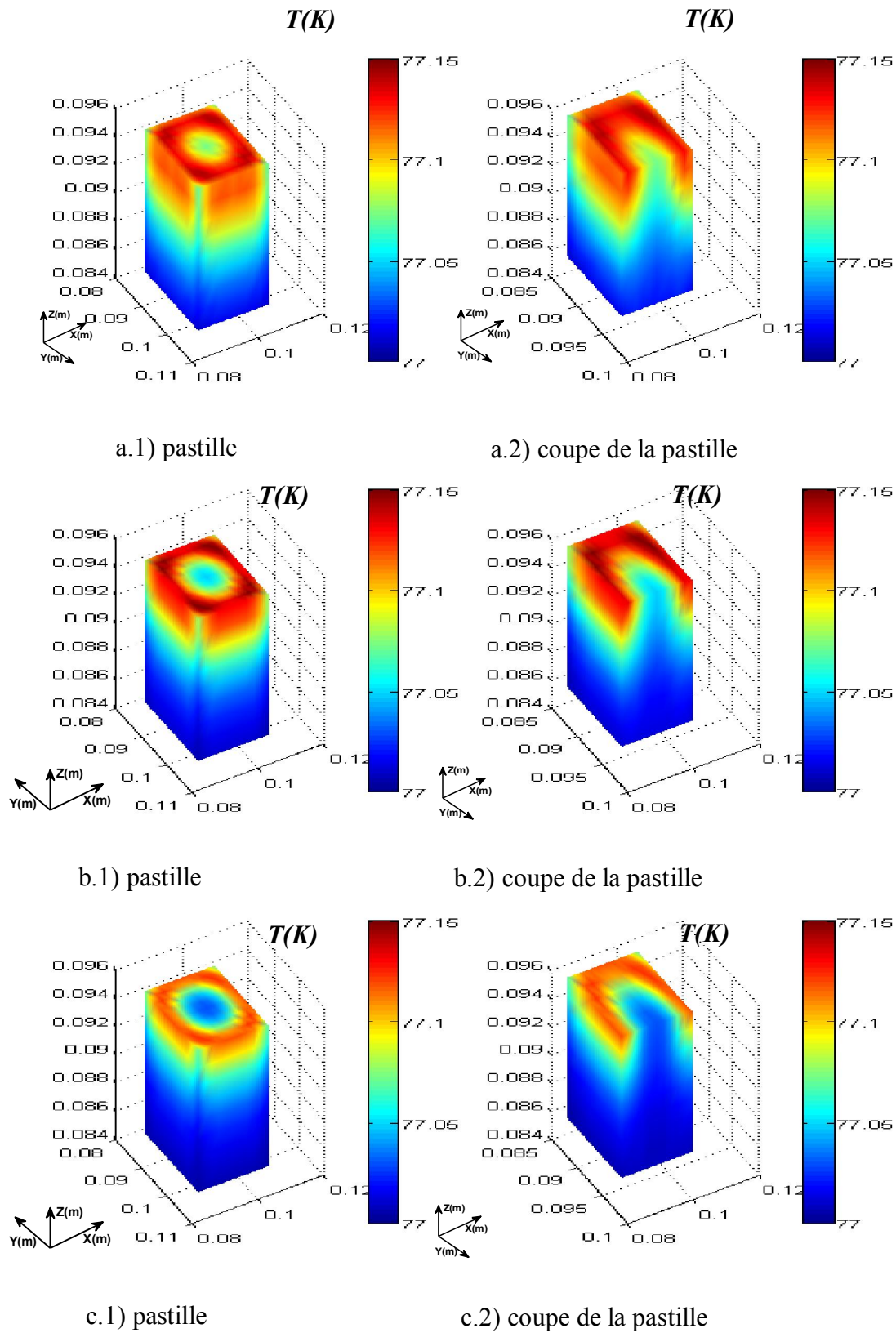


Figure. IV.17. Répartition de la température à l'intérieur de la pastille supraconductrice pour différentes valeurs de  $J_c$  (a :  $J=4 \times 10^7$ , b :  $J=8 \times 10^7$ , c :  $J=1.2 \times 10^8$ ).

## IV. 6. Simulation des systèmes de guidage magnétique

Généralement un système de guidage magnétique est composé d'un aimant permanent et un supraconducteur à haute température critique. Pour une bonne conception de ce type de système, il est important de modéliser leur comportement magnétique dans deux cas, soit dans le cas d'un déplacement latéral soit dans le cas d'un déplacement vertical suivi d'un déplacement latéral comme montré dans la Fig. IV.18.

### IV. 6. 1. dans le cas d'un déplacement latéral :

La figure VI.20 représente les forces d'interactions latérales et verticales, produites entre un aimant permanent et une pastille supraconductrice dans les deux cas de refroidissement, dans le cas d'un refroidissement sous champ magnétique RSC (au refroidissement, le champ magnétique créé par l'aimant permanent est pris en compte) et dans le cas d'un refroidissement hors champ magnétique RHC (au refroidissement, le champ magnétique créé par l'aimant permanent est considéré comme nul). Le supraconducteur et l'aimant ont respectivement les dimensions,  $L_x \times L_y \times L_z = 21 \times 21 \times 10 \text{ mm}^3$  et  $r \times h = 11 \times 20 \text{ mm}^3$ . La densité de courant critique de la pastille supraconductrice est prise égale à  $10^8 \text{ A/m}^2$ .

Dans ces simulations, les deux types de refroidissement ont été reproduits pour différentes valeurs de  $z_0$  respectivement  $3\text{mm}$ ,  $5\text{mm}$ ,  $8\text{mm}$ ,  $10\text{mm}$  et  $13\text{mm}$ . A partir de ces positions  $z_0$ , l'aimant permanent sera translaté latéralement à partir du centre du supraconducteur  $x = 0\text{mm}$  jusqu'à la distance  $x = 15\text{mm}$  puis il sera reconduit vers la position  $x = -15\text{mm}$  où il sera reconduit de nouveau vers la position  $x = 15\text{mm}$  comme montré dans la Fig. IV.19.

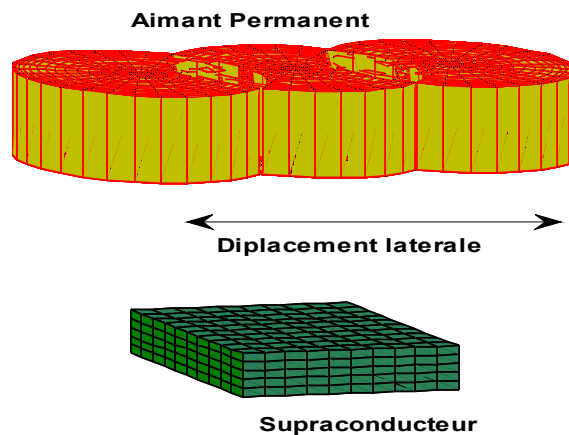


Figure IV. 18 : system de lévitation magnétique: supraconducteur et aimant permanent

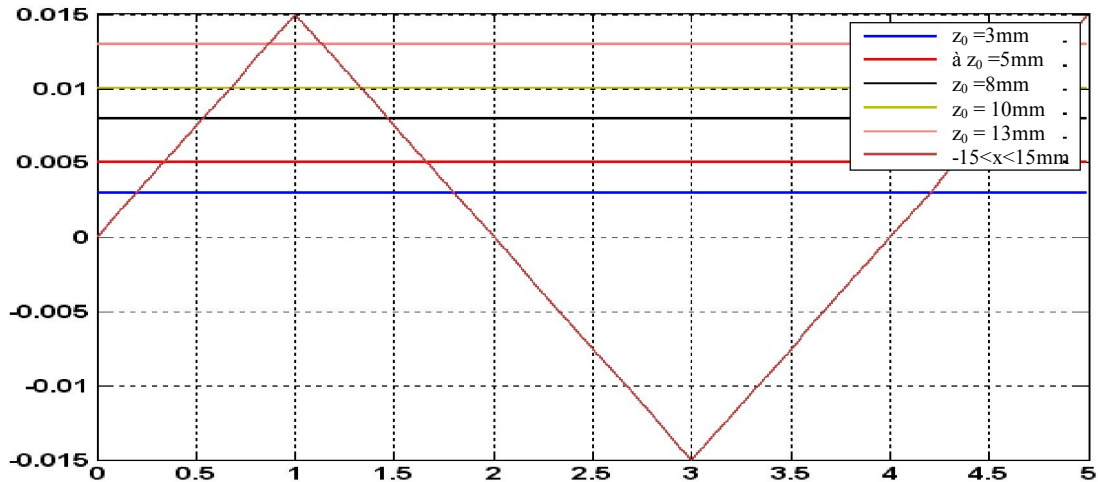


Figure IV. 19 : allure de déplacement de l'aimant permanent

Selon les résultats présentés, on constate que dans le cas d'un RSC, la force latérale est plus importante à celle créée dans le cas d'un RHC. En effet, elle atteint par exemple une valeur maximale de  $17\text{ N}$  dans le cas du RSC et de  $8\text{ N}$  dans le cas d'un RHC à  $z_0 = 3\text{ mm}$ .

Dans les deux cas de simulation, la force de rappel est toujours de signe différent au déplacement (elle est toujours attractive), c'est-à-dire le supraconducteur tente de rendre l'aimant à sa position initiale (Fig. IV.20.a, Fig. IV.20.b), on peut dire alors que le système de lévitation est stable dans les deux cas. Cependant à une position donnée, la force de rappel créée dans le cas d'un RSC est supérieure à celle créée dans le cas du RHC. La force de rappel dans le cas d'un RSC s'annule à des distances plus proches de  $x = 0\text{ mm}$  à celle créée dans le cas d'un RHC. Tous ces résultats mènent à dire que le RSC offre une meilleure stabilité latérale par rapport à un RHC.

La différence entre les forces latérales produites dans les deux cas de refroidissement (RSH et RHC) s'explique par la différence dans la répartition des courants supraconducteurs au sein du matériau supraconducteur. En effet, comme présenté dans la Fig. IV.21 la répartition des courants supraconducteurs dépend essentiellement du type de refroidissement. Dans le cas du RSC, la répartition des courants garde presque le même signe sur une surface importante du matériau (la composante  $J_y$ ), alors que dans le cas du RHC, la répartition des courants change de signe sur toute la surface du matériau, ceci se traduit par une diminution importante de la composante latérale de la force de lévitation produite.

La composante  $J_y$  de la densité de courant induite au sein du matériau supraconducteur joue un rôle primordiale dans la stabilité latérale du système en lévitation dans le cas d'un déplacement latéral.

Dans les deux types de refroidissement, avec l'éloignement de l'aimant durant le processus de refroidissement (c.-à-d. avec l'augmentation de  $z_0$ ), le cycle de force devient plus étroit et la valeur de la force latérale diminue considérablement [T. Hikihara 1996].

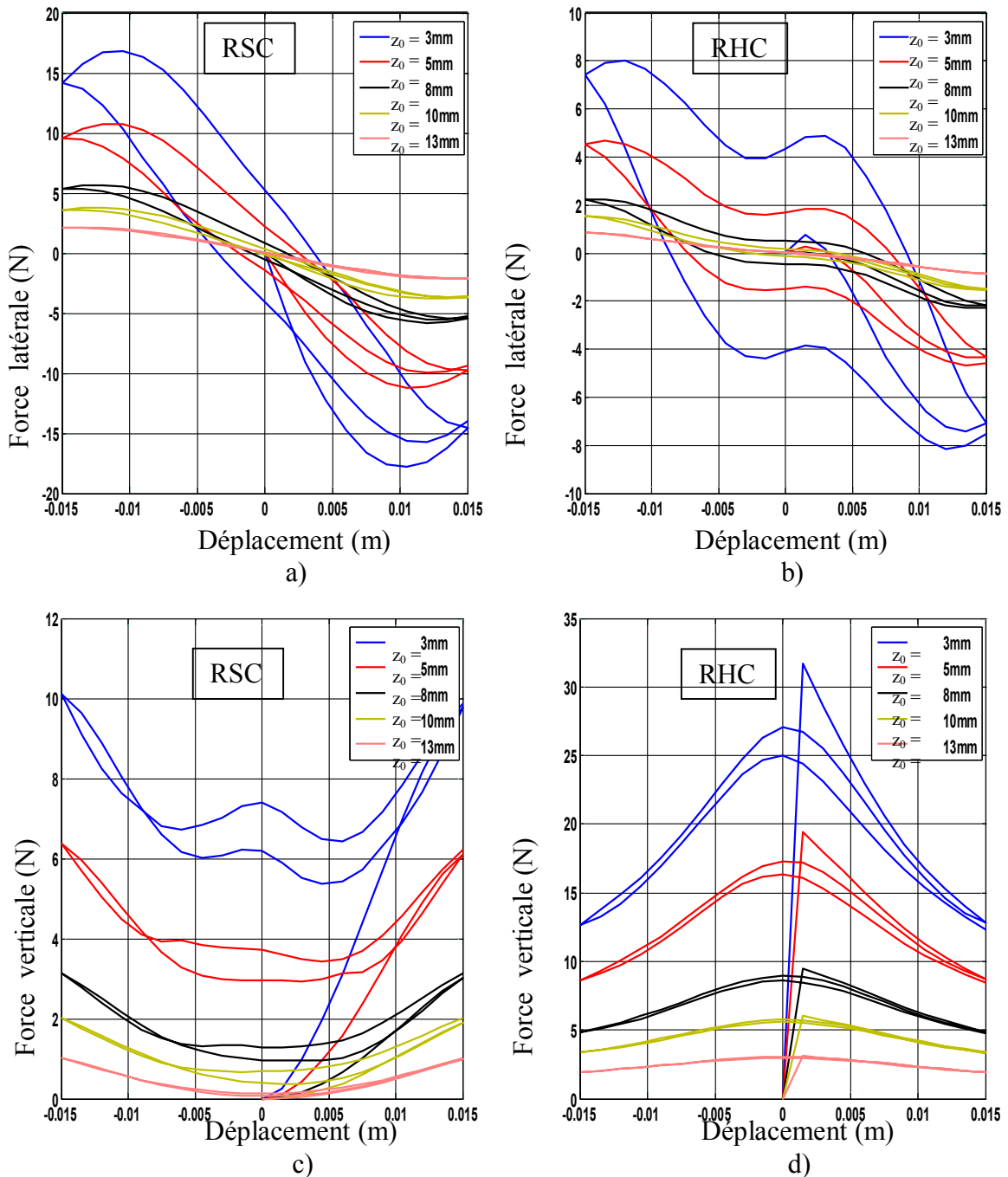


Figure VI.20 : forces d'interactions latérales et verticales, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC).

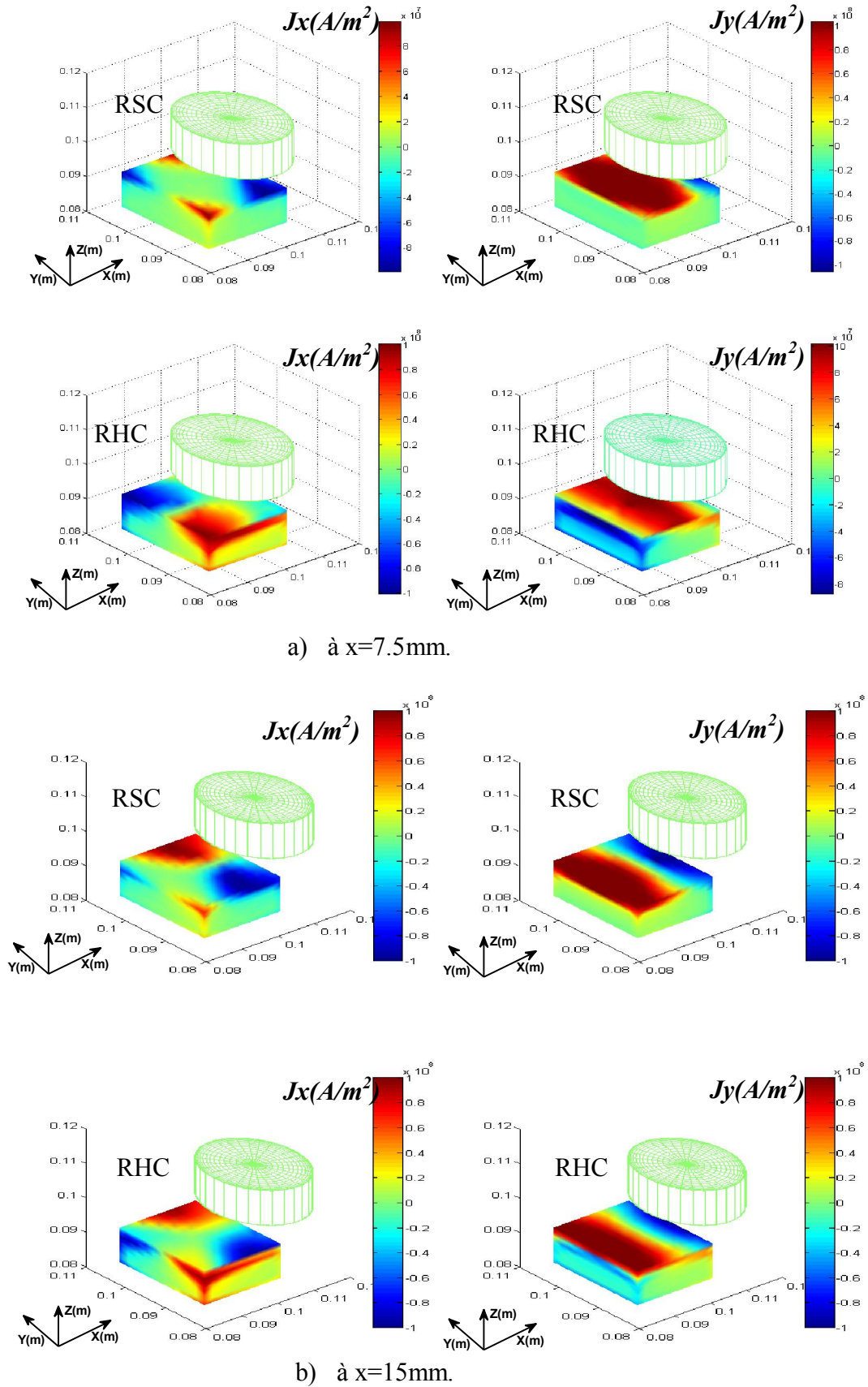


Figure. IV. 21 : Répartition de la densité de courant durant la translation latérale, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC).



Concernant la force verticale (comme présenté dans la Fig.IV.20.c et Fig.IV.20.d), l'allure de la force est concave dans le cas du RSC alors quelle est convexe et symétrique dans le cas d'un RHC. La valeur de la force de lévitation dans les deux cas de refroidissement diminue avec l'éloignement de l'aimant durant le processus de refroidissement [Y. Yang 2009].

Durant la phase de retrié et à partir de sa position initiale  $x_0$ , la force verticale augmente dans le cas du RSC et elle diminue dans le cas du RHC.

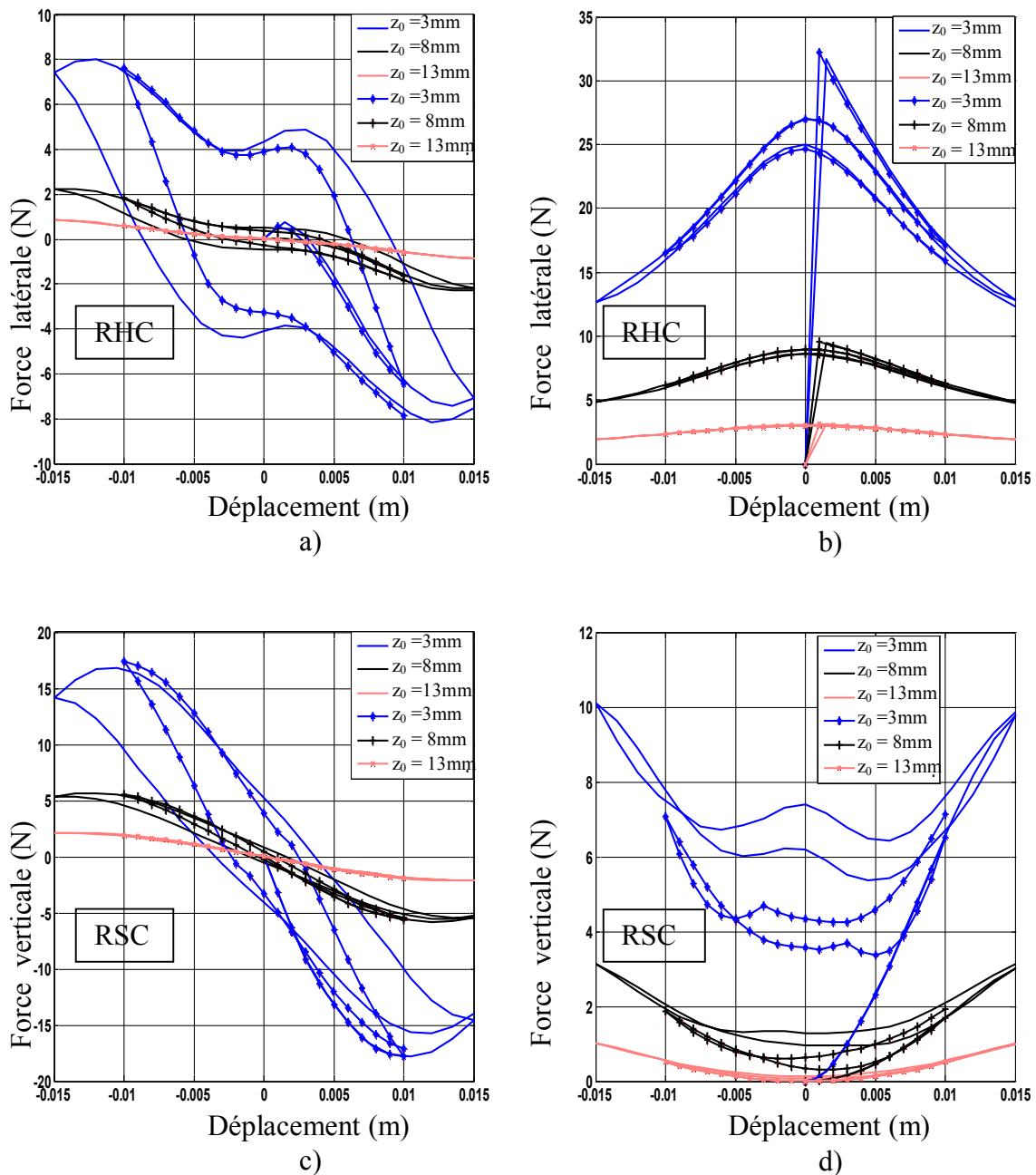


Figure VI.22 : forces d'interactions latérales et verticales, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC) avec deux valeurs différentes de  $x_{max}(15m, 10mm)$ .

Afin de montrer l'influence de la distance de retrié maximale  $x_{max}$  sur la force de lévitation produite dans le cas d'un déplacement latéral, nous avons calculé la force produite en fonction du déplacement latéral (Fig.IV.22.a, Fig.IV.22.c) pour les deux types de refroidissement et pour plusieurs distance  $z_0$  mais avec deux valeurs différentes de  $x_{max}$  qui sont respectivement de 10 mm et 15 mm. Selon les résultats présentés dans les Fig.IV.22.b, Fig.IV.22.d on peut dire que  $x_{max}$  n'influe pas sur la force verticale produite dans le cas du RHC, la différence apparait dans le cas du RSC, cette différence est plus importante pour les faible valeurs de  $z_0$  ( $z_0 = 3mm$ ), et elle pour les grandes valeurs de  $z_0$ , où elle sera presque nulle pour  $z_0 = 13mm$ .

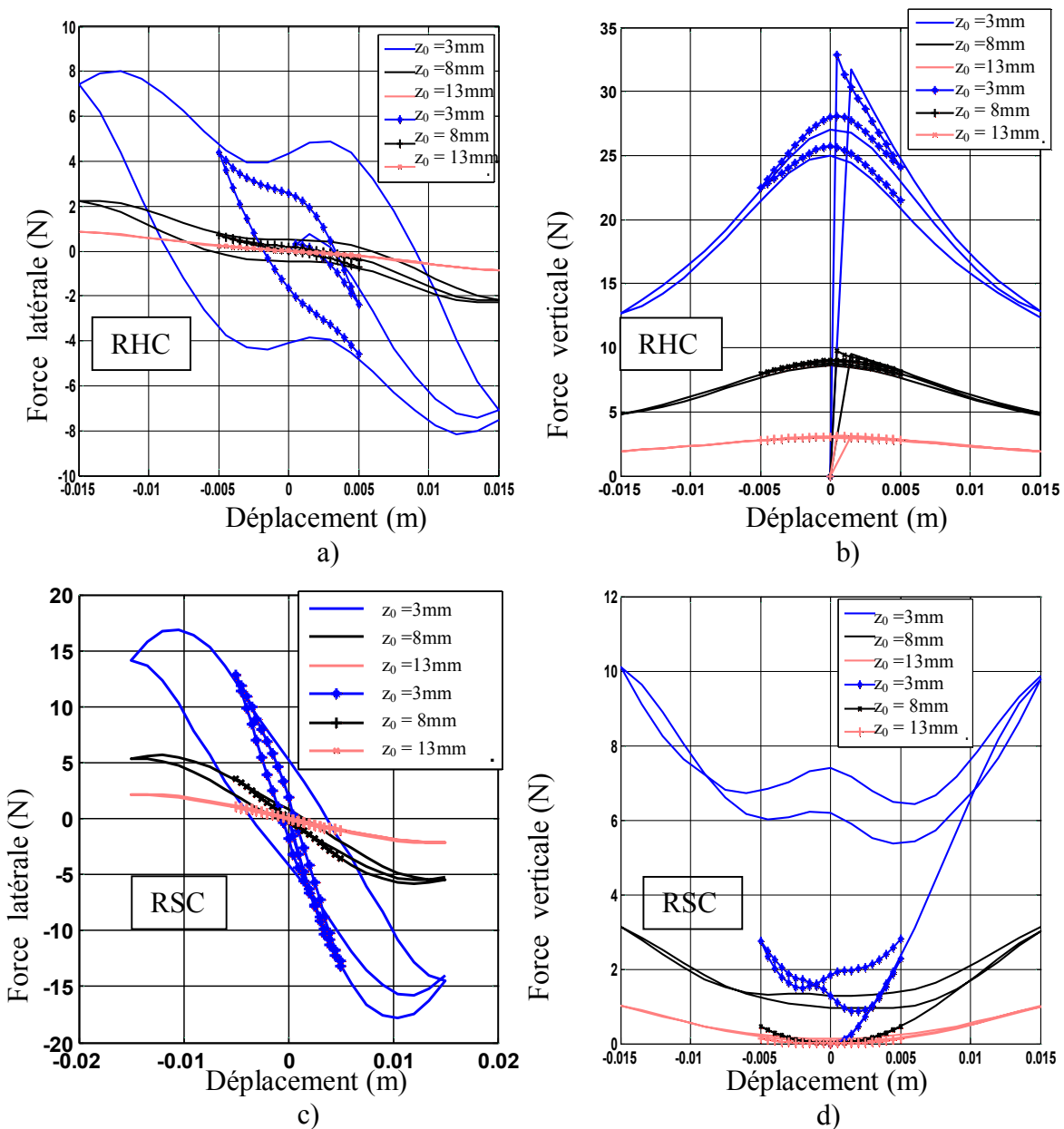


Figure VI.23 : forces d'interactions latérales et verticales, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC) avec deux valeurs différentes de  $x_{max}$  (15m, 5mm).

Concernant la force latérale,  $x_{max}$  influe considérablement sur le cycle de force produit pour les deux types de refroidissement où il devient plus étroit avec la diminution de la valeur de  $x_{max}$ . La différence entre les forces produites apparaît durant les phases où l'aimant change les sens d'orientations. Afin de vérifier ceci, nous avons aussi comparé la force de lévitation produite dans un système de lévitation dans le cas d'un déplacement latérale présentée dans la Fig.IV.23, mais cette fois-ci avec  $x_{max}$  égale à  $5\text{ mm}$  et  $15\text{ mm}$ , c'est-à-dire pour une distance de retrié plus faible. Les résultats obtenus mènent à dire que les conclusions précédentes sont valable même pour les faibles distance de retrié.

### IV. 6. 2. dans le cas d'un déplacement vertical suivi d'un déplacement latéral :

Dans ce cas, l'aimant permanent sera maintenu sur une distance  $z_0$  lors du processus du refroidissement, il sera déplacé verticalement jusqu'à la position  $z_{fin}$ . A partir de cette distance il sera translaté latéralement de  $x = 0\text{ mm}$  à  $x = 15\text{ mm}$  puis à  $x = -15\text{ mm}$  où il sera reconduit de nouveau jusqu'à la position  $x = 0\text{ mm}$  pour les deux types de refroidissement, RSC et RHC. La Fig.IV.24 présente les forces latérales et verticales produites pour différentes valeurs de  $z_0$  qui sont respectivement,  $10\text{ mm}$ ,  $20\text{ mm}$ ,  $30\text{ mm}$  et  $40\text{ mm}$ . Selon les résultats présentés, nous constatons que  $z_0$  n'influe pas sur les forces, latérale et verticale, produite dans le cas d'un RHC alors quelle est très influente dans le cas d'un RSC où la force latérale diminue, alors que la force verticale augmente avec l'éloignement de l'aimant lors du processus de refroidissement ( $z_0$  augmente).

Dans le cas du RSC, la force latérale est de nature attractive, elle tente de maintenir l'aimant dans sa position initiale. Elle offre donc une bonne stabilité du système. Mais avec l'augmentation de  $z_0$  cette force diminue alors que la force de lévitation verticale augmente. On peut dire alors qu'avec l'augmentation de  $z_0$ , la portance du système augmente mais on perd de plus en plus la stabilité latérale du système en lévitation.

Dans le cas du refroidissement sous champ magnétique, à partir de la distance  $z_0 = 70\text{ mm}$ , on peut dire qu'il s'agit d'un refroidissement hors champ magnétique. Cela revient à la bonne concordance entre les allures des forces latérale et verticale dans les deux cas de refroidissement. Sur cette distance, l'influence du champ magnétique créé par l'aimant peut être négligée.

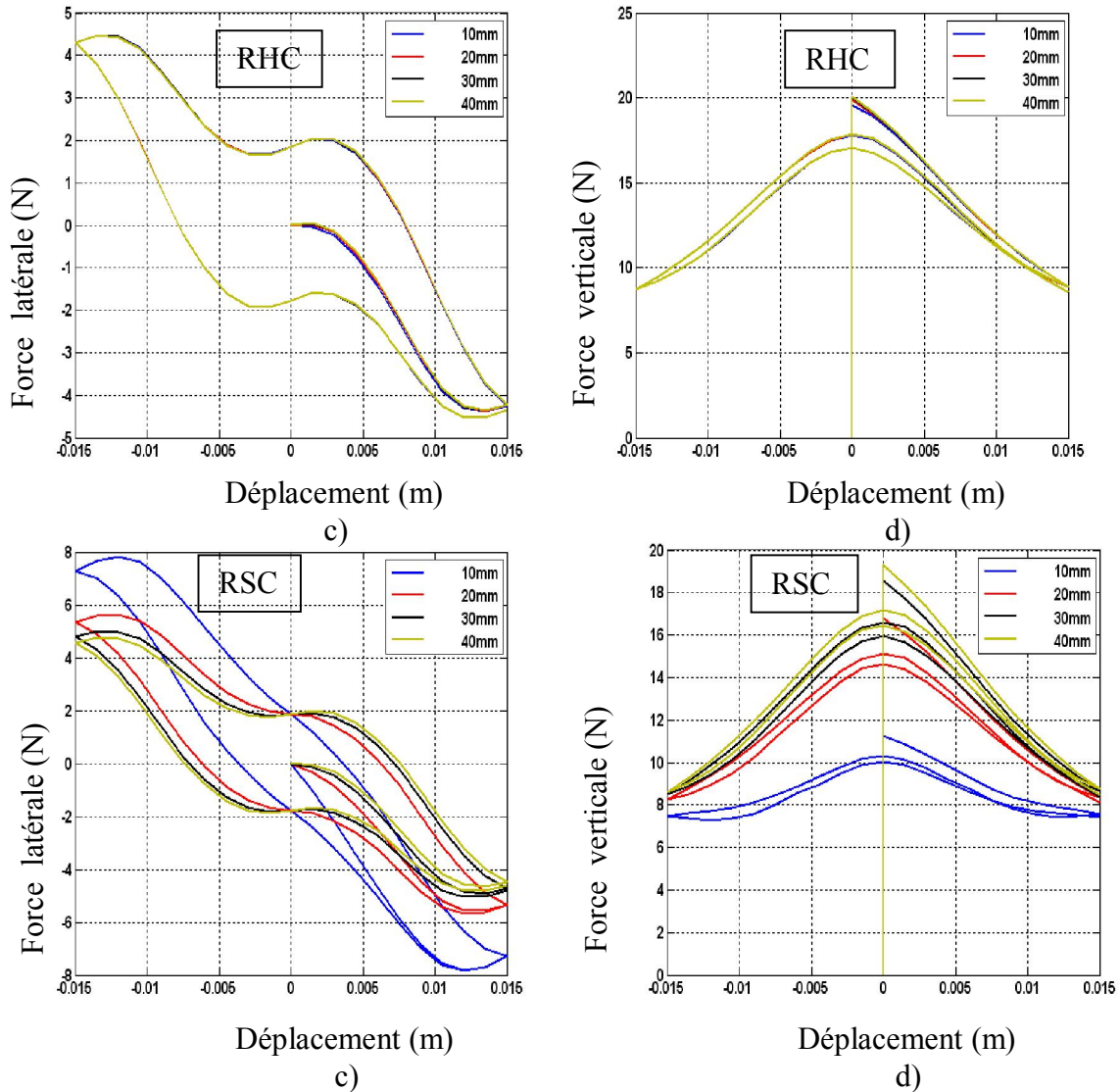


Figure VI.24 : forces d'interactions latérales et verticales, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC) dans le cas d'un déplacement vertical suivi d'un déplacement latéral.

Afin d'expliquer l'apparition du cycle de force latérale, nous avons calculé la répartition spatiale des courants au sein du matériau supraconducteur durant le déplacement vertical qui sera suivi par un déplacement latéral de l'aimant (Fig.IV.25). Selon ces résultats, on constate que dans le cas d'un déplacement vertical, les deux composantes du courant,  $J_x$  et  $J_y$  sont répartis de façon symétrique offrant ainsi une valeur globale nulle. A l'instant où l'aimant sera translaté latéralement, la répartition des courants devient asymétrique, cette répartition donne naissance à une force de rappel latérale. Pour un point donné, (par exemple pour  $x = 0$  mm et pour  $x = 7.5$  mm), durant l'allée et le retour de l'aimant, la force latérale prend une nouvelle valeur, cela revient au changement de la répartition des courants supraconducteur provoqué par le mouvement latéral de l'aimant.

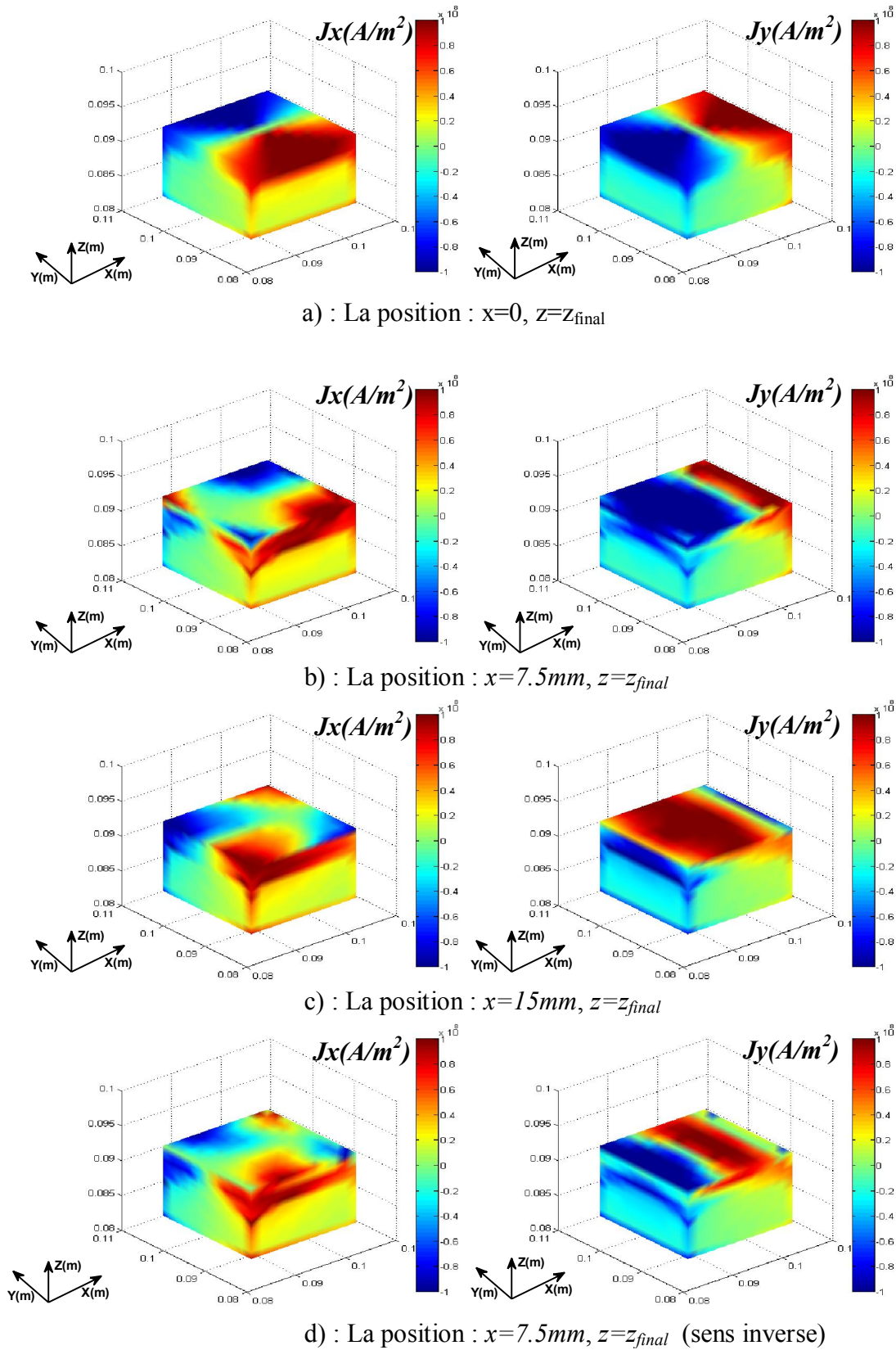


Figure. IV. 25 : Répartition de la densité de courant durant la translation latérale, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC).

IV. 6. 3. Effet de la densité de courant critique  $J_c$

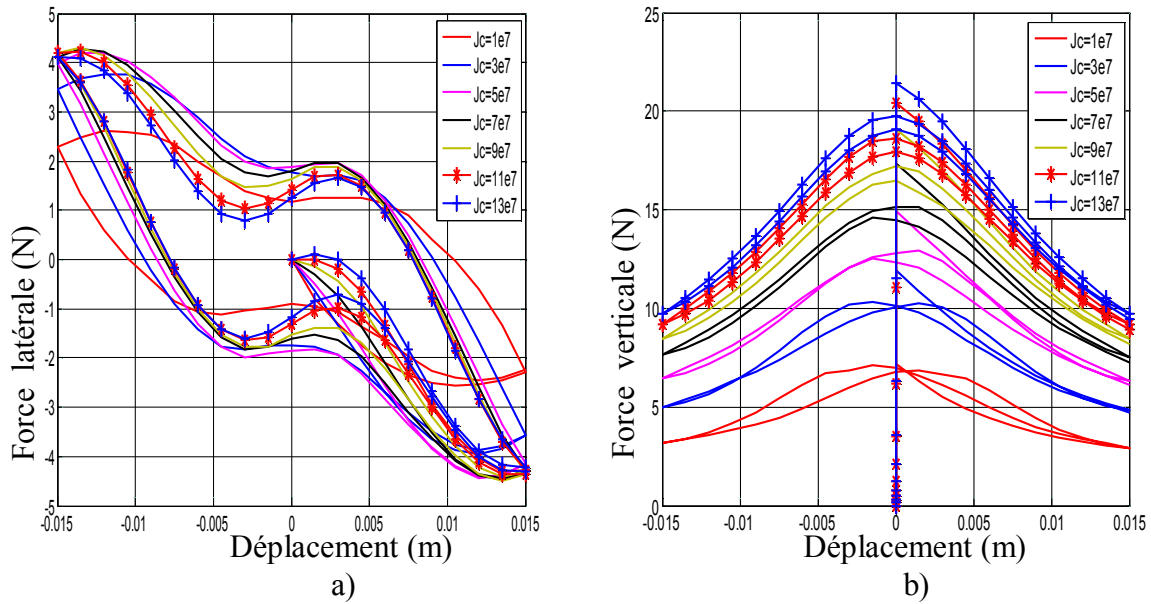


Figure VI.26 : forces d'interactions latérales et verticales, dans le cas de RHC dans le cas d'un déplacement vertical suivi d'un déplacement latéral ( $z_0=30mm$ ,  $z_{fin}=5mm$ ).

Plusieurs paramètres peuvent influencer sur la dynamique d'un système de guidage magnétique, principalement la densité de courant critique  $J_c$ . Pour montrer son influence, nous avons calculé les forces produites pour différentes valeurs de  $J_c$ . Selon les résultats présentés, on peut dire qu'avec l'augmentation de  $J_c$ , les forces augmentent considérablement et le cycle de force dans le cas de la force latérale devient plus étroit [Y. Yang 2007].

IV. 6. 4. Effet des dimensions géométriques du supraconducteur

La géométrie de l'aimant et le supraconducteur peut influencer sur la force produite entre un aimant et un supraconducteur. Pour cela nous avons étudié l'influence de la géométrie du supraconducteur sur les forces latérale et verticale dans les deux cas de refroidissement, RSH et RHC. La figure IV.27. présente les forces latérale et vertical produites pour un matériau supraconducteur de dimensions respectivement de ( $L_x \times L_y \times L_z = 15 \times 15 \times 10 \text{ mm}^3$ ,  $L_x \times L_y \times L_z = 21 \times 21 \times 10 \text{ mm}^3$  et  $L_x \times L_y \times L_z = 25 \times 25 \times 10 \text{ mm}^3$ ). Selon les résultats présentés on constate que les forces produites dépend essentiellement des dimensions du supraconducteur. La force latérale augmente avec l'augmentation des dimensions du supraconducteur, cette augmentation disparaît autour de  $L_x \times L_y \times L_z = 25 \times 25 \times 10 \text{ mm}^3$ . Il est

de même pour la force verticale, où elle augmente avec l'augmentation des dimensions du supraconducteur dans les cas de RHC et du RSH.

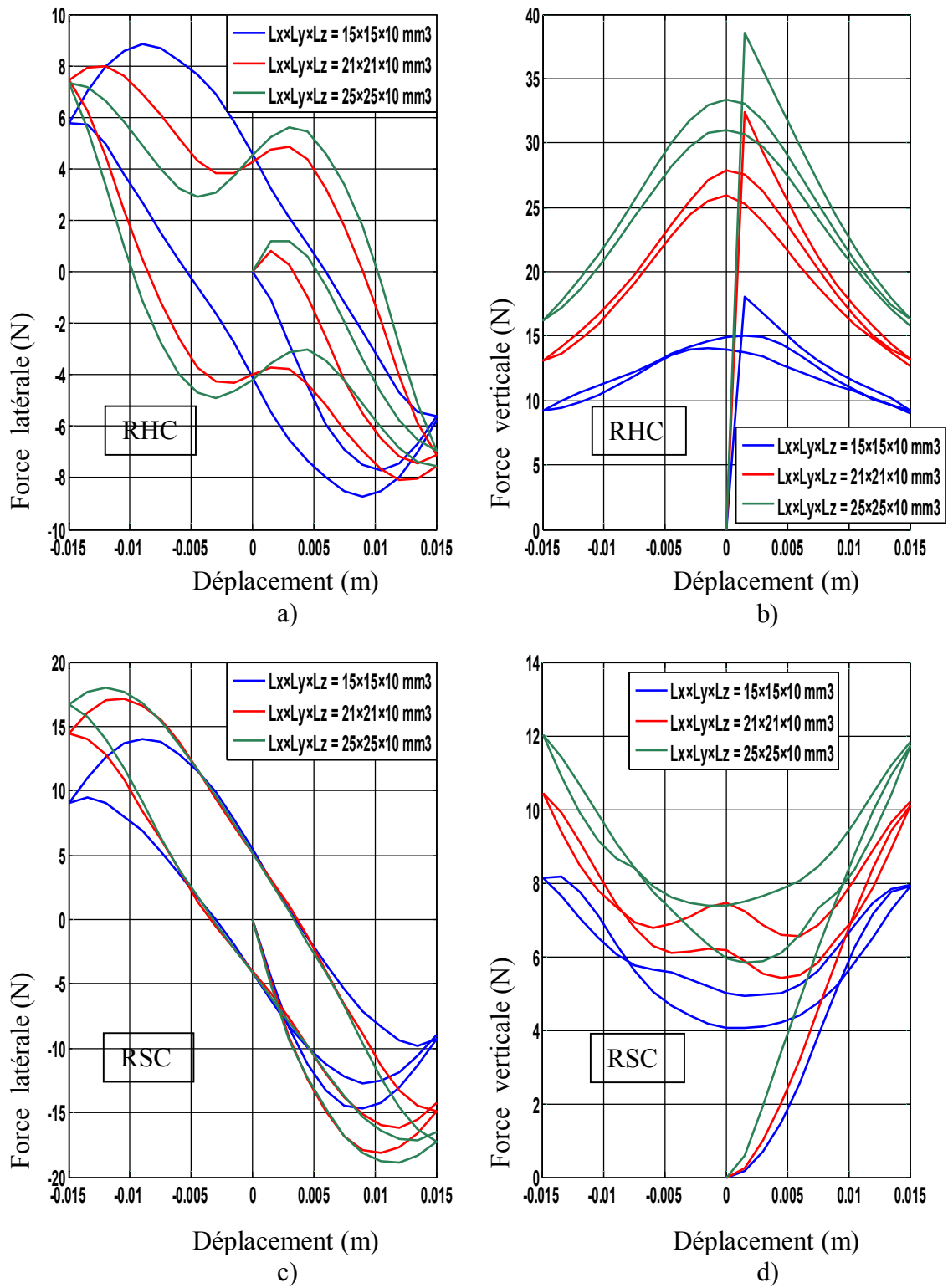


Figure VI.27 : forces d'interactions latérales et verticales, dans les deux cas de refroidissement (RSC, RHC) dans le cas d'un déplacement latéral ( $z_0=3\text{mm}$ ).

## IV. 7. Vibration libre et forcé

### IV. 7. 1. Vibration verticale libre

Tous les résultats présentés précédemment prenaient en compte un aimant permanent dont le déplacement (et donc la vitesse) était imposé, et ceci dans le but de simplifier l'étude du comportement du supraconducteur interagissant avec l'aimant.

Dans cette partie, on considère un aimant qui lévite librement au dessus d'une pastille supraconductrice fixe (collée). Pour cela, on couple les équations électromagnétiques qui régissent le comportement supraconducteur et les équations de la mécanique. Dans cette étude, on se concentre sur les performances verticales du système. A partir du principe fondamental de la dynamique et des forces exercées sur l'aimant.

La Fig.IV.28 présente la dynamique de l'aimant qui lévite librement au dessus d'un supraconducteur pour différentes valeurs de position initiales lors du processus du refroidissement  $Z_{ini}$ . selon les résultats présentés, on remarque qu'avec l'augmentation de  $z_{ini}$ , l'aimant atteint une position finale  $z_{fin}$  plus importante. Aussi, l'amplitude des oscillations due au mouvement de l'aimant augmente avec l'augmentation de  $z_{ini}$ . Concernant la fréquence du mouvement de l'aimant, elle diminue avec l'augmentation de  $z_{ini}$ .

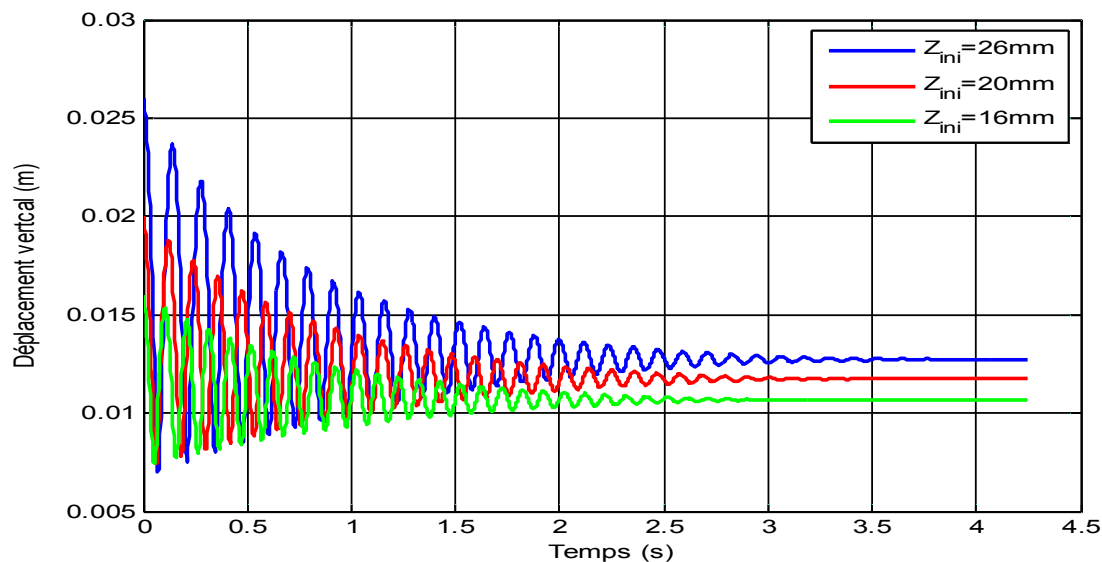


Figure IV.28. Vibration verticale libre de l'aimant pour différent hauteur initial, avec une masse=250g.



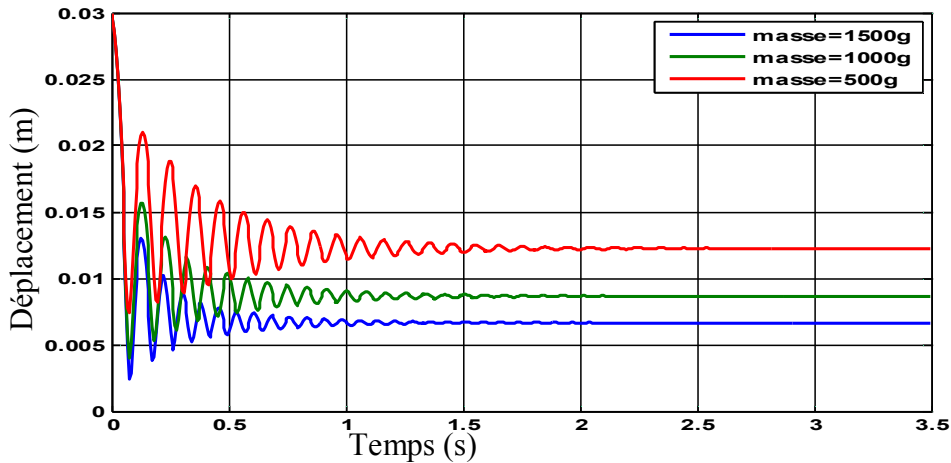


Figure IV.29. Vibration vertical libre de l'aimant pour différent masse.

Un autre paramètre peut influencer sur la dynamique du système en lévitation, il s'agit de la masse de l'aimant. Pour montrer son influence sur la dynamique du système en lévitation, nous avons calculé la trajectoire de l'aimant qui lévite librement au dessus d'un supraconducteur pour différentes valeurs de masses, respectivement  $m = 500$  g,  $1000$  g et  $1500$  g (Fig.IV.29). Selon les résultats présentés on constate qu'avec l'augmentation de  $m$ , les oscillations engendrées par le mouvement de l'aimant et la position finale  $z_{fin}$  atteinte par l'aimant diminue considérablement. Pour résumer, nous avons tracé sur la Fig.IV.30 la position finale  $z_{fin}$  en fonction de la position initiale  $z_{ini}$  pour différentes valeurs de masse  $m$ . selon les résultats présentés, on peut dire qu'avec l'augmentation de  $z_{ini}$ ,  $z_{fin}$  augmente, mais à partir de  $z_{ini} = 30$ mm,  $z_{fin}$  reste presque inchangé. Concernant la masse, avec l'augmentation de  $m$ ,  $z_{fin}$  diminue.

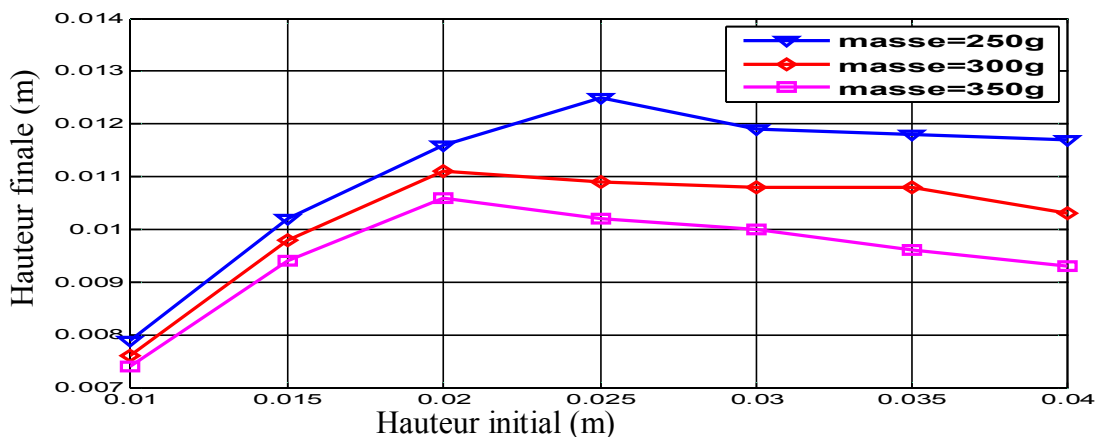


Figure IV.30. L'hauteur finale du mouvement vertical libre de l'aimant pour différent hauteur initial, et masse.

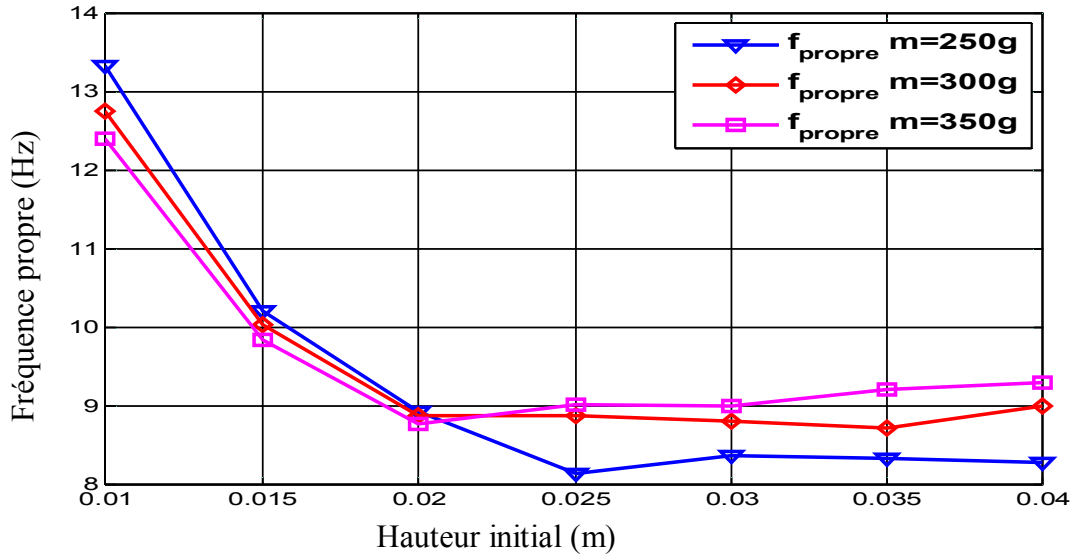


Figure IV.31. Fréquence propre de vibration verticale libre de l'aimant pour différent hauteur initial, et masse.

La Fig.IV.31 présente la variation de la fréquence d'oscillation propre  $f_{prop}$  en fonction de la position initiale  $z_{ini}$  pour différentes valeurs de masse  $m$ . selon les résultats présentés, on remarque que la fréquence  $f_{prop}$  diminue considérablement avec l'augmentation de  $z_{ini}$ , à partir de  $z_{ini} = 20$  mm, la fréquence  $f_{prop}$  reste presque inchangé (autour de 9 Hz). Concernant l'influence de la masse, en dessous de la position initiale  $z_{ini} = 20\text{mm}$ , la fréquence  $f_{prop}$  augmente avec la diminution de la masse  $m$ . en effet, plus l'aimant est léger, plus la vitesse de ces oscillations est plus importante. Au delà de  $z_{ini} = 20\text{mm}$ , la masse est peu influente sur la dynamique du système en lévitation.

#### IV. 7. 2. Vibration verticale libre avec un mouvement verticale imposé du supraconducteur

Dans le cas d'un système en lévitation conçu à partir d'un matériau supraconducteur, le mouvement oscillatoire peut être imposé sur la pastille supraconductrice [Gou 08], [Sugiura 96]. Le système en lévitation présenté dans la figure IV.32 est composé d'un aimant permanent, dont le déplacement est libre, et une pastille supraconductrice excitée verticalement par une source extérieure qui assure un mouvement vertical sinusoïdal.

L'aimant permanent est placé à une distance initiale  $z_0$  lors du processus du refroidissement.

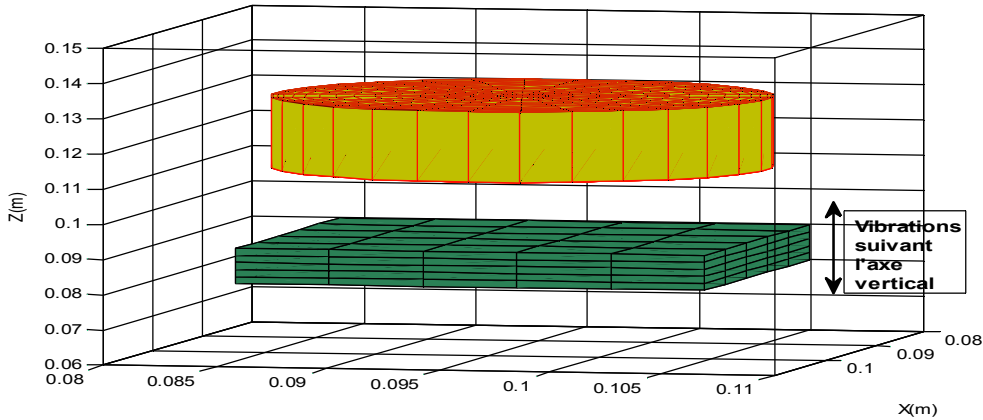


Figure. IV.32. Structure du dispositif de lévitation avec une excitation extérieure.

Il sera translaté verticalement jusqu'à la position  $z_{eq}$  puis il sera relâché pour poursuivre sans déplacement libre. Concernant la pastille supraconductrice, elle suit un déplacement vertical imposé et assuré par une source d'excitation extérieure, ce déplacement est donné par :

$$Z_{sc} = Z_a \sin(2\pi f_a t) \quad (IV.2)$$

où  $Z_a$  et  $f_a$  sont respectivement, l'amplitude et la fréquence de la source d'excitation.

Le mouvement vertical de l'aimant permanent sera décrit par l'équation :

$$m \cdot \dot{z}_m + c \cdot \ddot{z}_m - Fz + mg = -m \cdot \dot{z}_{sc} - c \cdot \ddot{z}_{sc} \quad (IV.3)$$

$m$  est la masse de l'aimant permanent,  $c$  est le coefficient du frottement et  $Fz$  est la force d'interaction verticale produite entre l'aimant et la pastille supraconductrice,  $g$  est l'accélération gravitationnelle et enfin  $z_m$  est la position relative de l'aimant par rapport à la pastille supraconductrice. Afin d'étudier l'influence de la fréquence de la source d'excitation  $f_a$  sur la dynamique du système en lévitation étudié, nous avons dans un premier temps calculé la trajectoire de l'aimant qui lévite librement au dessus du supraconducteur en l'absence de la source d'excitation (Fig.IV.33). De là, nous avons déterminé la fréquence propre  $f_a$  du système en lévitation donnée par  $f_{prop} = 13.33$  Hz. A partir de cet essai, nous avons simulé la dynamique de l'aimant qui lévite librement au dessus d'un supraconducteur mais cette fois-ci, le supraconducteur sera excité par la source extérieur ou nous avons pris plusieurs valeurs de la fréquence  $f_a$  qui sont respectivement 5 Hz, 13.33 Hz et enfin de 20 Hz. Les résultats de

simulation sont présentés dans les Fig. IV.34, Fig. IV.35, Fig. IV.36 Aussi nous avons présenté sur la Fig. IV.37 la variation de l'amplitude des oscillations en fonction de la fréquence de la source d'excitation. Selon les résultats présentés, on remarque que le système de lévitation présente des oscillations beaucoup plus importantes et avec une grande amplitude pour les fréquences proches de la fréquence propre du système, cette valeur, représente alors la valeur de la fréquence de résonance du système de lévitation. Alors, si le supraconducteur sera excité par une source extérieure ayant une fréquence voisine de la fréquence propre, le système de lévitation devient moins stable. Pour assurer une bonne stabilité [K. ben alia 13], il est préférable d'excité le système par des sources ayant des fréquences lointaine de la fréquence propre  $f_a$ .

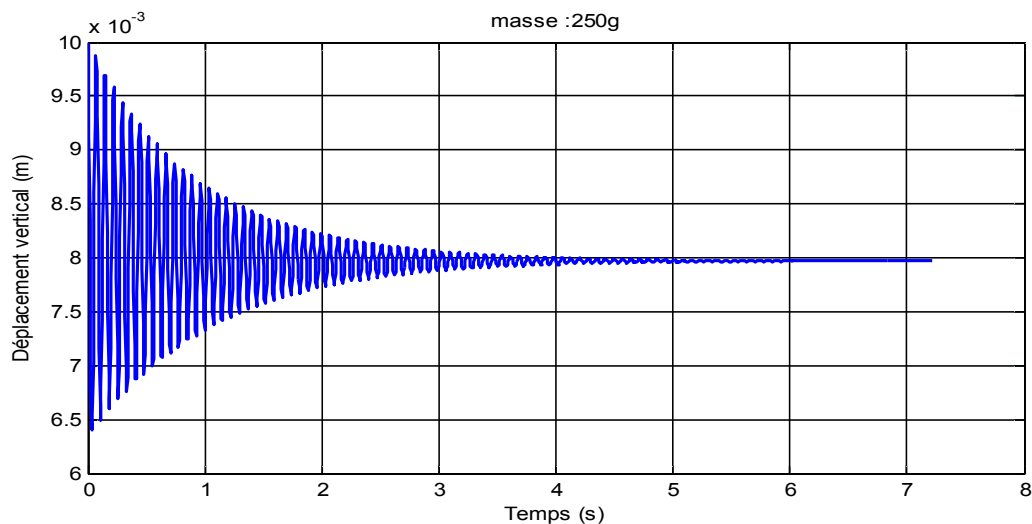


Figure IV.33 Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec supraconducteur fixe.

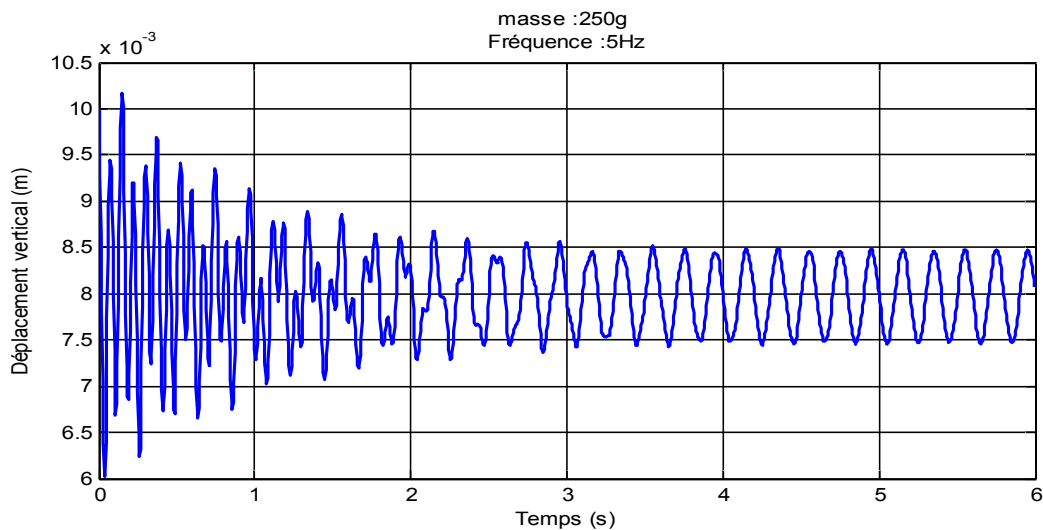


Figure. 34 Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec une oscillation de supraconducteur  $f=5Hz$ .

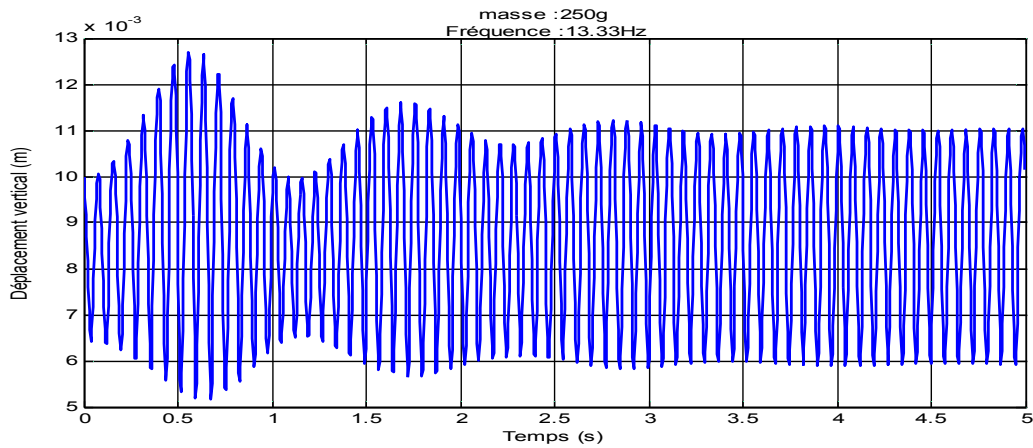


Figure IV.35 Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec une oscillation de supraconducteur  $f=13.33Hz$ .

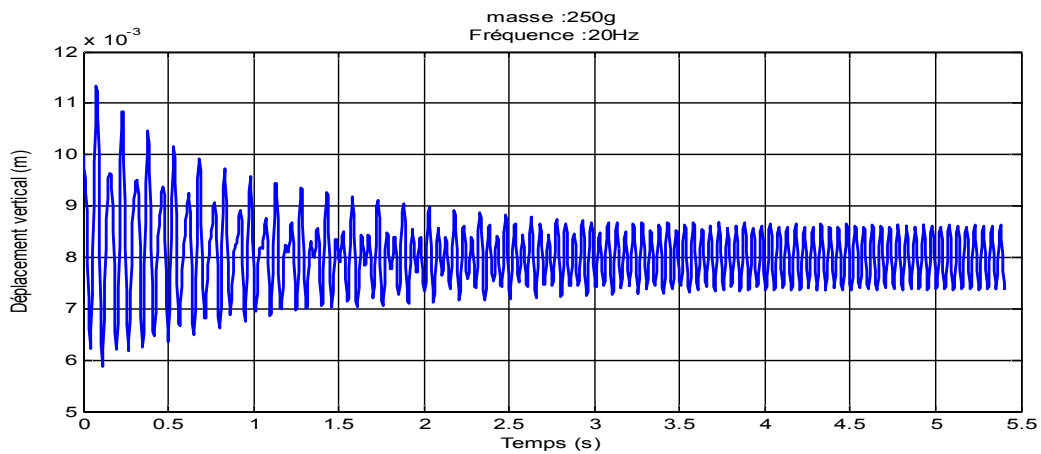


Figure IV.36 Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec une oscillation de supraconducteur  $f=20Hz$ .

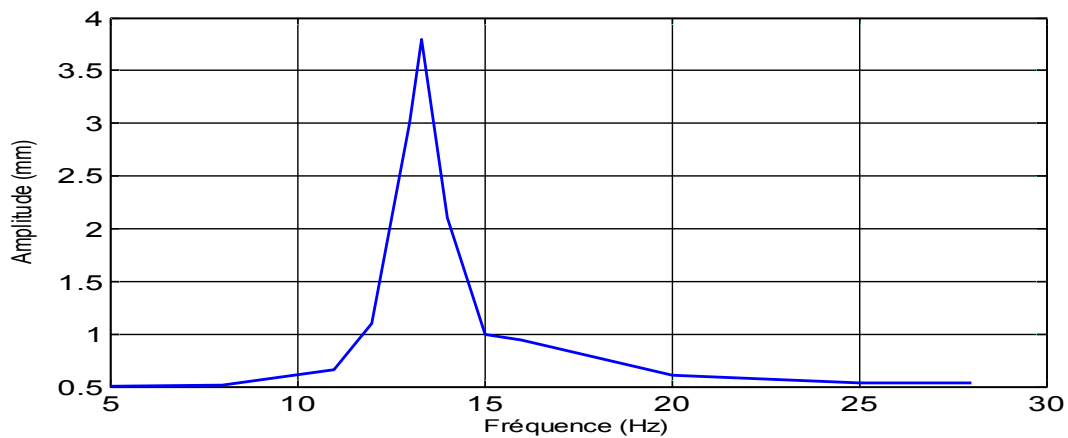


Figure IV.37 Variation de l'amplitude du déplacement de lévitation de l'aimant permanent par rapport à la fréquence

### IV. 7. 3. Vibration libre de l'aimant avec un mouvement latérale imposé du supraconducteur

Dans ce cas, le système en lévitation présenté dans la fig. IV.38 est composé d'un aimant permanent, dont le déplacement est libre, et une pastille supraconductrice excitée latéralement par une source extérieure.

L'aimant permanent est placé à une distance initiale  $z_0 = 30$  mm lors du processus du refroidissement. Il sera translaté verticalement jusqu'à la position  $z_{eq}$  puis il sera relâché pour poursuivre sans déplacement libre. Concernant la pastille supraconductrice, elle suit un déplacement latérale imposé par une source d'excitation extérieure, ce déplacement est donné par :

$$X_{sc} = X_a \sin(2\pi f_a t) \quad (IV.4)$$

où  $X_a$  et  $f_a$  sont respectivement, l'amplitude et la fréquence de la source d'excitation.

Le mouvement de l'aimant permanent (vertical et latéral) est décrit par les équations suivantes :

$$m \cdot \dot{x}_m + c \cdot \ddot{x}_m - Fx = -m \cdot \dot{x}_{sc} - c \cdot \ddot{x}_{sc} \quad (IV.5)$$

$$m \cdot \dot{z}_m + c \cdot \ddot{z}_m - Fz + mg = 0 \quad (IV.6)$$

$m$  est la masse de l'aimant permanent ( $m=500g$ ),  $c$  est le coefficient de frottement et  $Fx$  est la force d'interaction latérale produite entre l'aimant et la pastille supraconductrice,  $g$  est l'accélération gravitationnelle et enfin  $x_m$  est la position latérale relative de l'aimant par rapport à la pastille supraconductrice.

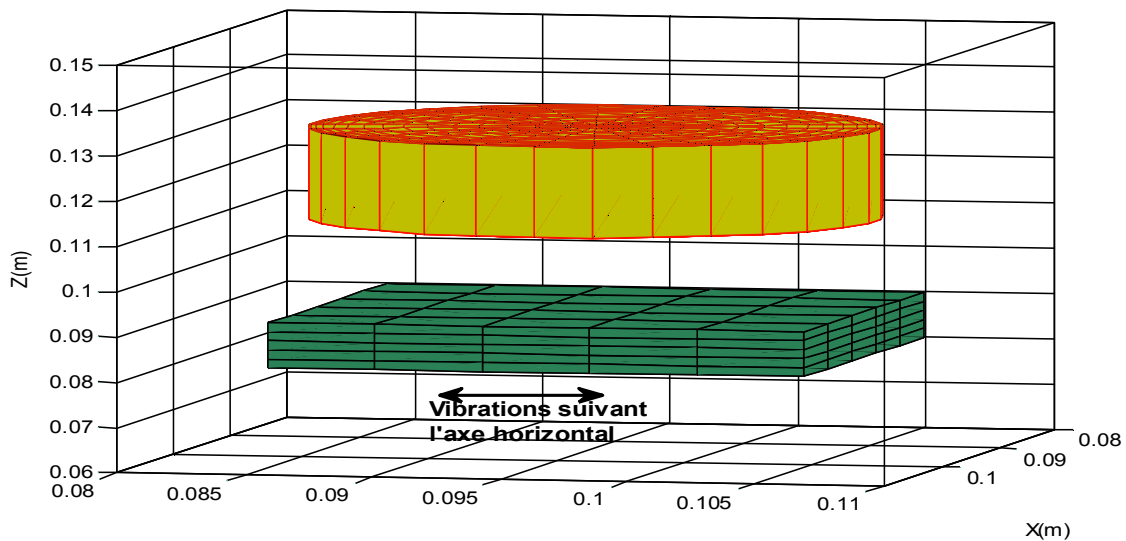


Fig. IV.38. Structure du dispositif de lévitation avec une excitation extérieure.

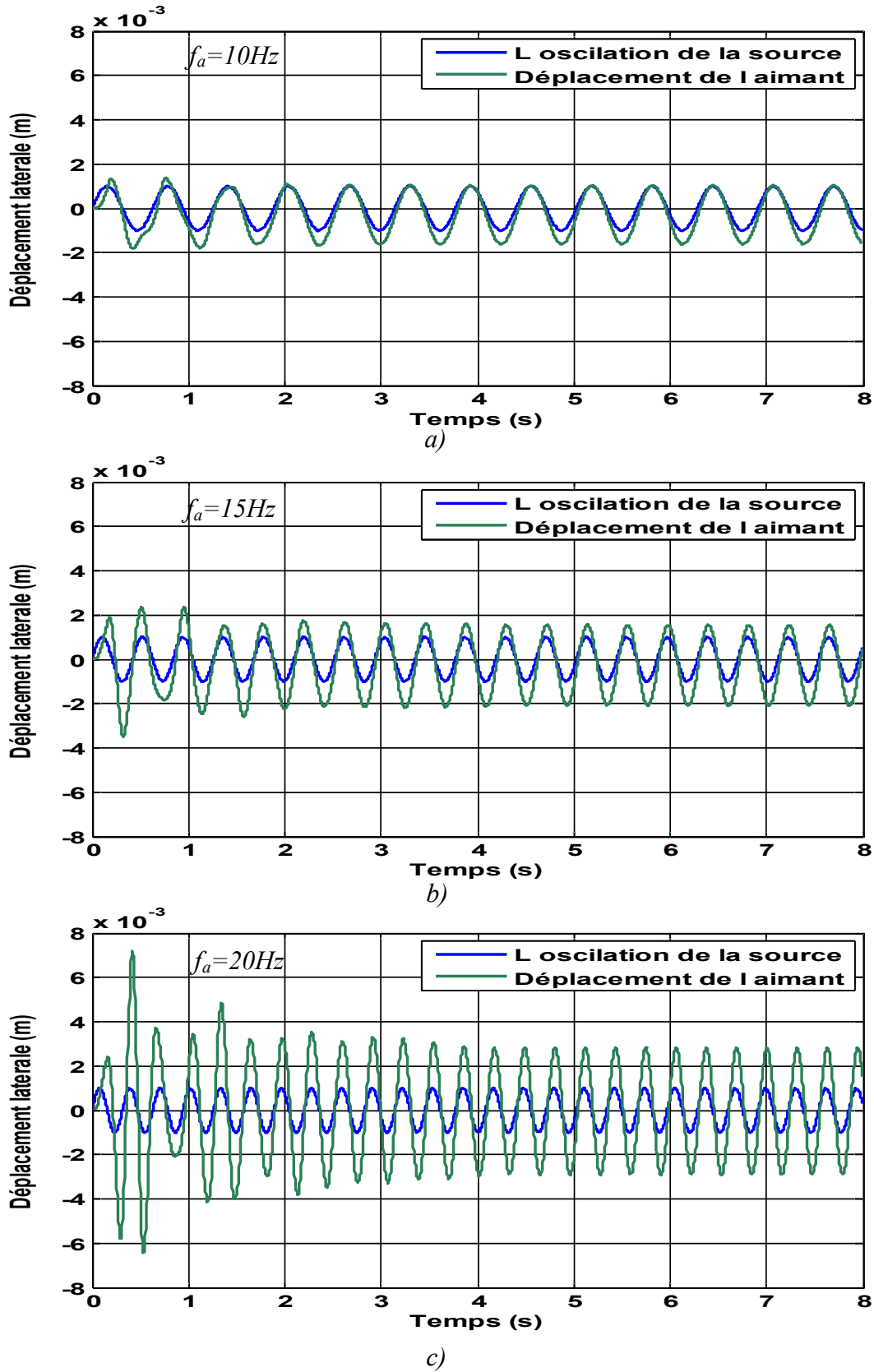


Figure.IV. 39 Réponse dynamique de l'aimant en lévitation pour différentes valeurs de la fréquence : a :  $f_a=10\text{Hz}$ , b :  $f_a=15\text{Hz}$  et c :  $f_a=20\text{Hz}$

La Figure IV.39 représente la dynamique de l'aimant pour différentes valeurs de la fréquence de la source d'excitation respectivement de  $f_a=10\text{Hz}$  ,  $f_a=15\text{Hz}$  et  $f_a=20\text{Hz}$ . Selon les résultats présentés on peut dire que l'augmentation de la fréquence du système d'oscillation mène à un système de lévitation moins stable latéralement.

Pour les faibles valeurs de la fréquence  $f_a$  (10 Hz et 15 Hz) le mouvement de l'aimant devient asymétrique où l'amplitude de l'alternance positive est différente à l'alternance négative, elle qu'il symétrique pour les grandes valeurs de  $f_a$ .

### IV. 7. 4. Effet de la perturbation extérieur sur un système de guidage magnétique

Pour concevoir un système de guidage magnétique, il est important d'étudier l'influence des forces de perturbation sur la dynamique d'un système de lévitation. Pour cela nous avons simulé la dynamique d'un aimant permanent qui lévite librement au dessus d'un supraconducteur et qui doit subir des perturbations latérales on appliquant des forces latérales externes ayant des valeurs différentes. Dans un premier temps, l'aimant de masse différente, respectivement de 1500 g, 1000 g et de 500 g sera relâché à partir d'une distance de 30mm. La Fig. IV.40 représente la dynamique de l'aimant ayant des masses différentes. A partir de l'instant  $t = 3.5\text{s}$  et sur un intervalle de temps qui s'étale entre 3.7s et 6.2s, les forces de perturbation extérieurs seront appliquée. La Fig. IV.41 représente la trajectoire de l'aimant pour différentes valeurs de forces de perturbation qui sont 1N, 2N, 3N, 4N et de 5N.

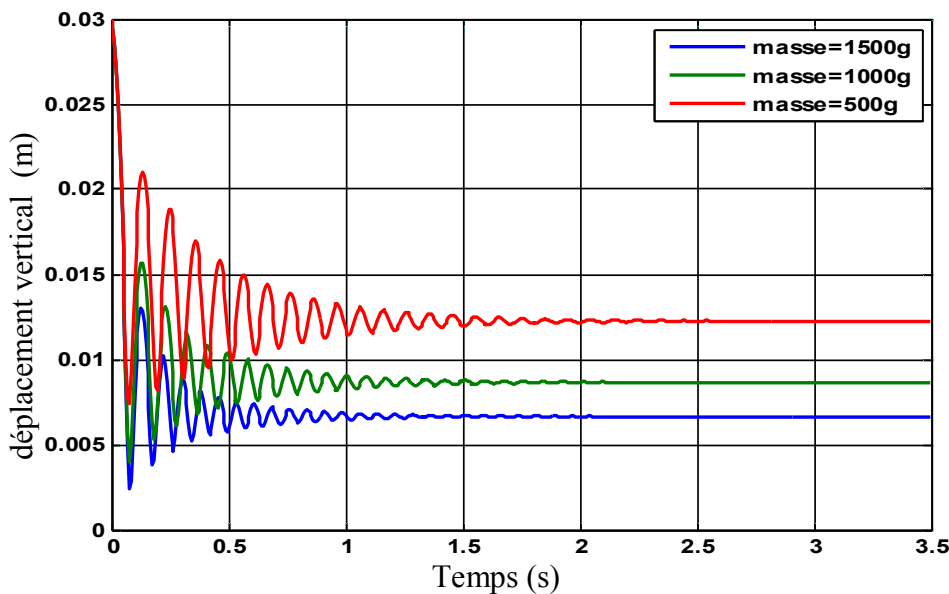
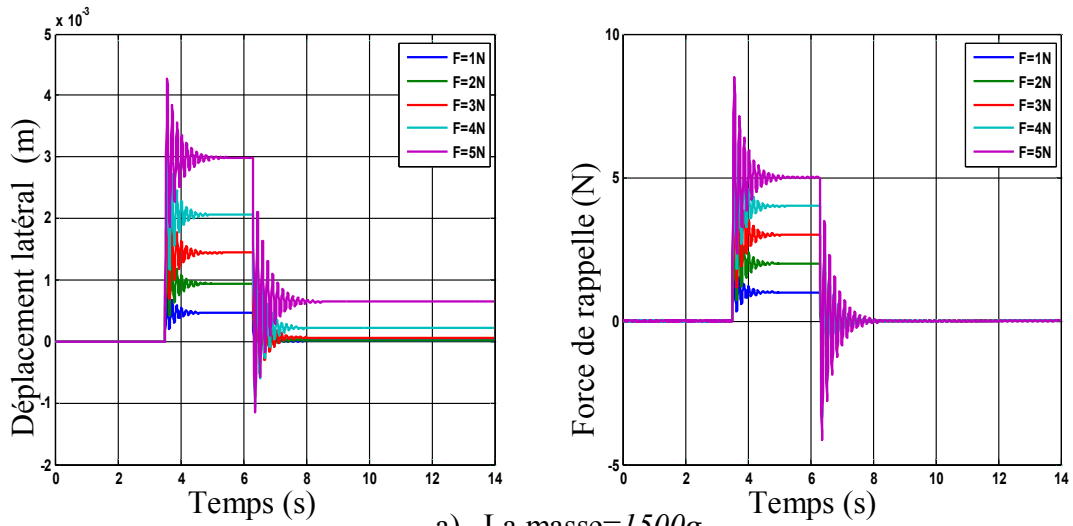
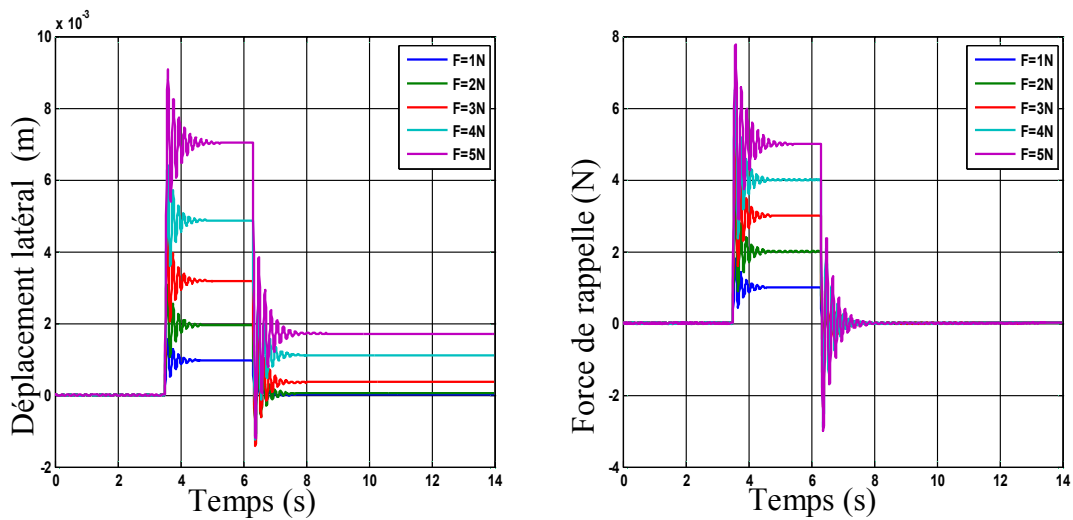


Figure IV.40 Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec supraconducteur fixe.

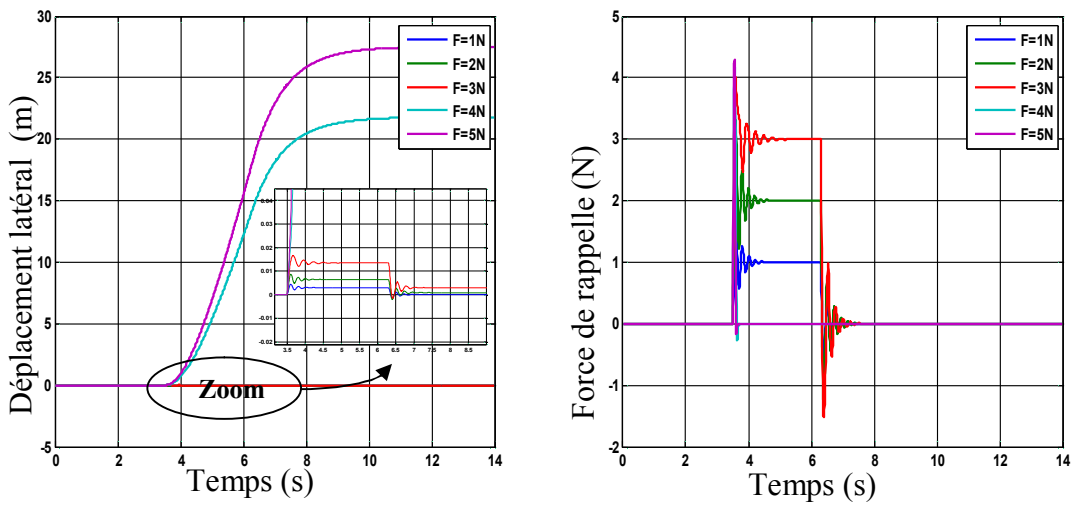




a) La masse=1500g.



b) La masse=1000g.



c) La masse=500g.

Figure IV.41 Réponse dynamique de l'aimant en lévitation avec supraconducteur durant une perturbation, pour une masse différente de l'aimant.

D'après les résultats présentés, on remarque que la trajectoire de l'aimant après avoir appliquée une force de perturbation dépend essentiellement de la masse de l'aimant et de la valeur de la force de perturbation. Pour une masse donnée, par exemple  $m = 1500$  g, avec l'augmentation de la force de perturbation appliquée, l'aimant atteint une position plus éloigné par rapport à sa position originale durant et après la perturbation. En effet, après un régime transitoire qui est dû à la force appliqué et a le force de rappelle créer par le supraconducteur, l'aimant atteint une position de 3mm durant la perturbation et de 0.8mm après l'annulation de la force de perturbation dans la valeur est de 5N. Mais pour une force de perturbation de 1N, l'aimant sera légèrement éloigné de sa position initiale où il atteint la position de 0.5 cm durant la perturbation est il revient vers sa position initiale après annulation de la force de perturbation. On peut dire alors, que pour les faibles valeurs de la force de perturbation (inférieure à 4N), l'éloignement de l'aimant par rapport à sa position originale peut être négligé. Ceci peut être expliqué par le cycle de force présenté au paravent, en effet, plus la force de perturbation est importante, plus le cycle de force produit est large, ainsi la position latérale où la force de rappelle devient nulle est plus éloigné de la position initiale de l'aimant.

Pour une force donnée et pour les différentes valeurs de masse, l'application d'une force de perturbation éloigne l'aimant de sa position originale, l'éloignement devient plus important avec la diminution de la masse de l'aimant. Par exemple, pour une force de perturbation de 5N, l'aimant de masse de 1500g sera éloigné d'une distance de 3mm et de 0.8 mm durant et après la perturbation, cette distance deviens de 7 mm et de 1.9 mm durant et après la perturbation pour une masse de 1000g. Ceci peut être expliqué à partir de la Fig. IV, en effet, pour un aimant ayant une masse importante, l'écart vertical entre l'aimant et le supraconducteur est minime, ceci engendre une force de rappelle importante et un cycle de force très large, ceci assure une bonne stabilité du système de lévitation en particulier, dans le cas de la présence d'une force de perturbation.

Pour les faibles masses (par exemple  $m = 500$ g), les faibles forces de perturbation n'influe pas sur la dynamique, mais pour les valeurs importante de force de perturbation, l'aimant sera injecter de sa position initiale.

## IV.8. Etude d'un système de lévitation magnétique composé d'une raille magnétique

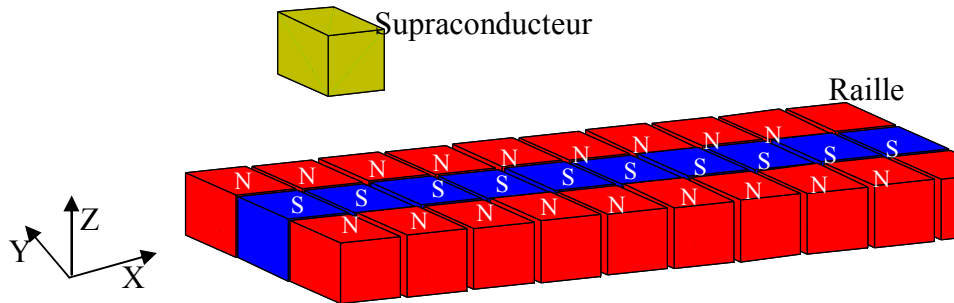


Fig. IV.42. Structure du dispositif de lévitation.

Dans cette partie, nous présentons les résultats de simulation d'un système de lévitation conçu à partir d'une raille magnétique et un supraconducteur à haute température critique qui lévite librement. La raille magnétique est composée d'un assemblage d'aimants permanents de configuration (N-S-N) [P.J.C. Branco 12]. Le supraconducteur de masse de 500 g sera injecté à une vitesse initiale de 0.1 m/s selon la direction OX, à partir de la position définie par ( $z = 30$  mm,  $x = y = 0$  mm). Dans nos simulations, nous avons considéré que le coefficient de frottement  $C$  est négligé.

La Fig. IV.43 présente la trajectoire tridimensionnelle du supraconducteur ( $x, y, z$ ). Selon les résultats présentés on remarque que le déplacement latéral suivant l'axe  $x$  est linéaire ceci se traduit par une vitesse constante qui est celle de démarrage (vitesse initiale). Concernant la position verticale, le supraconducteur subit un régime transitoire qui s'amortit progressivement avec le temps. Concernant le déplacement latéral du supraconducteur selon l'axe OY, on peut dire que le supraconducteur ne peut se déplacer suivant cette axe, ceci veut dire que le système ne présente aucune force selon l'axe OY.

Dans le but d'étudier la stabilité du système présenté dans le cas de la présence des forces de perturbations extérieures, nous avons provoqué une perturbation latérale à l'aide d'une force  $F_y$  de valeur de 0.5 N à l'instant  $t = 8$  s. Les résultats montrent que seul le déplacement du

supraconducteur selon l'axe OY peut être influé par la présence de cette force de perturbation, où des oscillations importantes apparaissent. Après ce régime transitoire, le supraconducteur sera décalé de sa position originale ( $y = 0\text{mm}$ ) vers une autre position donnée par  $y = 3.8\text{mm}$ . A l'instant  $t = 24\text{ s}$ , nous avons aussi provoqué une perturbation suivant l'axe OY mais de signe différent ( $F_y = -0.5\text{N}$ ). Selon les résultats présentés on peut dire aussi que seul le déplacement selon l'axe OY peut être influé par cette perturbation, après un régime transitoire, le supraconducteur atteint un régime stable mais sur une position de  $2.3\text{ mm}$ . La Fig.IV.44 représente la variation temporelle de la force de rappel. Cette force développée par le supraconducteur tente de s'opposer à la force de perturbation dans le but de stabiliser le supraconducteur, la valeur maximale de cette force dépasse celle de la force de perturbation, elle atteint un maximum de  $0.9\text{ N}$ .

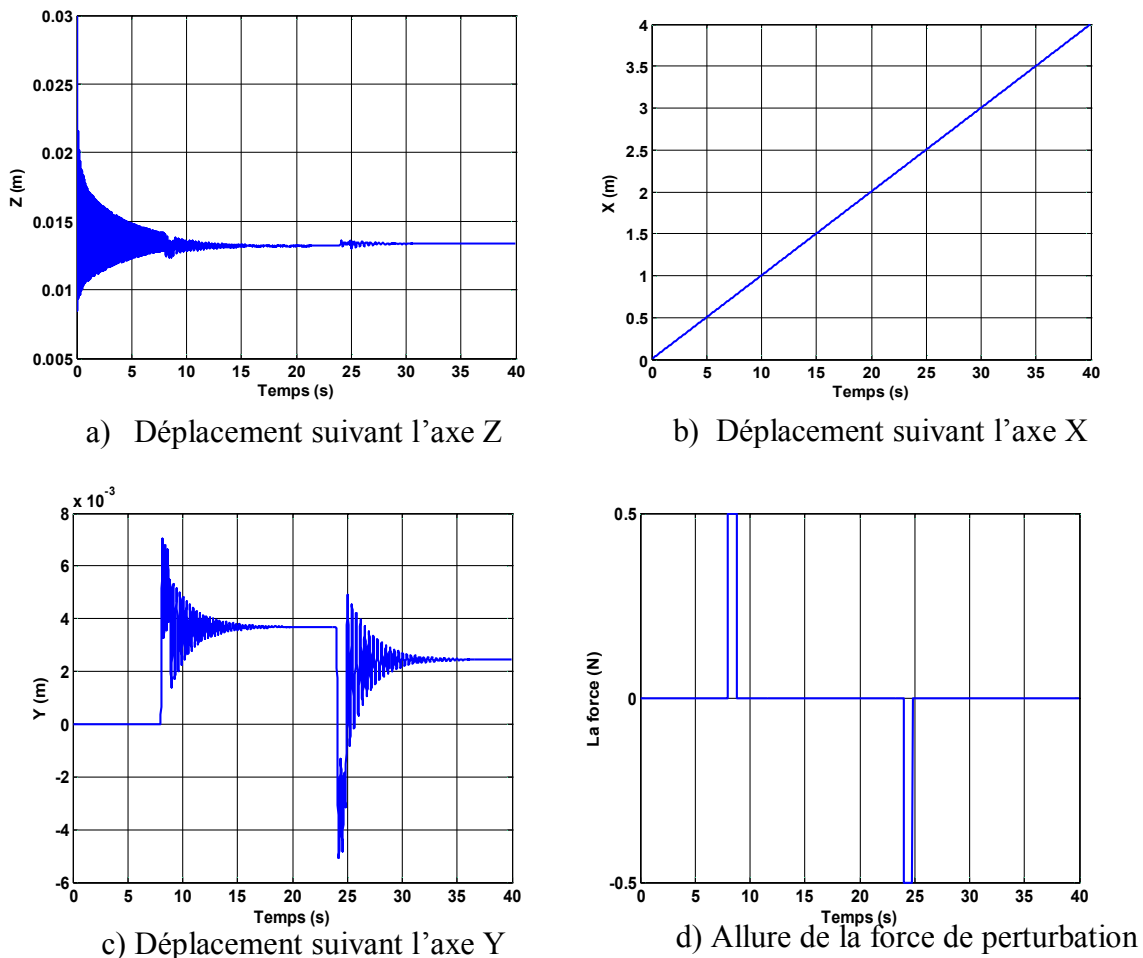


Figure IV.43 Réponse dynamique de supraconducteur au dessus d'une raille magnétique.

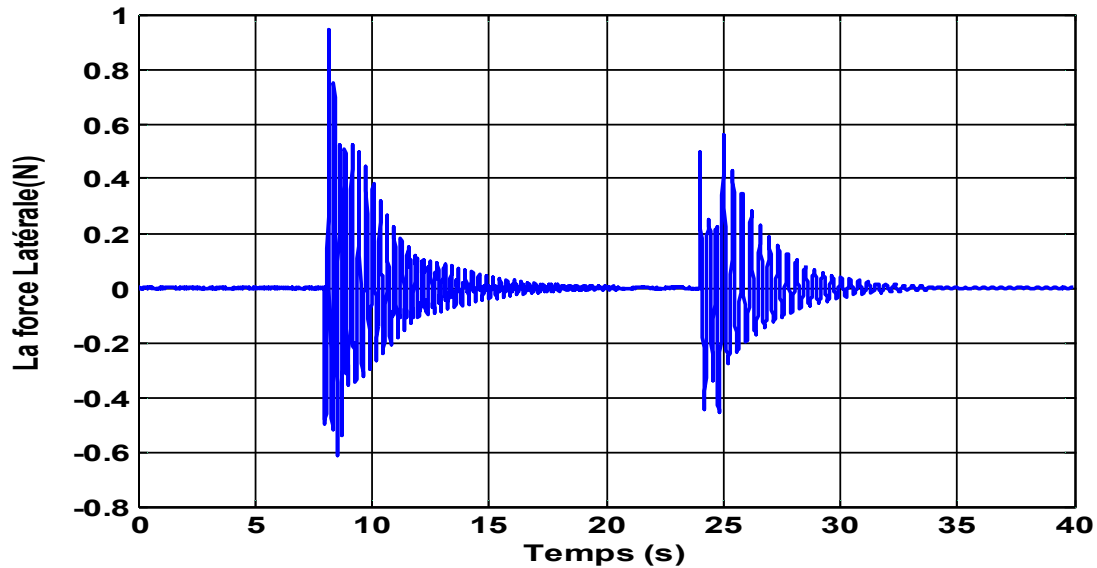


Figure VI.44 : Force de rappel magnétique latérale.

La Fig.IV.44 représente la variation temporelle de la force de rappel. Cette force développée par le supraconducteur tente de s'opposer à la force de perturbation (Fig.IV.43.d) dans le but de stabiliser le supraconducteur, la valeur maximale de cette force dépasse celle de la force de perturbation, elle atteint un maximum de 0.9 N.

Par la suite, nous avons augmenté la valeur de la force de perturbation à 1N (Fig. IV.45.d). Comme précédemment, seul le déplacement de l'aimant selon l'axe OY (Fig. IV.45.c) sera influé par la présence de cette force. Après un régime transitoire de la trajectoire du supraconducteur, il atteint une position différente à celle de l'origine de 7 mm. Cela veut dire que l'augmentation de la force de perturbation a provoqué un décalage plus important par rapport au cas précédent.

L'application d'une force de perturbation de signe négative, à influé aussi sur la dynamique du système en lévitation où seul la trajectoire du supraconducteur selon l'axe OY sera influé. Après un régime transitoire, le supraconducteurs atteint une position de -7mm (cette fois-ci de signe négative). Concernant la force latérale développée, elle tente toujours de stabilisée le supraconducteur où elle atteint un maximum de 2N (Fig. IV.46). Cette valeur dépasse celle appliqué pour perturber le système.

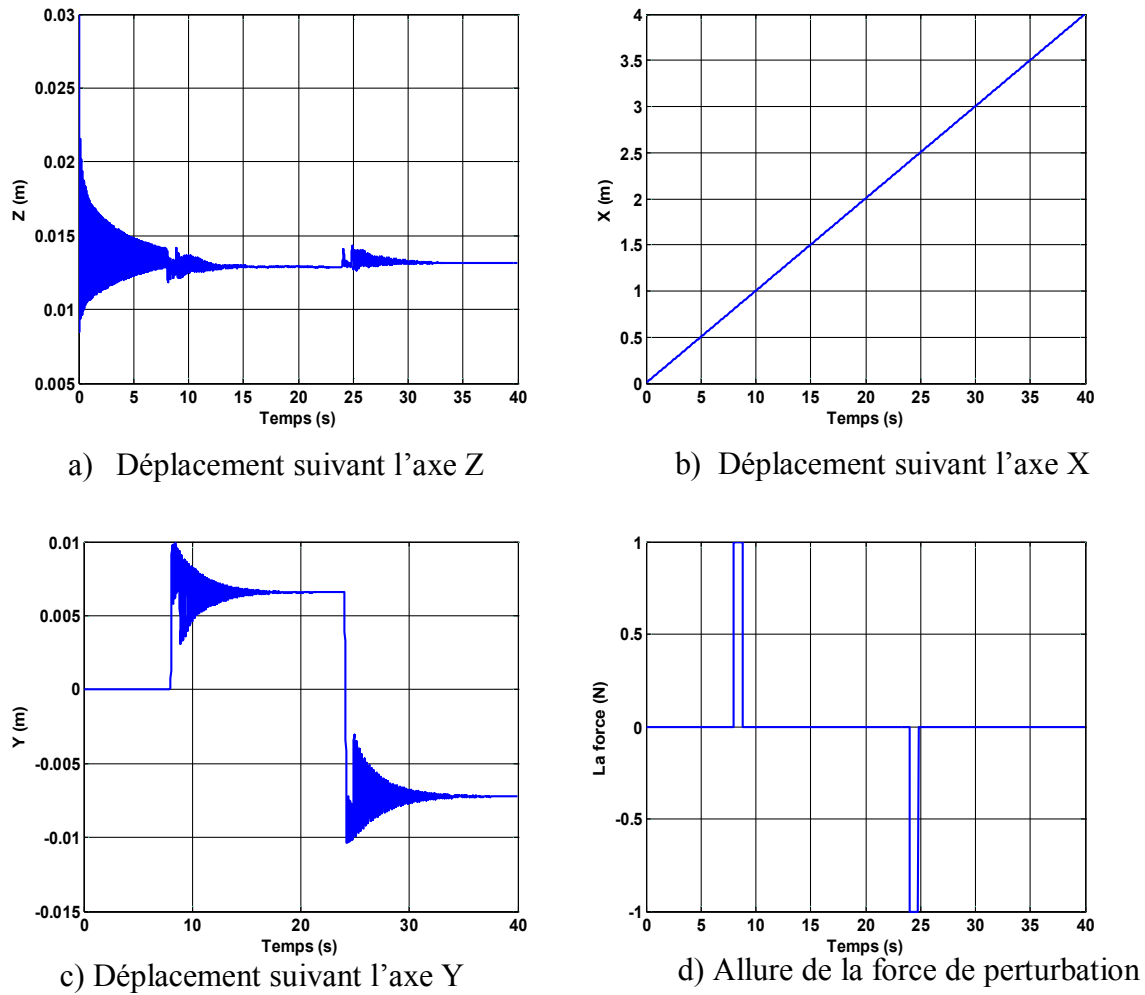


Figure IV.45 Réponse dynamique de supraconducteur au dessus d'une raille magnétique.

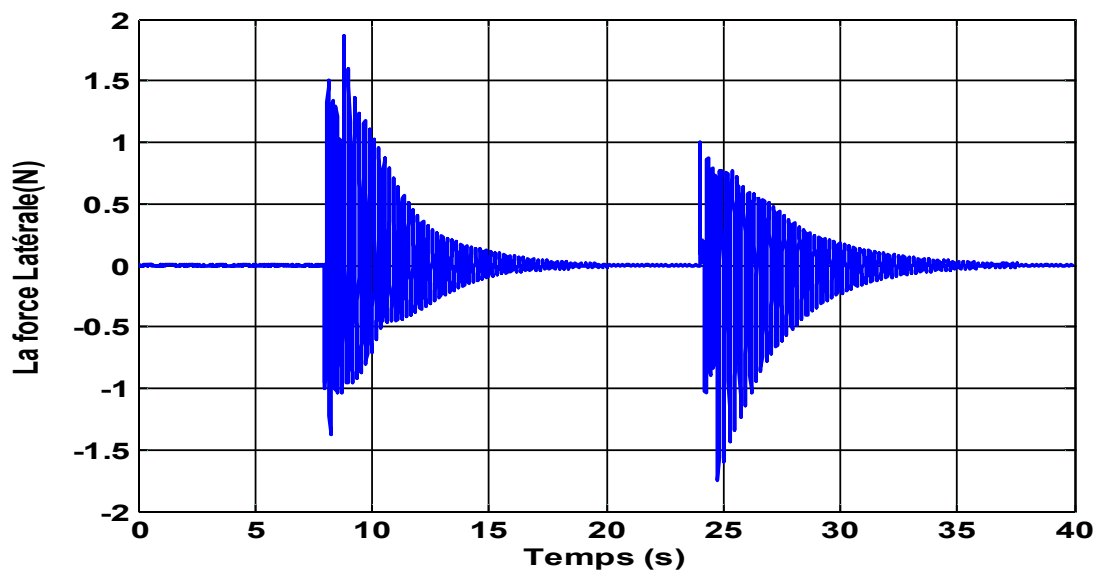


Figure VI.46 : Force de rappel magnétique latérale.

### IV.9. simulation d'un inducteur de la machine

Nous avons vu qu'il existe plusieurs manières d'utiliser les matériaux supraconducteurs à haute température critique dans les applications des machines électriques (I.9). Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser à une structure utilisant le matériau supraconducteur pour diriger et concentrer le champ magnétique grâce à l'effet presque diamagnétique des matériaux supraconducteurs. Dans les travaux réalisés au paravent, les supraconducteurs sont considérés comme un matériau de diamagnétisme parfait. Ceci n'est vrai que dans l'état de diamagnétisme parfait où le champ magnétique ne dépasse pas celle de la valeur du champ critique  $H_{c1}$ . Ceci n'est jamais vrai dans le cas des machines électriques où le champ magnétique dépasse immédiatement cette valeur. Le matériau supraconducteur se trouve alors dans un état dit intermédiaire où le champ magnétique pénètre partiellement les matériaux pour modéliser ce comportement nous devons utiliser une des lois qui permettent de prendre en considération les régimes Flux-Flow-Flux Creep des matériaux supraconducteurs à haute température critique.

Dans nos simulations, nous avons utilisé le modèle en puissance E-J qui reflète de façon très satisfaisante les deux régimes Flux-Flow-Flux Creep. Nous nous sommes intéressés à la modélisation de l'inducteur à 8 pôles. Cet inducteur est composé de deux solénoïdes coaxiaux avec des courants de sens opposés. Des écrans magnétiques, en supraconducteur à haute température critique, sont positionnés entre les solénoïdes. Le système électromagnétique à étudier est présenté sur la Figure IV.47.

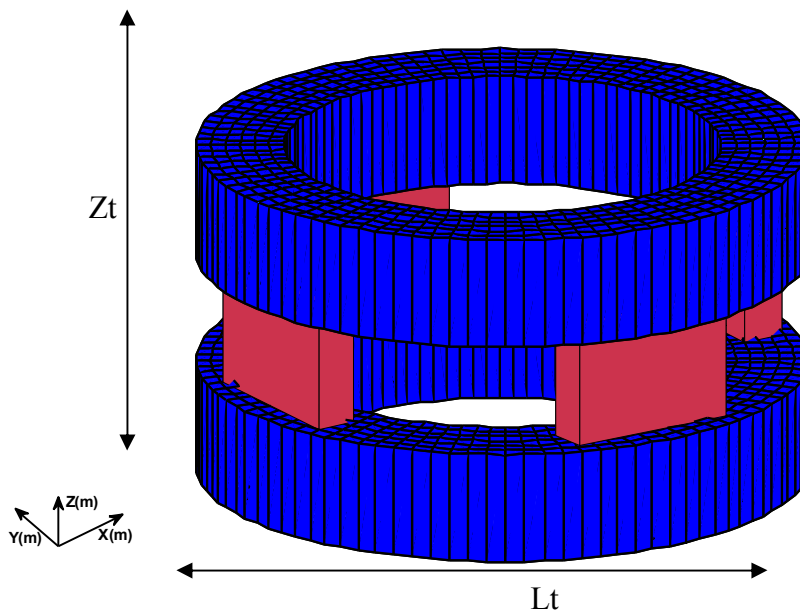


Figure IV.47 : Structure de l'inducteur 8 pôles

L'inducteur est composé de deux matériaux différents, deux solénoïdes en NbTi et des écrans magnétiques en YBaCuO. Les deux solénoïdes, identiques et de même axe sont parcourus par des courant opposés. Le couple d'une machine électrique a pour origine l'interaction entre le courant du bobinage induit et l'induction créée par le bobinage inducteur. Dans le cas d'une machine synchrone, l'induit contient un bobinage triphasé et l'inducteur crée une induction magnétique radiale dans l'entrefer de la machine par l'intermédiaire d'une bobine à courant continu ou d'un aimant permanent.

Pour augmenter le couple de la machine, on doit procéder par trois manières différentes [Masson 02] :

1. Augmenter le courant induit.
2. Augmenter l'induction dans l'entrefer. Cette solution nécessite un induit sans fer à cause de la saturation.
3. Augmenter les dimensions de la machine

Dans nos simulations, nous avons exploité la deuxième possibilité, c'est-à-dire nous avons tenté d'augmenter l'induction dans l'entrefer de la machine. Les propriétés géométriques de l'inducteur ainsi que les pastilles supraconductrices sont résumées dans la partie ci-dessous [Moulin 10] :

Diamètre de l'inducteur : 105mm ;

Forme des écrans supraconducteurs :  $50 \times 40 \times 5 \text{ mm}^3$

Longueur des solénoïdes : 50mm ;

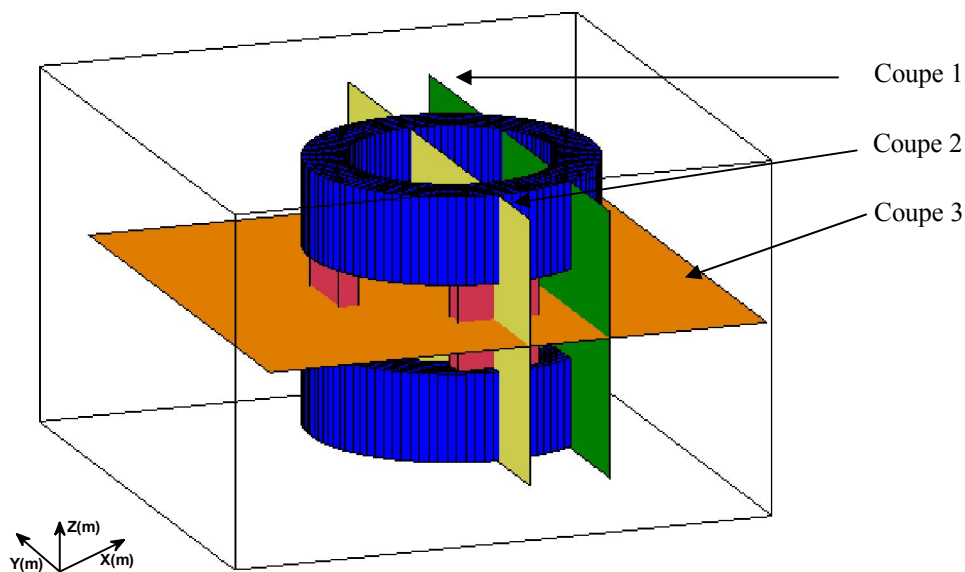


Figure IV.48 : les plans de coupe



Les Figures IV.49, 50 représentent la répartition spatiale du champ d'induction magnétique  $B$  suivant le plan Y-Z dans les plans de coupe 1 et 2 comme présenté dans la Figure IV.48. On comparant les résultats présentés, on constate qu'avec la présence des supraconducteurs, la répartition des lignes de champ magnétique a été considérablement modifiée. Ces derniers jouent le rôle d'un écran magnétique où elles tentent de concentré le champ magnétique dans l'entrefer de la machine étudié.

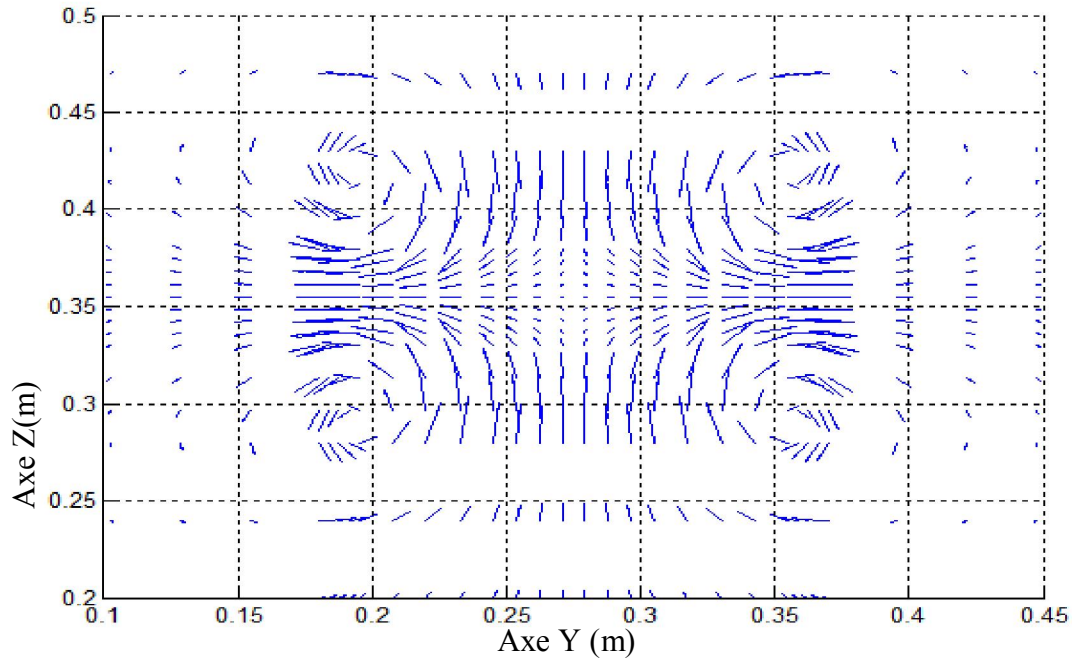


Figure IV.49 Répartition spatiale du champ d'induction magnétique  $B$  (coupe 1)

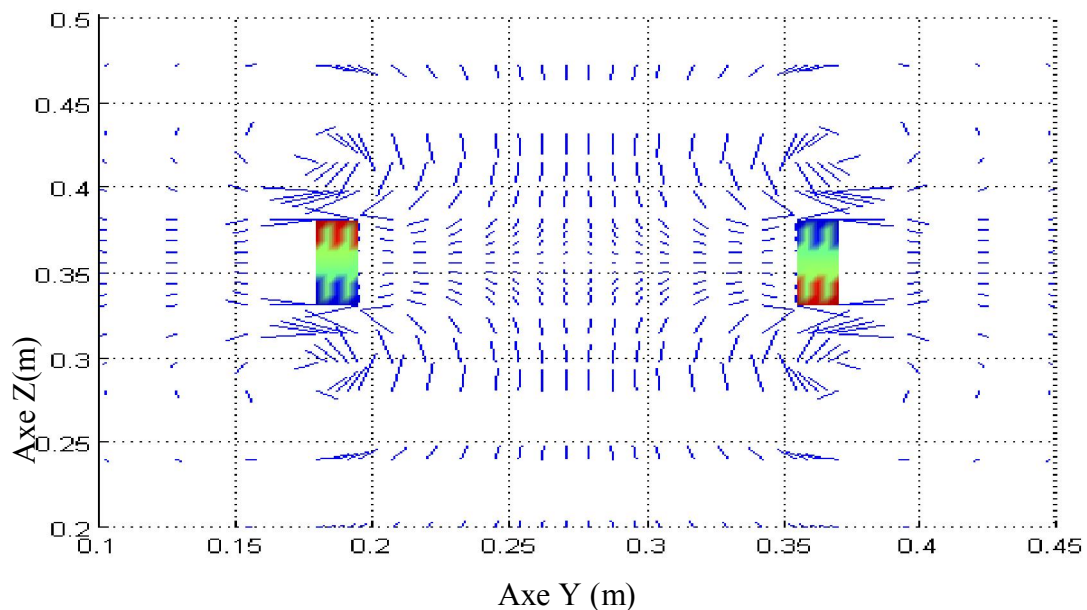


Figure IV.50 Répartition spatiale du champ d'induction magnétique  $B$  (coupe 2)

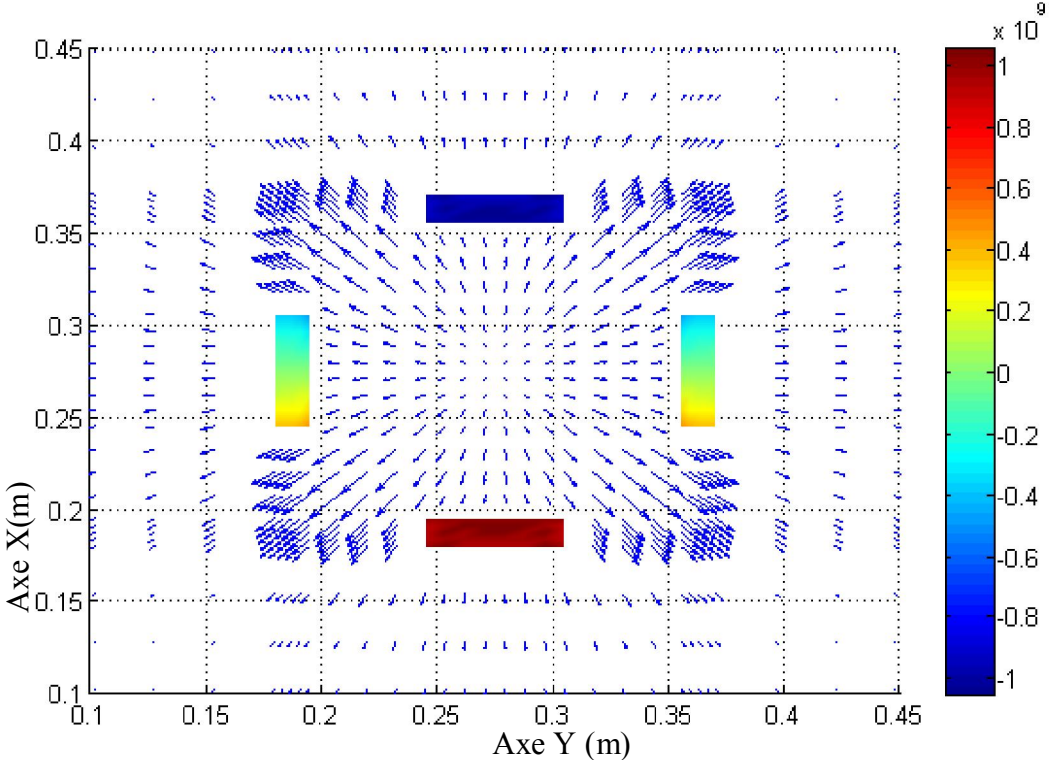


Figure IV.51 Répartition spatiale du champ d'induction magnétique  $B$  (coupe 3)

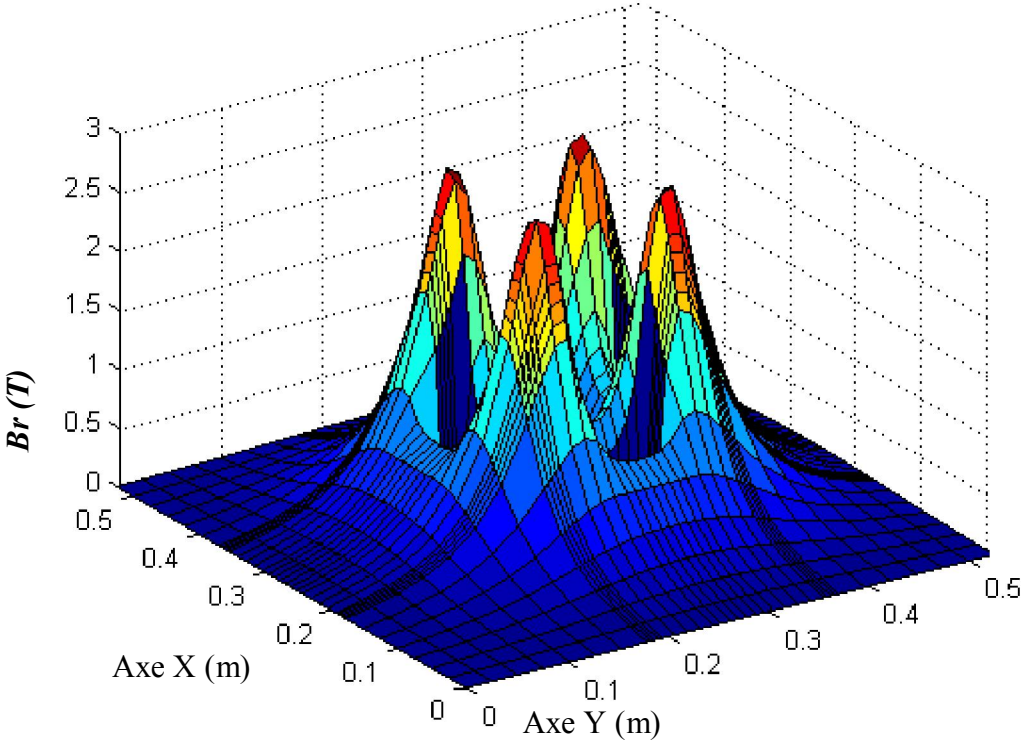


Figure IV.52 Répartition spatiale de la composante radiale du champ d'induction magnétique  $B_r$  (coupe 3)

La Figure IV. 51 représente la répartition spatiale du champ d'induction magnétique  $\mathbf{B}$  ainsi que la répartition des courants supraconducteurs sur la plan du coupe X-Y (plan de coupe situé au centre de l'inducteur représenté par la plan de coupe 3 dans la Fig. IV.48). Selon les résultats présentés, on constate que la présence des supraconducteurs tente de concentrer les lignes de champ dans l'entrefer de l'inducteur. Les courants supraconducteurs dans le maximum de la densité de courant est donné par  $10^9 A/m^2$  s'oppose à cette pénétration du champ à l'intérieur du matériau. Les courants développés orientent alors le champ magnétique dans le but de le concentrer dans l'entrefer [ailam 06].

La Figure IV.52 présente la répartition du module de la composante radiale du champ magnétique créé dans le cas de la présence des supraconducteurs. Selon les résultats présentés on constate que l'utilisation des supraconducteurs dans les inducteurs de la machine offre l'avantage d'augmenter le champ magnétique qui se traduit par l'augmentation du couple de la machine.

## **CONCLUSION GENERALE**

### Conclusion générale

Ce travail est une contribution à la modélisation tridimensionnelle des matériaux supraconducteurs. Les applications ont été principalement dédiées à l'étude des paliers magnétiques (étude de l'interaction entre aimant permanent et supraconducteurs) et à l'étude des systèmes de guidage magnétique ainsi à l'étude des inducteurs des machines électrique ayant des matériaux supraconducteurs à haute température critique.

Afin d'obtenir la résolution numérique du problème étudié, nous avons poursuivi le développement un code de calcul numérique des grandeurs électromagnétiques et thermiques dans les matériaux supraconducteurs où la méthode des volumes finis MVF a été adoptée.

L'étude du comportement des supraconducteurs dans le cadre des paliers magnétiques nécessite la connaissance de la force de lévitation. Cette dernière a été appréciée verticalement et latéralement en vu de la géométrie du problème. Elle a pu être obtenue grâce au modèle introduit et a fait l'objet de comparaison avec l'expérience. On s'est intéressé, dans un premier temps à l'étude des différents paramètres caractéristiques des deux dispositifs, le premier, constitué d'un simple aimant permanent et d'un supraconducteur, le second constitué d'un système de guidage magnétique et d'un supraconducteur.

L'étude des paliers magnétiques nous a conduits à étudier l'interaction entre un aimant et un supraconducteur dans le cas où ils interagissent librement et dans le cas où le supraconducteur suit une trajectoire imposée par une source extérieur de fréquence  $f_a$ . On a donc couplé au modèle magnétique –thermique le modèle mécanique. Cela nous a permis, entre autres, de mettre en évidence l'effet thermique dans la dynamique d'un système en lévitation. Les résultats des simulations on montré que la fréquence de la source extérieur influe considérablement sur la stabilité du système en lévitation où il serait moins stable pour des fréquences autour de la fréquence propre du système  $f_{pro}$ , et très stable pour des fréquences qui diffère de la fréquence  $f_{pro}$ .

## Conclusion générale

---

Les résultats des simulations ont montré l'intérêt principale d'utiliser les matériaux supraconducteurs à haute température critique dans les applications du génie électrique, tel que, les inducteurs des machines électriques. En effet, l'utilisation des supraconducteurs permet de concentrer le champ magnétique dans l'entrefer de la machine et par conséquent d'augmenter le couple de la machine.

En perspective, nous proposons, l'utilisation des codes de calcul développés pour l'étude du comportement magnétothermique des applications : Limiteur de courant à base de matériaux supraconducteurs à haute température critique.

Une autre approche de la méthode des volumes finis doit être développée, celle-ci doit permettre la modélisation des dispositifs ayant des géométries compliquées.

Une confrontation entre la méthode des volumes finis et les éléments finis s'impose.

### BIBLIOGRAPHIE

- [Ailam 06] el hadj ailam: “machine synchrone à plots supraconducteurs : etude et realization”, these doctorat, laboratoire g2elab,2010.
- [Ailam 07] el hadj ailam, denis netter, jean lévêque, bruno douine, philippe j. Masson, and abderrezak rezzoug, : “design and testing of a superconducting rotating machine”, IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 17, no. 1, march 2007.
- [Allag 10] hicham allag :”modèles et calcul des systèmes de Suspension magnétique passive - développements et calculs analytiques en 2d et 3d des interactions entre les aimants permanents”, thèse doctorat, laboratoire g2elab, 2010.
- [Allag 08] hicham allag and jean-paul yonnet:”3d analytical calculation of the interactions between permanent magnets”, conférence internationale REPM (rare earth permanent magnets and their applications), knossos : grèce (2008)"
- [Allag 11] allag h., yonnet j.-p., latreche m.e.h, and boucekara h. R.e.h “coulombian model for 3d analytical calculation of the torque exerted on Cuboidal permanent magnets with arbitrarily oriented polarizations” ,8th international conference on linear drives for industry applications), Eindhoven: Netherlands (2011)"
- [Alloui 13] l. Alloui, k. Ben alia, f. Bouillault, s.m. Mimoune, l. Bernard, j. Lévêque : “numerical study of the relation between the thermal effect and the stability of the levitation system excited by an external source”, physica c 487 (2013) 1–10
- [Alloui 09<sup>b</sup>] L. Alloui, F. Bouillault and S.M. Mimoune., “Modélisation 3D par la méthode des volumes finis des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique”, to be published in Revue internationale de Génie électrique, RIGE, 2009.
- [Alloui 09<sup>a</sup>] L. Alloui, F. Bouillault and S. M. Mimoune, “Numerical Study of the Influence of flux creep and of Thermal Effect on Dynamic Behaviour of Magnetic Levitation Systems with a high-Tc superconductor using control volume method”, EPJ. App. Phys., Vol. 37, No. 2, pp. 191-195, Feb. 2009.
- [Alloui 08] L. Alloui, F. Bouillault, S. M. Mimoune, “Modélisation tridimensionnelle des matériaux supraconducteur par la méthode des volumes finis”, Conférence sur les matériaux du génie électrique (MGE), Toulouse France, Proc., Art. P3, Mai. 2008.
- [Alonso 04] D. R. Alonso et al, “Numerical analysis of high temperature superconductors with the critical-state model,” IEEE Trans on Applied superconductivity, vol. 14, no. 4, pp. 2053-2062, December. 2004.
- [Anderson 62] P. W. Anderson, “Theory of flux creep in hard superconductors,” Phys. Rev. Let, 1962, Vol 9, no 7,p309.
- [Baixeras 98] JOSEPH BAIXERAS “Les supraconducteurs Applications à l’électronique et à l’électrotechnique ” Edition CNRS, octobre 1998

## Bibliographie

---

- [Bancel 98] [F.Bancel and G. Lemarquand, "Tree-Dimensional Analytical Optimization of Permanent Magnets Alternated Structure" IEEE Trans. Magn. vol. 34 p. 242-247, January 1998
- [BERGER 06] Kevin BERGER : " Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température", thèse doctorat, l'université Henri Poincare, Nancy I 2006.
- [Bhattacharya 10] raghu bhattacharya and m. Parans paranthaman : "high temperature superconductors", wiley-vch verlag gmbh & co. Kгаа ,2010.
- [Bird 08] J. Bird and al., "Calculating the forces created by an electrodynamic wheel using a 2-D steady-state finite element method," IEEE Trans on Magnetics, vol. 44, no. 3, pp. 365-372, March. 2008.
- [Biro 89] O. Biro and K. Preis, "On the use of the magnetic vector potential in the finite element analysis of three dimensional eddy currents", IEEE Trans. Magn., Vol. 25, No. 4, pp. 3145-3159, Jul. 1989.
- [ BOUAÏCHA 11] Faiza BOUAÏCHA "Effet du Dopage sur les Propriétés Cristallographiques et Physiques de Céramiques Supraconductrices Bi1.6Pb0.4Sr2CaCu2O8+d. " thèse doctorat, université mentouri Constantine.
- [Braeck 02] S. Braeck et al., "Superconducting trapped-field magnets : temperature and field distributions during pulsed-field activation", Journal of Applied Physics, vol. 92, n° 10, November 2002, pp. 6235-6240.
- [Branco 12] p. J. Costa branco, member, ieee, and j. A. Dente: "design and experiment of a new maglev design using zero-field-cooled ybco superconductors", IEEE Transactions On Industrial Electronics, vol. 59, no. 11, november 2012.
- [Brissonneau 97] : Pierre Brissonneau " Magnétisme et matériaux magnétiques " Edition HERMES, janvier 1997.
- [Buckel 04] werner buckel, reinhold kleiner : "superconductivity fundamentals and applications" , wiley-vch verlag gmbh & co. Kгаа, weinheim 2004.
- [Buzon 02] D.Buzon, "Limitation de courant à partir de matériaux supraconducteurs HTc", Thèse de doctorat, Spécialité génie électrique, Institut national polytechnique de Grenoble, 2002.
- [Dias 13] d. H. N. Dias, g. G. Sotelo, e. F. Rodriguez, r. De andrade, jr., and r. M. Stephan, : "emulation of a full scale maglev vehicle behavior under operational conditions" , IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 23, no. 3, June 2013.
- [Dias 2011] daniel henrique nogueira dias, guilherme gonçaves sotelo, and rubens de andrade, jr. : "study of the lateral force behavior in a field cooled superconducting linear bearing", IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 21, no. 3, June 2011.
- [Douine 01] Bruno DOUINE "Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique" Thèse de Doctorat 7 novembre 2001
- [Duron 06] joseph duron : " modélisation de matériaux supraconducteurs - application a un limiteur de courant", thèse doctorat, école polytechnique fédérale de Lausanne.
-



- [Enomoto 05] N. Enomoto, T. Izumi and N. Amemiya, "Electromagnetic field analysis of rectangular superconductor with large aspect ratio in arbitrary orientated magnetic fields," IEEE Trans on Applied superconductivity, vol. 15, no. 2, pp. 1574-1577, June. 2005.
- [Fetzer 96] J. Fetzer, S. Kurz and G. Lehner, "Comparison between different formulations for the solution of 3D nonlinear Magnetostatic problems using BEM-FEM coupling", IEEE Trans. Magn., Vol. 32, No. 3, pp. 663-666, May 1996.
- [Fou 00] s. Ho tam fou, a. Erraud, and f. Bouillault: "numerical modeling of the association of magnet and Hts superconductors", IEEE Transactions On Magnetism, vol. 36, no. 4, July 2000.
- [Fujioka 96] T. Fujioka. "3-D analysis of current distribution and AC loss induced by external AC magnetic field in multifilamentary superconducting wires," IEEE Trans on Magnetics, vol. 32, no. 3, pp. 1140-1143, May. 1996.
- [Furlani 93] E.P. Furlani, "A Formula for the Force and Torque of Axial Couplings," IEEE Trans. Magn. vol. 29, p. 2295-2301, September 1993
- [Furlani 01] Edward P. Furlani, "Permanent Magnet and Electromechanical Devices", Academic Press, 2001.
- [Gou 07] X.F. Gou and al., "Drift of levitated/suspended body in high-Tc superconducting levitation system under vibration – Part II: Drift velocity for gap varying with time" IEEE Trans on Applied superconductivity, vol. 17, no. 3, pp. 3803-3808, September. 2007.
- [Gunther 92] C. Gunther and al, "Junction Josephson en couche épaisse d'oxydes supraconducteurs," J. Phys. III. France 2 (1992), pp. 255-262.
- [Hiebel 92] P. Hiebel, "Paliers magnétique supraconducteurs", Thèse de doctorat, Spécialité génie électrique, Institut national polytechnique de Grenoble, 1992.
- [Hikihara 96] takashi hikihara, george isozumi: "modeling of lateral force-displacement hysteresis caused by local flux pinning". Physica c 270 (1996) 68-74.
- [Hoang 10] the cuong hoang : "caractérisation des supraconducteurs a haute température critique en vue d'application en électrotechnique", thèse doctorat, l'université Henri Poincare, Nancy I 2010.
- [Iwasa 09] yukikazu iwasa : "case studies in superconducting magnets", Massachusetts Institute of Technology Cambridge, MA USA, springer, Second Edition, 2009.
- [Jing 12] hua jing, suyu wang, ming jiang, and jiasu wang: "influence of the vertical movement of bulk on the levitation force at different temperatures", IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 22, no. 6, December 2012.
- [kameni 09] kameni ntichi abelin : "étude par des méthodes analytiques et numériques de la répartition des champs induits dans les supraconducteurs `a haute température critique. ", thèse doctorat, groupe de recherche en électronique et électrotechnique de Nancy, 2009.
- [Kasal 07] R. B. Kasal and E. V. de Mello, "Modeling and simulation of precursor diamagnetism in high critical temperature cuprates," 8th European conference on applied superconductivity (EUCAS 2007).

[Kim 62]	Y. B. Kim and al, “Critical persistent currents in hard superconductors,” Phy. Rev. Lett. 9(7), pp. 306-309, 1962.
[Klutsch 03]	iszabela klutsch : ”modelisation des supraconducteurs et mesures”, IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 22, no. 6, December 2012.
[Ma 01]	ki. B. Ma, yevgeniy postrekhin, hong ye and wei-kan chu: “magnetic interaction force between high- <i>t<sub>c</sub></i> superconductor-ring and magnet”, IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 11, no. I, March 2001.
[Ma 09]	g.t. Ma, j.s. Wang*, q.x. Lin, m.x. Liu, z.g. Deng, x.c. Li, h.f. Liu, j. Zheng, s.y. Wang: “lateral restorable characteristics of the high- <i>t<sub>c</sub></i> superconducting maglev vehicle above the permanent magnet guideway”, physica c 469 (2009) 1954– 1957.
[Ma 10]	guang-tong ma, jia-su wang, and su-yu wang : “numerical investigation of the lateral movement influence on the levitation force of the bulk hts based on a 3-d model” , IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 20, no. 3, june 2010.
[Ma 10]	guang-tong ma, jia-su wang, and su-yu wang : “numerical investigation of the lateral movement influence on the levitation force of the bulk hts based on a 3-d model”, IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 20, no. 3, June 2010.
[Ma 10]	guang-tong ma, jia-su wang, and su-yu wang : “3-d modeling of high- <i>t<sub>c</sub></i> superconductor for magnetic levitation/suspension application—part ii: validation with experiment” , IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 20, no. 4, august 2010.
[MAG03]	PH. MANGIN “Supraconductivité un condensât de physique ” école des mines de Nancy, séminaire IFR matériaux (juin 2003).
[Maslough 98]	M. Maslough, F. Bouillault and al, “Numerical Modeling of superconductor materials using anisotropic kim law,” IEEE Trans on Magnetics, vol. 34, no. 5, pp. 3064-3067, September. 1998.
[Masson 02]	philippe masson : “étude d'écrans supraconducteurs a haute température critique massifs. Application a la réalisation d'une machine électrique de conception originale”, thèse doctorat, groupe de recherche en électrotechnique et électronique de Nancy, 2002.
[Masson 07]	philippe j. Masson, j. E. Pienkos, and cesar a. Luongo : “scaling up of hts motor based on trapped flux and flux concentration for large aircraft propulsion” , IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 17, no. 2, June 2007.
[MOON 94]	FRANCIS C. MOON “superconducting levitation applications to bearings and magnetic transportation”, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 1994.
[Moulin 10]	renaud moulin : “dimensionnements et essais de moteurs supraconducteurs ”, thèse doctorat, l'université Henri Poincare, Nancy-I 2010.
[Nagaya 06 <sup>a</sup> ]	kosuke nagaya : “analysis of a high <i>t<sub>c</sub></i> superconducting levitation system with vibration isolation control”, IEEE Transactions On Magnetics, vol. 32, no. 2, march 1996.
[Nagaya 06 <sup>b</sup> ]	kosuke nagaya and syunsuke shuto: “approximate boundary conditions in a circular conductor and their application to nonlinear vibration analyses of high- <i>t<sub>c</sub></i>

- superconducting levitation system”, IEEE Transactions On Magnetics, vol. 32, no. 3, may 1996.
- [Navau 03] c. Navau, a. Sanchez, and e. Pardo : “lateral force in permanent magnet-superconductor levitation systems with high critical current” ,IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 13, no. 2, June 2003.
- [Netter 05] d. Netter, j. Leveque, e. Ailam, b. Douine, a. Rezzoug, and philippe j. Masson “theoretical study of a new kind hts motor”, IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 15, no. 2, June 2005
- [Nibbio 99] N. Nibbio “Nonlinear electromagnetic modeling of high temperature superconducting tempes”, thèse de l’école polytechnique fédérale de lausanne 1999.
- [Nougier] J. P. Nougier, “Méthodes de calcul numérique”, 3ème édition, Edition Masson.
- [Painho 11] b. Painho · j.a. Dente · p.j. Costa branco: “superconductor losses and damping effects under zero field cooling and field cooling conditions in a htsc-magnet levitation system” , J Supercond Nov Magn (2011) 24: 927–937.
- [Pan 10] siting pan, suyu wang, donghui jiang, and jiasu wang: “influence of horizontal vibrations on the lateral stability of bulk high temperature superconductors”, IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 20, no. 3, June 2010.
- [Patankar 80] Patankar Suhas V., « Numerical heat transfer and fluid flow », Series in Computational methods in mechanics and thermal sciences. 1980, Hemisphere publishing corporation.
- [Pelletier] J. P. Pelletier, “Techniques numériques appliqués au calcul scientifique,” Edition Masson et Cie ; pp. 132, 135.
- [Piskounov 80] : N. PISKOUNOV “CALCUL DIFFÉRENTIEL et INTÉGRAL“ Edition MIR 1980
- [Postrekhin 01] e. Postrekhin, ki bui ma, et al: “dynamics and relaxation of magnetic stress between magnet and superconductor in a levitation system ”, IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. II , no. I, march 2001.
- [Qin 11] yujie qin, xiaojing hou: “influence of maglev force relaxation on the forces of bulk htsc subjected to different lateral displacements above the ndfeb guideway” , physica c 471 (2011) 118–120.
- [Ravaud 08] r. Ravaud, g. Lemarquand, v. Lemarquand, and c. Depollier : “analytical calculation of the magnetic field created by permanent-magnet rings”, IEEE Transactions On Magnetics, vol. 44, no. 8, august 2008.
- [ruiz 04] david ruiz-alonso, tim a. Coombs, and archie m. Campbell: “numerical analysis of high-temperature superconductors with the critical-state model”, IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 14, no. 4, December 2004
- [Sirois 02] frederic sirois: “ modélisation de la caractéristique E–J des supraconducteurs `a haute température critique ”, thèse doctorat, école polytechnique de Montréal, 2002.
- [Song 04] h. h. Song, o. De haas, z.y. Ren, x.r. Wang, j. Zheng, x.z. Wang, s.y. Wang, j.s. Wang, y. Zhao : “magnetic interaction between multiple seeded ybco bulks and the permanent magnet guideway” , physica c 407 (2004) 82–87.

[Song 06]	honghai song, jun zheng, minxian liu, et al: "optimization and design of the permanent magnet guideway with the high temperature superconductor", IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 16, no. 2, June 2006.
[Sykulski 97]	Sykulski and al., "2D Modeling of field diffusion and AC losses in high temperature superconducting tapes," IEEE Trans on Magnetics, vol. 36, no. 4, pp. 1178-1181, July. 2000.
[Tixador 07]	P. Tixador et al "electromagnetic modeling of superconductors", Cryogenics 47 (2007) 539-545
[Tixador 03]	Pascal TIXADOR, Yves BRUNET "Supraconducteurs - Bases théoriques", D 2 701, technique de l'ingénieur, 2003
[Tixador 08]	Pascal TIXADOR, Yves BRUNET : " Applications de puissance à haute température critique ", D 2 705, technique de l'ingénieur, 2008
[Tsuchimoto 94]	M. Tsuchimoto and al., "Numerical evaluation of levitation force of HTSC flywheel," IEEE Trans on Applied superconductivity, vol. 4, no. 4, pp. 211-215, December. 1994.
[Vinot 02]	E. Vinot and al., "Circuit coupling method applied to bulk superconductors" IEEE Trans on Applied superconductivity, vol. 38, no. 6, pp. 3661-3664, November. 2002.
[Wang 01 ]	j. S. Wang, s. Y. Wang, z. Y. Ren, m. Zhu, h. Jiang, q. X. Tang: "levitation force of a ybaco bulk high temperature superconductor Over a ndfeb guideway", IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. 11 , no. I. March 2001.
[Wang 01]	j. S. Wang, s. Y. Wang, z. Y. Ren, m. Zhu, h. Jiang, q. X. Tang: "levitation force of a ybaco bulk high temperature superconductor over a ndfeb guideway", IEEE Transactions On Applied Superconductivity, vol. II , no. I. March 2001.
[Wang 03]	j.s. Wang, s.y. Wang, z.y. Ren, h. Jiang, m. Zhu, x.r. Wang, x.m. Shen, h.h. Song: "experiment results of high temperature superconducting Maglev vehicle", physica c 386 (2003) 431-437.
[Yang 07]	yong yang and xiaojing zheng: "effect of parameters of a High-temperature superconductor levitation system on the lateral force", Supercond. Sci. Technol. 21 (2008) 015021 (6pp).
[Yang 09]	yong yang : "effects of parameters of high-temperature superconductor levitation system on the vertical force in zero-field cooling when a permanent magnet is laterally traversing", J. Supercond. Nov. Magn. (2009) 22: 381-385.
[Yoshida 94]	Y. Yoshida, M. Uesaka, and K. Miya, "Magnetic field and force analysis of high Tc superconductor with flux flow and creep," IEEE Trans. Magn, vol. 30, no. 5, pp. 3503-3506, Sep. 1994.
[Zhang 07 <sup>a</sup> ]	longcai zhang, jiasu wang, suyu wang, qingyong he: "influence of ac external magnetic field perturbation on the guidance force of hts bulk over a ndfeb guideway" , physica c 459 (2007) 43-46.
[Zhang 07 <sup>b</sup> ]	longcai zhang, suyu wang, jiasu wang, jun zheng : "influence of ac external magnetic field on guidance force relaxation between hts bulk and ndfeb guideway", physica c 467 (2007) 96-100.
[Zhang 09]	xing-yi zhang · jun zhou · you-he zhou: "influencing factors of levitation drift caused by magnet vibration", J Supercond Nov Magn (2009) 22: 855-859.

- [Zhao 07] xian-feng zhao · yuan liu: “the maximum levitation force of high-tc superconductors”, J Low Temp Phys (2007) 149: 200–208.
- [Zheng 05] X. J. Zheng et al, “Influence of flux creep dynamic behaviour of magnetic levitation systems with a high-Tc superconductor,” IEEE Trans on Applied superconductivity, vol. 15, no. 3, pp. 1574-1577, September. 2005.
- [Zheng 06] jun zheng, honghai song, jiasu wang, suyu wang, minxian liu, and hua jing: “numerical method to the excited high-tc superconducting levitation system above the ndfeb guideway”, IEEE Transactions On Magnetics, vol. 42, no. 4, April 2006.
-

**Résumé**--- nous présentons une contribution à la modélisation tridimensionnelle des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique. La méthode des volumes finis est adoptée comme méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes physiques traités. L'ensemble des modèles mathématico-numériques ainsi développés et implémentés sous Matlab. Trois principales applications ont été adoptées pour valider l'ensemble des modèles mathématiques et numériques développés. Dans la première application, il s'agit de l'étude de l'interaction entre aimant permanent et un supraconducteur à haute température, dans la seconde on s'intéresse à l'étude des systèmes de guidage magnétique, dans la troisième application, on c'est intéressé à l'étude des machines électrique conçus à partir des supraconducteurs.

**Mots clés**--- Modélisation Numérique, Electromagnétisme, Thermique, Couplage Magnéto-Thermique, Volumes Finis, Algorithme Alterné, supraconducteurs à haute température critique.

**Abstract**--- We present a contribution to the three-dimensional modeling of coupled electromagnetic and thermal phenomena in superconducting materials with high critical temperature. The finite volume method is adopted as a method of solving PDEs features to physical phenomena treated. The set of mathematical-numerical models and developed and implemented in Matlab. two main applications have been taken to validate the developed mathematical and numerical models. In the first application, it is the study of the interaction between permanent magnet and a high-temperature superconductor, in the second one is interested in the study of the magnetic guide system in the third application on c is interested in the study of electrical machinery designed from superconductors..

**Key words** -- Numerical Modelling, Electromagnetism, Thermal, Magneto-Thermal Coupling, Control Volumes, Alternate Algorithm, high temperature superconductors.

**ملخص:**

نقدم مساهمة في النمذجة ثلاثية الأبعاد من للظواهر الكهرومغناطيسية و الحرارية في المواد فائقة التوصيل مع ارتفاع درجة الحرارة الحرجة. و اعتمدت طريقة حجم محدود كوسيلة من وسائل حل المعادلات التفاضلية الجزئية المميزة لمعالجة الظواهر الفيزيائية. مجموعة من النماذج الرياضية-العددية تم وضعها وتنفيذها في برنامج Matlab. وقد تناولنا ثلاثة تطبيقات رئيسية للتحقق من صحة النماذج الرياضية والعددية المتقدمة. في التطبيق الأول: دراسة التفاعل بين المغناطيس الدائم ومعدن فائق الناقلية للكهرباء، وفي ثانية : دراسة نظم التوجيه المغناطيسي و في التطبيق الثالث تناولنا دراسة محرض الآلات الكهربائية المصممة من الموصلات الفائقة الناقلية.

كلمات البحث : نمذجة العددية، الكهرومغناطيسية، اقتران مغناطيسي حراري، الحجم المنتهية، خوارزمية البديل، موصلات فائقة الناقلية.