

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département :Génie mécanique
Ref :.....



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم: الهندسة الميكانيكية
المرجع:.....

Thèse présentée en vue de l'obtention
Du diplôme de
Doctorat en sciences en Génie Mécanique

Spécialité (Option) : Construction mécanique

**Contrôle des structures par couches
piézoélectriques**

Présentée par :

Mohamed Latrache

Soutenue publiquement le 19/09/2019

Devant le jury composé de :

Dr. Chebbah Mohamed Said	Professeur	Président	Université de Biskra
Dr. Mohamed Nadir Amrane	Professeur	Rapporteur	Université de Biskra
Dr. Rabeh Belouadeh	Professeur	Examineur	ENS Boussaâda
Dr. Guenfoud Salah	Professeur	Examineur	Université de Guelma
Dr. Meftah Kamel	Maitre de conférence 'A'	Examineur	Université de Biskra
Dr. Mustafa Moussaoui	Maitre de conférence 'A'	Examineur	Université de Djelfa

الإهداء

إلى:

روح أبي الصالح، رحمه الله وجعل الفردوس مثواه.

إلى:

الغالية أمي حفظها الله ورعاها ورضي عنها وأرضاها.

وإلى: كل الإخوة والأخوات والزوجة والأبناء.

Remerciements

Je remercie Allah tout-puissant, qui m'a donné l'ambition et m'a dirigé sur mon chemin.

Même si cette thèse de doctorat est un travail personnel, je souhaite ici rendre hommage et exprimer ma profonde gratitude à tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à sa réalisation et à son aboutissement.

*Je commence par remercier très chaleureusement mon directeur de thèse, monsieur le professeur **Mohamed Nadir Amrane**, qui, malgré ses nombreuses occupations, a accepté de prendre la direction de cette thèse, transformant ainsi les difficultés rencontrées en une expérience enrichissante. Je lui suis également reconnaissant de m'avoir assuré un encadrement rigoureux tout au long de ces années, tout en me donnant toutefois la possibilité de trouver par moi-même mon cheminement personnel.*

*Je désire aussi adresser mes remerciements les plus respectueux aux membres du jury, qui mon fait l'honneur de bien vouloir juger ce travail. Sincère remerciement à Monsieur **Chebbah Mohamed Said**, Professeur à l'Université de Biskra, d'avoir accepté de présider le jury.*

*Je tiens à exprimer ma gratitude, Monsieur **Rabeh Belouadeh**, Professeur à l'ENS de Boussaâda, Monsieur **Mustafa Moussaoui**, M.C.A à l'Université de Djelfa, Monsieur **Meftah Kamel**, M.C.A à l'université de Biskra et Monsieur **Guenfoud Salah**, Professeur à l'université de Guelma d'avoir accepté d'examiner ce travail.*

Merci enfin au lecteur qui par essence justifie la rédaction de ce document.

Résumé

Le contrôle des vibrations est désormais l'un des domaines les plus importants de l'ingénierie, tant dans le secteur industriel que dans le domaine de la recherche.

Cette étude concerne le contrôle actif de vibration utilisant des matériaux piézoélectriques, l'utilisation de ces matériaux est l'un des moyens les plus importants pour contrôler les vibrations dans les systèmes mécaniques, et en raison des propriétés uniques de convertissement électromécaniques.

La méthode des éléments finis est utilisée pour l'analyse modale et **dynamique** du système couplé et aussi programmée sous MATLAB et simulée avec le code ANSYS apdl. La bibliothèque de ce dernier disposant plusieurs d'éléments solides (SOLID5, SOLID226...) pour modéliser les effets piézoélectriques, un maillage spécial doit être utilisée pour bien quantifier les problème d'interaction mécanique électrique. La modélisation du problème d'interaction électrique / mécanique, permet de définir les matrices de système d'état utilisée dans le contrôle actif.

Deux méthodes de modélisation sont appliquées pour déterminer les trois matrices de systèmes d'état, la première pour les plaques en matériaux isotropes est basé sur les modes et les fréquences naturelles, et la seconde basée sur la méthode des éléments finit afin de déterminer les matrices des rigidités et des masses pour les plaques composites.

Le contrôleur LQR est implémenté sous MATLAB, pour développer un prototype de contrôle actif des vibrations d'une plaque isotrope ou composite intégrant des actionneurs et des capteurs piézoélectriques.

Les résultats obtenus dans la méthode concernant la plaque isotrope est bons à ceux obtenus théoriquement, le modèle de la plaque composite est aussi validé.

Le travail traite une nouvelle approche sur le contrôle actif des structures sous l'évolution d'endommagement sur les différents plis d'une plaque en matériaux composites graphite / époxy de stratifiée [30,-30]s en composite.

Mots-clés : Vibration, Piézoélectrique, Contrôle actif, Plaque, EF, Composite, LQR, Endommagement

Abstract

Vibration control is now one of the most important areas of engineering, both in the industrial sector and in the field of research.

This study deals with active vibration control using piezoelectric materials, the use of these materials is one of the most important ways to control vibrations in mechanical systems, and because of the unique electromechanical converting properties.

The finite element method is used for the modal and dynamic analysis of the coupled system, also programmed under MATLAB and simulated with the ANSYS code apdl. The library of the latter has several solid elements (SOLID5, SOLID226 ...) to take into the piezoelectric effects, a special mesh must be used to properly quantify the problems of electrical / mechanical interaction. The modeling of the electrical / mechanical interaction problem, allows to define the state system matrices used in the active control.

Two modeling strategies are applied to determine the three state system matrices, the first for the isotropic material plates is based on the natural modes and frequencies, and the second is based on the finite element method to determine the matrices rigidities and masses for composite plates.

The LQR controller is implemented under MATLAB, to develop a prototype of active vibration control of an isotropic or composite plate integrating actuators and piezoelectric sensors.

The results obtained in the strategy concerning the isotropic plate are good comparatively to those obtained theoretically, the model of the composite plate is also validated.

This work deals with the new approach for active control of the damaged composite structure graphite / epoxy laminated [30/ -30]s composite.

Keys-words: Vibration, Piezoelectric, Control active, Plate, FF, Composite, LQR, Damage

المخلص

إن التحكم في الاهتزازات الميكانيكية سيكون من أهم المجالات المهمة في مجال الهندسة، لاسيما في قطاع الصناعة أو في مجال البحث العلمي.

هذه الدراسة تعني التحكم النشط في الاهتزاز باستعمال المواد الكهروضغطية. إن هذه المواد واحدة من أهم الوسائل المستخدمة في التحكم النشط في الأنظمة الميكانيكية، بسبب خصائصها الفريدة في التحول الكهروميكانيكي.

إن طريقة العناصر المتناهية استعملت في التحليل النمطي التحريكي للنظام المزوج، وقد تمت البرمجة في برنامج الماتلاب (MATLAB). والمحاكاة في برنامج أنسيس (ANSYS). إن مكتبة هذا الأخير تحتوي على عناصر صلبة (SOLID5, SOLID226 ...) من أجل نمذجة التأثير الكهروضغطي، التقسيم الخاص يمكنه استخدامه في مشاكل التداخل الميكانيكي. إن المحاكاة الرقمية لمسائل التزواج الالكتروميكانيكي، تسمح بتحديد مصفوفات نظام الحالة المستخدم في التحكم النشط.

استراتيجيتين تم اعتمادهما من أجل تحديد المصفوفات الثلاث لنظام الحالة. الأولى للصفحة المتجانسة التي تعتمد على الأنماط والترددات الطبيعية، أما الثانية فتعتمد على طريقة العناصر المتناهية في تحديد مصفوفات الكتلة ومصفوفات الصلابة في الصفحة المتألفة.

المنظم الخطي الترابعي (LQR) يثبت من أجل تطوير نموذج للتحكم النشط للصفاح المتجانسة أو المتألفة مزودة بمنشطات الحركة و لواقط كهروضغطية.

إن النتائج المتحصل عليها في الاستراتيجية المعنية بالصفحة المتجانسة جيدة مقارنة بالنتائج النظرية، أما الخاصة بنموذج الصفحة المركبة فهي أيضا محققة.

هذا العمل يعالج محورا جديدا حول التحكم النشط في البنيات التي تتعرض لتطور التصدع في مختلف طبقات الصفحة المتألفة غراقيت ايبوكسي [30,-30].

الكلمات المفتاحية: اهتزاز، الكهروضغطية، التحكم النشط، الصفحة، طريقة العناصر المتناهية، المتألفة، المتحكم الخطي الترابعي (LQR)، التصدع.

Table des matières

<u>Dédicace</u> -----	i
<u>Remerciement</u> -----	ii
<u>Résumé</u> -----	iii
<u>Table de matières</u> -----	vi
<u>Liste des figures</u> -----	ix
<u>Liste des tableaux</u> -----	xiii
<u>Liste des abréviations</u> -----	xviii
<u>Principaux notations et symboles</u> -----	xix
<u>Introduction</u> -----	1
<u>Chapitre I : Piézoélectricité et contrôle des vibrations</u> -----	4
I.1 Piézoélectricité-----	5
I.1.1 Historique-----	5
I.1.2 Piézoélectricité-----	5
I.1.3 Classes principales de matériaux piézoélectriques-----	6
I.1.4 Le zirconate-titanate de plomb (PZT)-----	6
I.1.4.1 Caractéristiques du PZT-----	7
I.1.4.2 Cristallographie du PZT : maille pérovskite-----	8
I.1.5 Coefficient de couplage électromécanique-----	9
I.1.6 Modes de Vibration piézoélectrique-----	10
I.2 Contrôle passif des vibrations-----	10
I.3 Contrôle semi-actif des vibrations-----	12
I.4 Contrôle actif des vibrations (AVC)-----	13
I.4.1 Actionneurs et capteurs-----	13
I.4.2 Stratégies de contrôle-----	14
I.4.3 Feedback contrôle-----	14
I.4.4 Feedforward contrôle-----	15
I.4.5 Différentes étapes de la conception de contrôle d'une structure-----	16
I.4.6 Régulateur quadratique linéaire (LQR)-----	18
I.5 Recherche bibliographique sur les travaux du contrôle actif des vibrations-----	20
<u>Chapitre II : Formulation dynamique d'une plaque isotrope équipée par patches PZT</u> -----	30
II.1 Lois de comportement d'un matériau isotrope-----	31

II.2	Formulation fondamentale du phénomène piézoélectrique-----	34
II.3	Principe d'Hamilton-----	36
II.4	Obtention des matrices élémentaires-----	37
II.5	Intégration numérique-----	38
II.5.1	Intégration de la matrice de rigidité suivant l'axe (z)--- -----	38
II.5.2	Intégration de la matrice de masse suivant l'axe (z)-----	39
II.5.3	Intégration de matrice de couplage électrique-mécanique et la matrice de rigidité diélectrique suivant l'axe (z)-----	39
II.6	Obtention des matrices globales (assemblage)-----	40
<u>Chapitre III : Modélisation numérique du contrôle actif d'une plaque isotrope.</u> -----		
	-42	
III.1	Modélisation d'une plaque d'Aluminium équipée par patchs piézoélectriques-----	
	-43	
III.1.1	Description du système étudié-----	43
III.1.2	Modélisation par le code ANSYS apdl-----	43
III.1.3	Vérification des fréquences naturelles-----	46
III.2	Contrôle actif -----	47
III.3	Effets de dimensions des surfaces des patchs piézoélectriques sur le contrôle-----	52
III.4	Effets de dimensions des épaisseurs des patchs piézoélectriques sur le contrôle-----	54
<u>Chapitre IV : Formulation dynamique d'une plaque composite équipée par patches PZT</u> -----		57
IV.1	Loi de comportement d'une plaque composite -----	58
IV.2	Théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT) -----	58
IV.3	Formulation de la piézoélectricité-----	61
IV.4	Principe d'Hamilton -----	64
IV.5	Formulation des éléments finis-----	65
IV.6	Intégration numérique-----	70
IV.6	Système des équations d'état-----	70
<u>Chapitre V : Modélisation numérique du contrôle actif d'une plaque composite</u> -----		
	-73	
V.1	Modélisation de la plaque intelligente par le code EF ANSYS apdl-----	
	-74	
V.2	Contrôle actif de la plaque intelligente-----	78
V.3	Contrôle actif de la plaque composite pour différentes conditions aux limites-----	80
V.4	Effet des orientations des plis sur le contrôle-----	91

<u>Chapitre VI : Contrôle actif d'une plaque composite endommagée</u> -----	99
VI.1 Analyse progressive d'endommagement (Progressive Damage Analysis (PDA))-----	100
VI.1.1 Critère initiale d'endommagement-----	100
VI.1.2 Loi d'évolution d'endommagement -----	102
VI.2 Exemple illustratif -----	102
VI.2.1 Détermination des fréquences de la plaque intelligente endommagée-----	103
VI.2.2 Contrôle actif des vibrations-----	104
<u>Conclusion et perspectives</u> -----	110
<u>Références bibliographiques</u> -----	112
<u>Annexe A</u> -----	123
<u>Annexe B</u> -----	126

Liste des figures

Chapitre I : Piézoélectricité et contrôle des vibrations		
Figure I.1	Effets piézoélectriques pour un cylindre de céramique piézoélectrique polarisé suivant l'axe vertical : (a) effet direct et (b) effet inverse	05
Figure I.2	Microstructures composées de PZT	07
Figure I.3	Regroupement des classes cristallines suivant leurs propriétés piézoélectriques, pyroélectriques et ferroélectriques	08
Figure I.4	Maille pérovskite cubique du PZT	09
Figure I.5	Principe de feedback	14
Figure I.6	Principe de Feedforward	15
Figure I.7	Différentes étapes de la conception	17
Figure I.8	Principe de l'État du feedback	18
Chapitre II : Formulation dynamique d'une plaque isotrope équipée par patches PZT		
Figure II.1	Système de coordonnées d'un élément fini stratifié avec un matériau piézoélectrique intégré	31
Figure II.2	Courbure d'une plaque produite par l'expansion d'une couche piézoélectrique et contraction de l'autre	35
Chapitre III : Modélisation numérique du contrôle actif d'une plaque isotrope		
Figure III.1	Géométrie de la plaque équipée par patchs piézoélectriques	43
Figure III.2	Géométrie de l'élément SOLID5	44
Figure III.3	Modèle MEF de la plaque, (a) : Maillage et conditions aux limites, (b)	45
Figure III.4	Six premiers modes de vibration de la plaque équipée par deux actionneurs et deux capteurs	48
Figure III.5	Réponse transitoire de la plaque en boucle-ouverte et fermée au point M(0.3, 0.2) (le milieu de la plaque)	50
Figure III.6	Réponse en fréquences de la plaque en boucle-ouverte et fermée	50

Figure III.7	Tension électrique au borne (surface extérieure et intérieur) d'actionneur1	51
Figure III.8	Tension électrique au borne (surface extérieure et intérieur) d'actionneur2	51
Figure III.9	Réponse transitoire de la plaque en boucle-ouverte et fermée pour les trois dimensions des patchs piézoélectriques	58
Figure III.10	Tension électrique au borne (surface extérieure et intérieur) d'actionneur1 en boucle fermée et ouverte pour les trois dimensions des patchs piézoélectriques	53
Figure III.11	Tension électrique au borne (surface extérieure et intérieur) d'actionneur2 en boucle fermée et ouverte pour les trois dimensions des patchs piézoélectriques	53
Figure III.12	Trois réponses transitoires correspondantes au trois épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patchs PZT respectivement	54
Figure III.13	Réponse en fréquences des trois cas des épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patchs PZT respectivement	55
Figure III.14	Réponses en fréquences des trois cas des épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patchs PZT respectivement en état actif.	55
Figure III.15	Tension électrique au borne (surface extérieure et intérieur) d'actionneur 1 pour les trois épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patchs PZT respectivement	56
Figure III.16	Tension électrique au borne (surface extérieure et intérieur) d'actionneur 2 pour les trois épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patchs PZT respectivement	56
Chapitre IV: Formulation dynamique d'une plaque composite équipée par PZT		
Figure IV.1	Géométries non déformées et déformées d'un bord d'une plaque sous les hypothèses de FDST (La théorie de premier ordre de la plaque)	59
Figure IV.2	Effet piézoélectrique en contrôle actif de vibrations	59
Chapitre V : Modélisation numérique du contrôle actif d'une plaque composite		
Figure V.1	Géométrie de la plaque intelligente et localisations des patchs (Liu, 1999)	74
Figure V.2	Elément type multicouches solide SOLID186	75

Figure V.3	Orientation des plis unidirectionnelles	76
Figure V.4	Maillage et condition aux limites de la plaque intelligente	77
Figure V.5	Couplage électromécanique entre la structure (La plaque composite) et les patches piézoélectriques	77
Figure V.6	Premiers six modes de vibration de la plaque composite intelligente simplement appuyé avec l'orientation des plis [-30,30,-30,30]	78
Figure V.7	(a) : Validation des réponses transitoires (Contrôlée et non Contrôlée) au point M (0.2,0.2) entre le présent travail (Jaune) et (Liu 1999) (Noire), (b) : Réponses transitoires (Contrôlée et non Contrôlée) au point M (0.2,0.2).	80
Figure V.8	Réponses (Contrôlée et non Contrôlée) en fréquences	81
Figure V.9	Phase des deux réponses en fréquences	82
Figure V.10	Trois premiers modes de différentes conditions aux limites de la plaque composite	83
Figure V.11	Quatre réponses transitoires (A, B, C et D) de différentes conditions aux limites de la plaque composite (CCCC, CCFF, CF CF, CF FC) respectivement	86
Figure V.12	Quatre réponses en fréquences (A, B, C et D) de différentes conditions aux limites de la plaque composite (CCCC, CCFF, CF CF, CF FC) respectivement	88
Figure V.13	Quatre phases en fréquences (A, B, C et D) de différentes conditions aux limites de la plaque composite (CCCC, CCFF, CF CF, CF FC) respectivement	90
Figure V.14	Trois premiers modes pour les quatre orientations des plis de la plaque composite [30,-30]s ; [30,-30]as ;[45,-45]s et [45,-45]as	92
Figure V.15	Quatre réponses transitoires (A, B, C et D) de différentes orientations des plis de la plaque composite [30,-30]s ; [30,-30]as ;[45,-45]s et [45,-45]as respectivement	94
Figure V.16	Les quatre réponses en fréquences (A, B, C et D) de différentes orientations des plis de la plaque composite [30,-30]s ; [30,-30]as ;[45,-45]s et [45,-45]as respectivement	96

Figure V.1	Quatre phases en fréquences (A, B, C et D) de différentes orientations des plis de la plaque composite [30,-30]s ; [30,-30]as ;[45,-45]s et [45,-45]as respectivement	98
Chapitre VI : Contrôle actif d'une plaque composite endommagée		
Figure VI.1	Six premiers modes de vibration libre de la plaque intelligente endommagée	104
Figure VI.2	Réponse transitoire non contrôlée et contrôlée de la plaque intelligente endommagée au point M(0.2,0.2)	105
Figure VI.3	Réponse en fréquences non contrôlée et contrôlée de la plaque intelligente endommagée	108
Figure VI.4	Phase en fréquences non contrôlée et contrôlée de la plaque intelligente endommagée	106
Figure VI.5	Réponse transitoire contrôlée de la plaque intelligente au point M(0.2,0.2) dans les deux cas endommagée et non endommagée	106
Figure VI.6	Réponse contrôlée en fonction de fréquences de la plaque intelligente dans les deux cas endommagée et non endommagée	107
Figure VI.7	Phase contrôlée en fonction de fréquences de la plaque intelligente dans les deux cas endommagée et non endommagée	107
Figure VI.8	Réponses transitoires de la plaque intelligente pour les deux cas non endommagé et endommagé dans les cas contrôlés et non contrôlée	108
Figure VI.9	Réponses en fréquences de la plaque intelligente pour les deux cas non endommagée et endommagé dans les cas contrôlée et non contrôlée	108
Figure VI.10	Phases en fréquences de la plaque intelligente pour les deux cas non endommagé et endommagé dans les cas contrôlés et non contrôlée	109

Liste des tableaux

Chapitre I : Piézoélectricité et contrôle des vibrations		
Tableau I.1	Différents modes de vibration associés à la forme géométrique	12
Tableau I.2	Comparaison entre le feedback et le feedforward contrôle	16
Chapitre II : Formulation dynamique d'une plaque isotrope équipée par patches PZT		
Chapitre III : Modélisation numérique du contrôle actif d'une plaque isotrope		
Tableau III.1	Propriétés des matériaux de la plaque et PZT	44
Tableau III.2	Fréquences naturelles de la plaque d'aluminium et la plaque intelligente	46
Chapitre IV: Formulation dynamique d'une plaque composite équipée par PZT		
Chapitre V : Modélisation numérique du control actif d'une plaque composite		
Tableau V.1	Propriétés des matériaux de la plaque intelligente	75
Tableau V.2	Six premiers modes de vibration de la plaque intelligente	78
Tableau V.3	Six premiers modes de vibration de la plaque intelligente pour les différentes conditions aux limites	84
Tableau V.4	Six premiers modes de vibration de la plaque intelligente pour les différentes orientations des plis	91
Chapitre VI : Contrôle actif d'une plaque composite endommagée		
Tableau VI.1	Six premières formes des modes de la plaque intelligente dans les deux cas (endommagée et non endommagée)	103

Liste des abréviations

apdl	Ansys parametric design language
AVC	Active vibration control
CCCC	Clamped- clamped- clamped- clamped
CCFF	Clamped- clamped-free-free
CFCF	Clamped-free- clamped-free
CFFC	Clamped-free-free- clamped
DE	Damage evolution
DEL	Damage evolution law
DI	Damage initiation
DIC	Damage initiation criteria
FSDT	First order shear deformation theory
LQR	Linear quadratic regulator
PDA	Progressive damage analysis
PVDF	Poly vynil vi fluorure
PZT	Lead zirconate titanate

Principaux notations et symboles

$u(t)$	Vecteur d'entrée de l'état feedback
$x(t)$	Vecteur d'état
J	Fonction de coût
$[Q], [R]$	Matrices de pondération
$[A]$	Matrice d'état
$[B]$	Matrice d'entrée
$[\hat{C}]$	La matrice d'observation
$[C]$	Matrice d'amortissement
$u, v, \text{ et } w$	Champ de déplacement
$x \text{ et } y$	Axes du plan situés à la surface médiane de la plaque
z	Direction de l'épaisseur de la plaque
$\varepsilon_x, \varepsilon_y \text{ et } \varepsilon_z$	Champ de déformation
$\sigma_x, \sigma_y \text{ et } \sigma_z$	Champ de contrainte
$[D]$	Matrice d'élasticité
E_p	Module de Young de la plaque
ν	Facteur de poisson
\bar{w}	Déplacement selon l'axe (z)
$\bar{\theta}_x, \bar{\theta}_y$	Deux rotations autour des axes (x) et (y) respectivement
$[N_w]$	Matrice de la fonction de la forme
$\{\sigma\}$	Matrice de contrainte
$[C^E]$	Constantes élastiques à champ électrique constant
$\{\varepsilon\}$	Matrice de déformation
$[e]$	Coefficients de contraintes piézoélectriques
$\{E\}$	Champ électrique
$\{D\}$	Vecteur de déplacement électrique
$[\xi^S]$	Matrice diélectrique à contrainte mécanique constante
Φ_z	Potentiel électrique appliqué ou détecté à travers l'actionneur ou élément capteur
h	Epaisseur d'élément piézoélectrique correspondant (actionneur et capteur)

Φ	Potentiel électrique maximum à la surface externe de l'élément piézoélectrique correspondant (actionneur et capteur)
T	Energie cinétique
U	Energie potentielle
W_e	Travail effectué par les forces électriques
W_m	Travail effectué par les forces magnétique
D	Vecteur de déplacement électrique
f_A	Force de surface
f_b	Force du corps
σ_q	Contrainte électrique de surface
$[M_{qq}^e]$	Matrice de masse élémentaire
$[K^e]$	Matrice de rigidité des éléments étendus
$\{\Phi_s\}$	Tension qui est détectée par le capteur
$\{\Phi_{sa}\}$	Tension qui est détectée par l'actionneur
$\{\Phi_a\}$	Tension appliquée
$\{F_{el}\}$	Forces dues à l'actionneur
$[K_{el}]$	Matrice de rigidité électrique
E_1, E_2	Modules d'Young dans les directions x, et y
E_x, E_y, E_z	Composantes du champ électrique dans les directions x, y, z
$[e]$, et $[\epsilon]$	Constants élastiques mesurés à champ électrique $\{E\}$
$\{F_m\}$	Vecteur des forces généralisées extérieures.
G_{12}, G_{13}, G_{23}	Modules de cisaillement
$[K]$	Matrice rigidité de la structure
$[K_e]$	Rigidité électrique
$[K_{me}]$	Matrice de couplage électrique-mécanique
$[M]$	Matrice masse
N_i	Fonctions d'interpolation
ξ_i et η_i	Coordonnées local
$[P]$	Solution de l'équation de Riccati
\overline{Q}_{ij}	Rigidités de contraintes planes généralisées
$[Q], [R]$	Matrices de pondération
U_1, U_2, U_3	Eplacements dans les directions x, y, et z

[T]	Matrice de transformation
T	Energie cinétique
ψ	Energie potentielle
W	Travail fait par une force
u_0, v_0, w_0	Déplacements du plan médian
θ_x, θ_y	Rotations des plans yz et xz
$\{\sigma\}$	Champ de contraintes
$\{\varepsilon\}$	Champ de déformations
Φ	Potentiel électrique
d_i	Vecteur déplacement
[Ω]	Modes propres
ν_{12}, ν_{21}	Coefficients de Poisson.
I_f^t	Tension des fibres
I_f^c	Compression des fibres
I_m^t	Tension de la matrice
I_m^c	Compression de la matrice
α	Contribution de la contrainte de cisaillement dans le plan
σ_{ij}	Composantes du tenseur des contraintes
F_{1c} et F_{1t}	Résistances à la traction et à la compression d'une lame dans la direction longitudinale (fibre)
F_{2c} et F_{2t}	Résistances à la traction et à la compression dans la direction transversale
F_4 et F_6	Résistances au cisaillement dans le plan et intralaminaires

Introduction

Introduction

Dans de nombreuses applications industrielles ou de défense, les vibrations constituent un problème majeur. C'est le cas par exemple des cartes électroniques composant les ordinateurs embarqués à bord d'avions ou d'hélicoptères.

Un des moyens classiques pour atténuer les vibrations mécaniques d'une structure est d'utiliser des éléments passifs tels que les amortisseurs et les matériaux viscoélastiques. Cependant. Il existe de sérieuses limitations liées à ces matériaux : ils sont peu efficaces pour les basses fréquences. Ils sont efficaces seulement pour une configuration précise et non adaptatifs. En outre. Le poids ajouté par ces matériaux est souvent non désiré notamment dans le domaine de l'aéronautique (Fuller 1996).

Pour répondre à un tel problème, une des solutions consiste à faire du contrôle actif des vibrations. Cette technique, est en développement depuis environ une quinzaine d'années (Eriksson1996) fait appel au contrôle actif qui consiste à injecter de l'énergie secondaire dans le système afin de supprimer les vibrations non désirées. Le contrôle actif est un vieux concept qui a vu son origine dans le domaine acoustique dans les années 'Trente' avec le brevet de (Lueg 1936) intitulé (Processof silencing sound oscillation).

Le contrôle actif de vibrations des structures dites intelligentes, c'est-à-dire des structures intégrant des capteurs et des actionneurs alliés à un ordinateur et capables de répondre aux stimulations extérieures. Parmi les nombreux types de matériaux qu'on peut découvrir, les matériaux piézoélectriques présentent des caractéristiques rares. Grâce à leur aptitude de conversion électromécanique et à leur faible encombrement, l'utilisation de transducteurs piézoélectriques ouvre la porte à un vaste choix d'applications en dynamique des structures.

Dans le cas de structures minces, on fait souvent appel à l'utilisation de transducteurs piézoélectriques sous forme de patches rectangulaires collés sur la structure comme le montrent de nombreux travaux.

L'objectif principal de ce travail de recherche est de mettre en évidence et d'exploiter les propriétés des matériaux piézoélectriques, sous la forme de patches piézoélectriques dans le cadre de l'analyse modale théorique et de sa modélisation numérique par éléments finis et d'étudier ainsi le contrôle actif avec le régulateur LQR (Régulateur quadratique linéaire).

La méthode des éléments finis est un outil mathématique découvert et développé par des ingénieurs et construit à l'aide de la formulation variationnelle. Plusieurs formulations sont envisageables comme les formulations en déplacements, mixtes, hybrides. La formulation largement utilisée dans les codes commerciaux pour les matériaux piézoélectriques est la formulation en déplacement mécanique et potentiel électrique. Ansys apdl est un logiciel disponible au station de calcule et qui a la capacité de simuler des structures piézoélectriques. Il a donc été choisis pour les modélisation s présentées dans cette thèse. La modélisation de structures intelligentes par la méthode des éléments finis a fait l'objet d'une attention particulière.

Dans cette thèse, on a examiné aussi l'effet de certains paramètres, tel que le rapport géométrique, l'orientation des fibres et les conditions aux limites, etc. sur la variation des modes et fréquences propres des plaques en matériaux isotrope et stratifiées en matériaux composites.

La thèse s'organise en cinq grands chapitres :

Le premier chapitre qui se compose de deux parties : la première partie la piézoélectricité ; dans la seconde partie est présentée les différents types de contrôle des structures.

Dans le deuxième chapitre, une formulation dynamique d'une plaque isotrope équipée par des capteurs et actionneurs piézoélectriques a été développée.

Le troisième chapitre décrit les différentes étapes de modélisation numérique de la plaque intelligente par le code ANSYS apdl ainsi que le contrôle actif par le code MATLAB.

Le quatrième chapitre présente la formulation dynamique d'une structure composite intégrant des couches piézoélectriques.

Dans le cinquième chapitre, une présentation d'une validation d'un exemple du contrôle d'une plaque composite (Graphite/Epoxy) équipée par quatre paires des patches piézoélectriques (Actionneurs/ Capteurs) (Liu 1999), avec deux études sur le contrôle actif de la même plaque composite validée, la première pour des différentes conditions aux limites, la seconde sur la variation des orientations des plis de composite.

Le sixième chapitre concerne une nouvelle stratégie sur le contrôle actif des structures composites endommagées. Le chapitre présente une étude comparative entre les réponses de la plaque composite intelligente dans les deux cas endommagée et non endommagée.

Chapitre I

Piézoélectricité et contrôle des vibrations

I.1 Piézoélectricité

I.1.1 Historique

Au milieu du XVIII^e siècle, Carl Von Linné et Franz Aepinus avaient étudié l'effet pyroélectrique, par lequel un changement de température entraîne une variation de la polarisation électrique d'un cristal. Le cristal type présentant cet effet est alors la tourmaline : en chauffant un cristal de tourmaline, on fait apparaître sur ses deux faces de l'électricité. La nature de l'électricité est différente sur une face et sur l'autre, vitreuse et résineuse selon les termes de l'époque (on parlerait aujourd'hui de charges positives et négatives).

La première application de la piézoélectricité fut le sonar développé par Paul Langevin et ses collaborateurs pendant la Première Guerre mondiale. Ce sonar était composé de lames de quartz collées entre deux plaques d'acier et d'un hydrophone et permettait, par la mesure du temps écoulé entre l'émission d'une onde acoustique et la réception de son écho, de calculer la distance à l'objet. Peu de temps après, au début des années 1920, le premier oscillateur à quartz est mis au point par Walter Cady, ouvrant ainsi la voie au contrôle de fréquence.

Le succès de ces projets suscita un grand intérêt pour la piézoélectricité, relança les recherches et conduisit à travers les années qui suivirent au développement de nouveaux dispositifs pour une large palette d'applications dans la vie quotidienne, l'industrie et la recherche.

I.1.2 Piézoélectricité

La piézoélectricité est la propriété que présentent certains matériaux de se charger électriquement lorsqu'ils sont soumis à une contrainte mécanique ; c'est l'effet direct. Il permet d'utiliser ces matériaux comme capteurs (détecter des signaux).

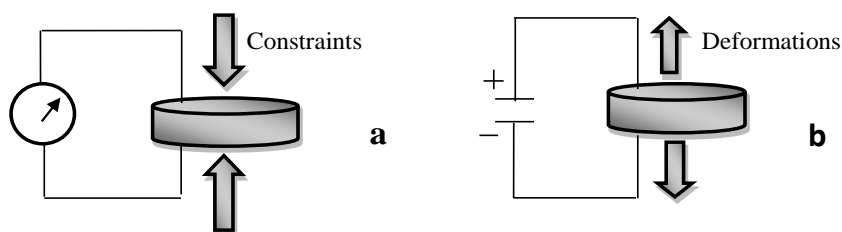


Figure I.1 : Effets piézoélectriques pour un cylindre de céramique piézoélectrique polarisé suivant l'axe vertical : (a) effet direct et (b) effet inverse.

L'effet piézoélectrique étant réversible, lorsque ces matériaux sont soumis à un champ électrique, ils se déforment ; c'est l'effet piézoélectrique inverse qui permet de les utiliser comme actionneurs. Ces deux effets (a et b) sont illustrés sur la figure I.1. (Lam 2008)

I.1.3 Classes principales de matériaux piézoélectriques

Il existe quatre classes principales de matériaux piézoélectriques : les cristaux qui possèdent une piézoélectricité naturelle, les céramiques, les polymères et les composites qui doivent être polarisés (Harari 2009).

- **Les cristaux :** Le cristal piézoélectrique le plus connu est le quartz mais ses propriétés en termes de performance sont peu attrayantes pour les applications en vibration. D'autres matériaux, tel que le niobate de lithium (LiNbO_3) ou la tantalite de lithium (LiTaO_3) affichent des valeurs de coefficient de couplage plus élevées mais le coût élevé et la fragilité de ces cristaux explique qu'on ne les retrouve que très peu dans les produits actuels (Harari 2009).
- **Les céramiques :** Les premiers matériaux piézoélectriques de synthèse à base de Titanate de Baryum apparaissent après 1945. Zirconium Titanate de Plomb (PZT), élaborés dès 1945 se répandent très rapidement car leurs caractéristiques supplantent de loin celles de tous les autres matériaux piézoélectriques. Ils sont utilisés en contrôle actif de structure en tant qu'actionneurs et capteurs ils peuvent intervenir dans la composition de matériaux composites actifs (Bouزيد 2002).
- **Les polymères :** Certains polymères tels que le PVDF et des copolymères tels que le PVDF-TrFE peuvent acquérir des propriétés piézoélectriques. Ils possèdent une épaisseur pouvant être très faible et une grande flexibilité.
- **Les composites :** Ce sont des céramiques massives. Ces matériaux, d'abord développés pour des applications sonar, ont fait leur apparition au début des années 80 et représentent l'avancée majeure dans le domaine des matériaux piézoélectriques, depuis l'apparition des PZT dans les années 60. (Bouزيد 2002).

I.1.4 Zirconate-titanate de plomb (PZT)

Les excellentes propriétés piézoélectriques des céramiques de zirconate titanate de plomb ($\text{Pb}(\text{Zr}_x\text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$ ou PZT) ont été mises en évidence pour la première fois en 1954 par Jaffe, Roth et Marzullo (Jaffe 1954). Les coefficients piézoélectriques du PZT peuvent être 10 fois

supérieurs à ceux de matériaux non ferroélectriques comme l'AlN ou le ZnO, que ce soit en couches minces ou bien massif. (Defaÿ 1999)

Ainsi, les PZT (Figure I.2) massifs atteignent des coefficients de couplage électromécanique longitudinaux k_{33} (Voir I.1.6) de 0,75, c'est à dire dix fois plus que le ZnO. Les PZT présentent d'autre part des propriétés pyroélectriques importantes permettant d'envisager des applications comme capteurs de température ou infra-rouges.

Cela peut être également un inconvénient car cette sensibilité à la température entraîne une variation des propriétés piézoélectriques du PZT. La dernière grande différence avec les autres piézoélectriques est le très grand constant diélectrique relatif des PZT, pouvant atteindre 4000 pour le matériau massif. (Defaÿ 1999)

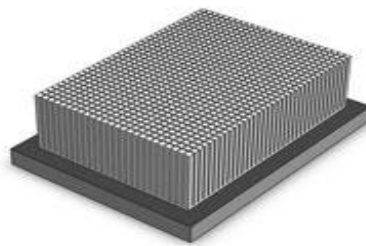


Figure I.2 : Microstructures composées de PZT.

I.1.4.1 Caractéristiques du PZT

Un milieu cristallin étant composé de particules chargées électriquement, l'apparition de charges de polarisation par déformation mécanique est donc prévisible. Des conditions de symétries de l'édifice cristallin permettent de connaître les arrangements d'atomes susceptibles de donner un effet piézoélectrique.

Le cristal ne doit pas posséder de centre de symétrie ce qui est le cas de 21 classes cristallines sur les 32 existantes. 20 classes sont piézoélectriques : lors de l'application d'une contrainte mécanique, le cristal se déforme et il y a séparation des centres de gravité des charges positives de celui des charges négatives au niveau de chaque maille du réseau cristallin ce qui a pour effet de produire un moment dipolaire. Parmi ces 20 classes, 10 sont pyroélectriques c'est à dire qu'elles possèdent une polarisation électrique en l'absence de champ électrique appliqué.

La direction privilégiée de polarisation est appelée axe polaire. Elles sont nommées pyroélectriques en raison de la variation de l'amplitude du moment dipolaire suivant la température qui peut être mesurée par l'écoulement des charges dans un circuit extérieur fermé. Parmi les cristaux pyroélectriques, on peut distinguer les ferroélectriques pour lesquels l'axe

polaire, support d'un dipôle permanent, est mobile dans le réseau cristallin sous l'influence d'un champ électrique extérieur. La décomposition des 32 classes cristallines suivant ces différentes dénominations est résumée sur la Figure I.3. (Eyraud 1967).

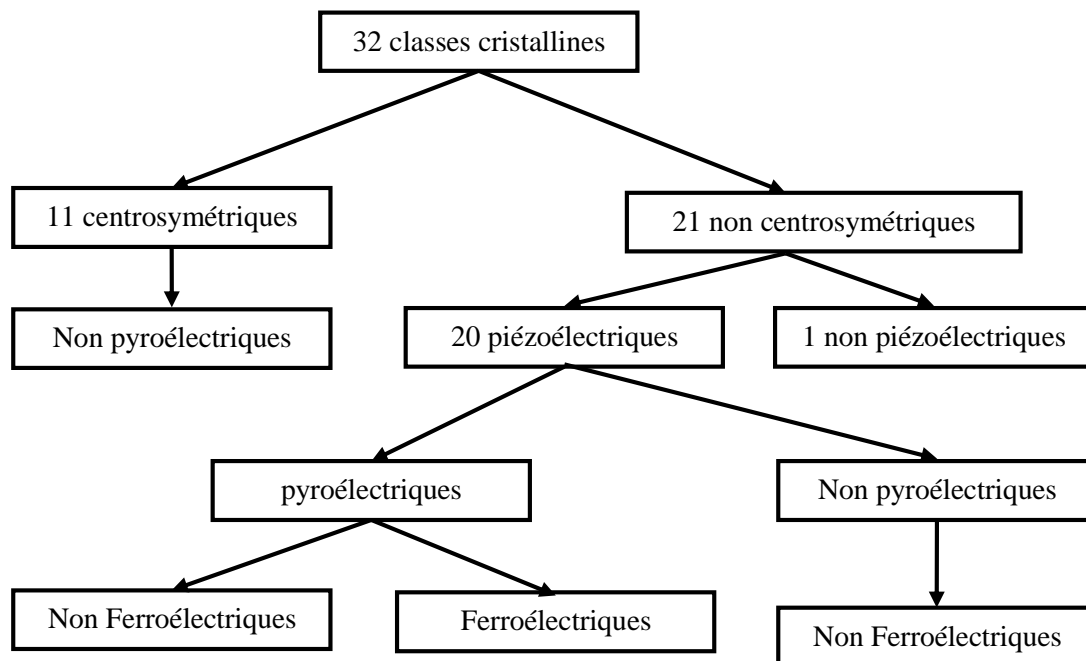


Figure I.3 : Regroupement des classes cristallines suivant leurs propriétés piézoélectriques, pyroélectriques et ferroélectriques.

I.1.4.2 Cristallographie du PZT : maille pérovskite

La formule chimique du PZT est $\text{Pb}(\text{Zr}_x\text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$. Le nombre x est équivalent à $[\text{Zr}]/([\text{Zr}]+[\text{Ti}]$. Il fait partie des oxydes du type pérovskite, du nom de la pérovskite naturelle CaTiO_3 . Cette structure est de la forme ABO_3 .

A est un cation de grand rayon (Pb pour le PZT), bivalent et de coordinance 12. B est un cation de rayon plus faible (Zr et Ti pour le PZT), tétravalent et de coordinance 6. Dans un arrangement cubique, A occupé les sommets, B le centre et l'oxygène le centre des 6 faces. L'ion B se trouve au centre d'un octaèdre d'oxygène. La Figure I.4 est une représentation de la maille pérovskite cubique avec le Pb à l'origine.

La maille pérovskite du PZT peut être sous trois formes différentes suivant la température et le rapport Zr/Ti (Mitsui 1969):

- Cubique (groupe ponctuel $m3m$) lorsque la température est supérieure à la température de Curie (T_c), ce qui correspond à la phase paraélectrique qui ne présente pas de moment dipolaire.
- Quadratique (groupe ponctuel $4mm$) lorsque la température est en dessous de T_c et $x < 0,45$ (dominance du titane). Cette phase présente un moment dipolaire permanent de par la déformation de la maille cubique.
- Rhomboédrique (groupe ponctuel $3m$) lorsque la température est en dessous de T_c et $x > 0,5$ (dominance du zirconium). Cette phase présente également un moment dipolaire permanent.

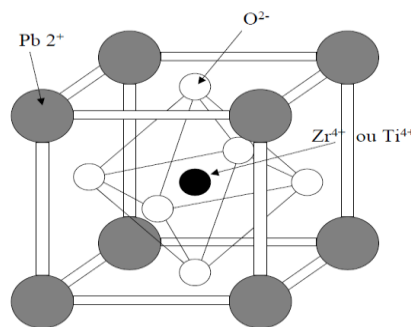


Figure I.4 : Maille pérovskite cubique du PZT (Defaÿ 1999).

On notera que lorsque x est compris entre 0,45 et 0,5 environ, la phase obtenue est un mélange de quadratique et de rhomboédrique. Cette phase est dénommée morphotropique. Elle est importante car c'est dans cette zone que le PZT présente ses meilleures propriétés ferroélectriques et piézoélectriques. (Defaÿ 1999)

I.1.5 Coefficient de couplage électromécanique

Les coefficients de couplage électromécanique mesurent la capacité d'un matériau piézoélectrique à convertir l'énergie électrique emmagasinée en énergie mécanique et réciproquement (Berlincourt 1964). Ils sont généralement notés k (I.1) et sont compris en 0 et 1. Un matériau piézoélectrique idéal a un coefficient de couplage unitaire ($k=1$), au contraire un matériau passif (non piézoélectrique) a un coefficient de couplage nul ($k=0$). La définition du coefficient de couplage en accord avec les normes IRE (IEEE 1987) est donnée par :

$$K = \frac{E_m}{\sqrt{E_e E_d}} \quad (\text{I.1})$$

Avec :

E_e = l'énergie élastique,

E_d = l'énergie diélectrique,

E_m = l'énergie d'interaction, ou mutuelle, élasto-diélectrique

La forme de l'échantillon conditionne l'expression du coefficient de couplage résultant.

Il existe ainsi plusieurs coefficients de couplage :

K_{33} Pour la vibration longitudinale suivant la direction de polarisation d'un cylindre,

K_{31} Pour la vibration transversale (perpendiculaire à la direction de polarisation),

K_p Pour la vibration radiale d'un disque mince,

K_t Pour la vibration de l'épaisseur des pièces minces selon la direction de polarisation,

K_{15} Pour la vibration en cisaillement.

I.1.6 Modes de Vibration piézoélectrique

Les céramiques piézoélectriques peuvent présenter plusieurs modes de vibration (de résonance) selon leur forme géométrique, la direction de polarisation et de la direction du champ électrique appliqué. Le tableau I.1 présente selon le mode de vibration l'expression des constantes piézoélectriques, diélectriques et mécaniques pouvant être mesurées (Lam 2008).

I.2 Contrôle passif des vibrations

Le contrôle passif a l'avantage de ne nécessiter ni énergie ni information pour fonctionner. Il consiste à connecter l'élément piézoélectrique à un circuit constitué de composants passifs, par exemple une résistance. Le but de ce circuit est de dissiper l'énergie électrique fournie par l'élément piézoélectrique par effet joule. Pour cela, l'impédance du circuit doit être réglée judicieusement et la plupart des études proposent de l'accorder sur un des modes de vibrations de la structure.

Le système de contrôle le plus simple consiste à connecter l'élément piézoélectrique à une résistance (Forward 1979) (Hagood 1991). Le circuit résistif ainsi réalisé au même effet que l'adjonction d'une couche viscoélastique : soit une faible atténuation sur une bande de fréquence relativement large.

Afin de cibler une fréquence de résonance et d'augmenter les performances de contrôle, l'élément piézoélectrique peut être connecté à une résistance et à une inductance en série (Hagood 1991).

Les valeurs de l'inductance et de la résonance sont choisies de manière à optimiser l'échange d'énergie par résonance entre le mode mécanique et celui du circuit électrique oscillant à la résonance. Ainsi, l'énergie mécanique est transférée et dissipée dans le circuit électrique produisant une atténuation notable dans la bande de fréquence correspondante.

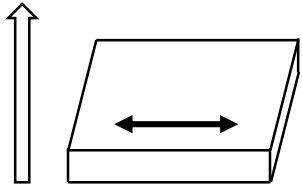
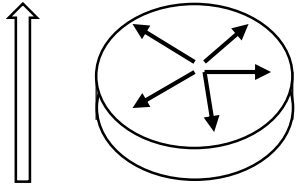
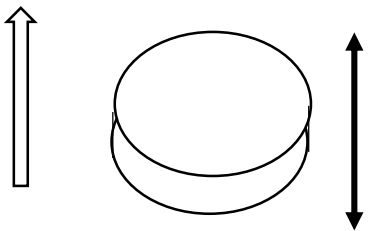
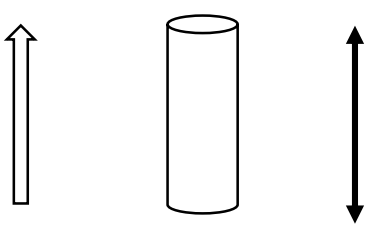
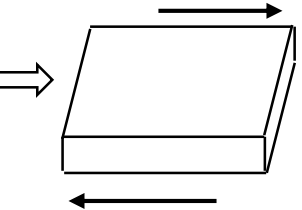
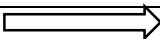
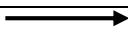
Modes de Vibration piézoélectrique			
Modes de Vibration	Forme géométrique L :Longueur ; l : Largeur ; H : Epaisseur ; D : Diamètre		Coefficient de couplage
Mode transversal		$H, l < L/5$	$K_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{s_{11}^E \epsilon_{33}^T}}$
Mode radial		$D < 10H$	$K_p = K_{31} = \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{s_{11}^E}{s_{12}^E}}}$
Modes en Epaisseur		$D > 10H$	$K_t = \frac{e_{33}}{\sqrt{c_{11}^D \epsilon_{11}^S}}$
Mode longitudinal		$D < L/2.5$	$K_{33} = \frac{d_{33}}{\sqrt{s_{11}^E \epsilon_{11}^T}}$
Mode de cisaillement		$L > 3.5 (H, l)$	$K_{15} = \frac{d_{15}}{\sqrt{s_{11}^E \epsilon_{11}^T}}$
		Direction de polarisation	
		Direction de déplacement	

Tableau I.1 : Différents modes de vibration associés à la forme géométrique.

I.3 Contrôle semi-actif des vibrations

Afin de dépasser les limites du contrôle passif, différents contrôles ont été proposés. Leur objectif commun consiste à augmenter les performances en amortissement des techniques piézoélectriques passives tout en maintenant une faible compacité et en utilisant une source minimale d'énergie extérieure. La plupart de ces méthodes reposent sur un traitement non linéaire de la tension électrique générée par les éléments piézoélectriques (Cherif 2012).

Ces techniques sont le plus souvent qualifiées de semi-passives. Cette appellation est justifiée par le fait que contrairement aux techniques actives, très peu d'énergie extérieure est nécessaire. La plupart de ces contrôles peuvent d'ailleurs être autoalimentés. Cependant si on se réfère à la définition du contrôle semi-actif, ces techniques entrent dans cette catégorie. En effet, les dispositifs semi-actifs sont caractérisés par leur capacité à adapter en temps réel les propriétés du système ou de la structure grâce à une énergie de commande minimale (Housner 1997) (Karnopp 1974).

La simplicité et l'efficacité de ces méthodes permettent de les appliquer à différents domaines tels que le contrôle acoustique (Guyomar 2006), la récupération d'énergie (Badel 2006) (Lallart 2008) ou encore le contrôle de santé (Monnier 2008). Dans le but de contrôler les vibrations, ces dispositifs semi-actifs ont également suscité beaucoup d'intérêt.

Les premières méthodes semi-actives à avoir été mises en place consistent à commuter l'élément piézoélectrique d'un état de circuit ouvert à un état de court-circuit (Richard 1999) (Clark 2000) (Niederberger 2004).

Selon le moment et la durée de la commutation, il est possible d'obtenir un contrôle en raideur ou un contrôle en amortissement.

La technique "state switching" (Richard 1999), consiste à connecter le patch piézoélectrique à un court-circuit. L'élément piézoélectrique est court-circuité à chaque extremum de contrainte puis tenu en court-circuit jusqu'à ce que l'énergie mécanique dans l'élément piézoélectrique disparaisse. Les phases de fermeture et d'ouverture sont par conséquent de durées comparables.

Ce type de contrôle peut être comparé à un système mécanique à raideur variable. La commutation permet en effet de retirer l'énergie potentielle électrique convertie depuis la déformation mécanique grâce à l'effet piézoélectrique. De ce fait, une partie de l'énergie mécanique initiale est extraite de la structure.

I.4 Contrôle actif des vibrations (AVC)

Les systèmes d'auto adaptation présentés précédemment ne seront pas suffisants dans les cas où les caractéristiques de la source varient trop rapidement pour les algorithmes impliqués ou le niveau de performance requis est trop élevé. Des méthodes actives devraient être utilisées pour diminuer les vibrations.

Un système de contrôle des vibrations est appelé actif, s'il utilise une alimentation externe pour exécuter sa fonction. Il est constitué d'un servomécanisme avec un actionneur, un capteur et un système à microprocesseur. L'actionneur applique une force à la masse dont la vibration doit être réduite. Le capteur mesure le mouvement de la masse en matière de déplacement, de vitesse ou d'accélération, selon l'application. (Fuller 1996).

I.4.1 Actionneurs et capteurs

Les matériaux piézoélectriques peuvent transformer le courant électrique en mouvement et vice versa. Ils changent de forme lorsqu'un courant électrique passe à travers eux, et ils génèrent un signal électrique quand ils fléchissent. Ainsi, ils peuvent être utilisés comme actionneurs pour créer de la force ou du mouvement, et comme capteurs pour détecter le mouvement. Les matériaux utilisés pour l'actionnement de haute précision comprennent des matériaux électrostrictifs et magnétostrictifs, qui sont similaires aux matériaux piézoélectriques. Ce sont des matériaux ferromagnétiques qui se dilatent ou se contractent lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique ou magnétique.

L'actionneur de moteur à bobine mobile mentionné précédemment dans des disques durs est un actionneur linéaire se déplaçant dans une direction. En raison de sa similarité avec un haut-parleur, on l'appelle un moteur à bobine mobile. Un moteur à bobine mobile a une bobine de fil rigidement fixée à la structure et suspendue dans un champ magnétique permanent. Il est entraîné lorsqu'une force est produite pour l'accélérer radialement lorsqu'un courant passe à travers la bobine. (Fuller 1996).

Certains actionneurs ne peuvent pas fournir une force suffisante pour des applications plus importantes telles que la suspension du véhicule et le contrôle des mouvements du bâtiment. Dans l'application du bâtiment, les cylindres hydrauliques sont généralement utilisés.

Avec une pression hydraulique de travail de 2000 psi, un cylindre contenant un piston dont la surface est seulement 1 pouce carré produira 1 tonne de force. Les suspensions de véhicules

actifs utilisent des dispositifs hydrauliques, des moteurs électriques et des amortisseurs de fluide magnéto-rhéologique.

I.4.2 Stratégies de contrôle

Il existe deux approches radicalement différentes pour le rejet des perturbations : Feedback et Feedforward. Bien que ce texte soit entièrement consacré au contrôle par feedback, il est important de souligner les traits saillants des deux approches, afin de permettre à l'utilisateur de sélectionner celui qui convient le mieux à une application donnée.

I.4.3 Feedback contrôle

Le principe de feedback est représenté à la figure 1.5 ; la sortie y du système est comparée à l'entrée de référence r et le signal d'erreur $e = r - y$ passe dans un compensateur $H(s)$ et est appliqué au système $G(s)$. Le problème de conception consiste à trouver le compensateur $H(s)$ approprié de sorte que le système à boucle fermée soit stable et se comporte de la manière appropriée. (Preumont2011).

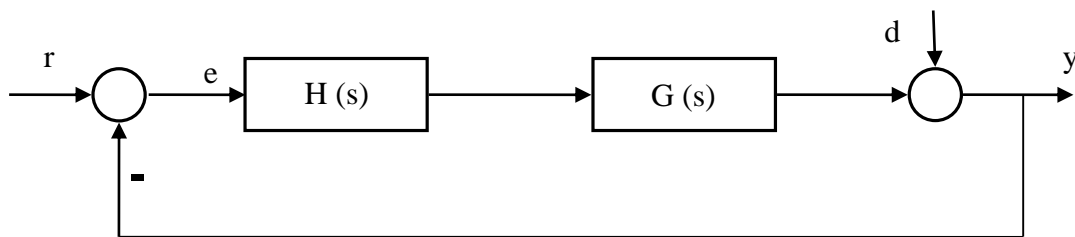


Figure I.5 : Principe de feedback.

Dans le contrôle de structures légèrement amorties, le contrôle par feedback est utilisé pour deux buts distincts et quelque peu complémentaires : l'amortissement actif et la rétroaction basée sur le modèle.

L'objectif de l'amortissement actif est de réduire l'effet des pics résonants sur la réponse de la structure.

$$\frac{y(s)}{d(s)} = \frac{1}{1+GH} \quad (\text{I.1})$$

Les objectifs de contrôle peuvent être plus ambitieux et on peut souhaiter conserver une variable de commande y (une position ou le pointage d'une antenne) à une valeur r souhaitée malgré des perturbations externes d dans une certaine plage de fréquences. De la formule précédente et :

$$F(s) = \frac{y(s)}{d(s)} = \frac{1}{1+GH} \quad (\text{I.2})$$

I.4.4 Feedforward contrôle

Lorsqu'un signal corrélé à la perturbation est disponible, le filtrage adaptatif Feedforward constitue une alternative intéressante à la rétroaction pour le rejet de perturbation ; Il a été développé à l'origine pour le contrôle du bruit, mais il est très efficace pour le contrôle des vibrations aussi. Son principe est expliqué à la figure I.6 (Preumont 2011).

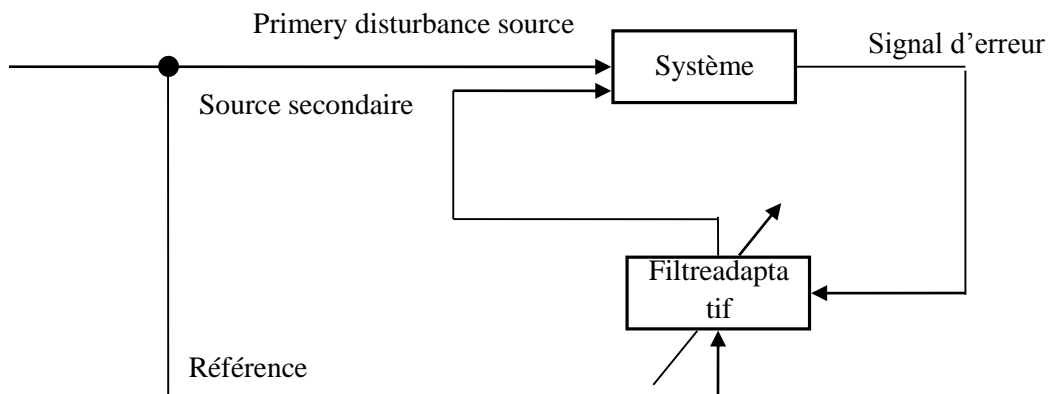


Figure I.6: Principe de Feedforward.

La méthode repose sur la disponibilité d'un signal de référence corrélé à la perturbation primaire ; ce signal passe par un filtre adaptatif dont la sortie est appliquée au système par des sources secondaires.

Les coefficients de filtrage sont adaptés de telle sorte que le signal d'erreur en un ou plusieurs points critiques soit minimisé. L'idée est de produire une perturbation secondaire telle que l'annule l'effet de la perturbation primaire à l'emplacement du capteur d'erreur.

Bien sûr, rien ne garantit que la réponse globale soit également réduite à d'autres endroits et, à moins que la réponse ne soit dominée par un mode unique, il y a des endroits où la réponse peut être amplifiée ; la méthode peut donc être considérée comme locale, contrairement au feedback global. Contrairement à l'amortissement actif qui ne peut qu'atténuer les perturbations près des résonances, le feedforward fonctionne pour toute fréquence et tente d'annuler complètement la perturbation en générant un signal secondaire de phase opposée (Franklin 1986).

La principale limitation du filtrage adaptatif Feedforward est la disponibilité d'un signal de référence corrélé à la perturbation. Il existe de nombreuses applications dans lesquelles un tel signal peut être facilement disponible à partir d'un capteur situé sur le chemin de propagation de la perturbation. Pour les perturbations induites par les machines tournantes, un train

d'impulsions généré par la rotation de l'arbre principal peut être utilisé comme référence. Le tableau I.2 (Nelson 1996) résume les principales caractéristiques des deux approches.

Type de contrôle	Avantages	Inconvénients
Feedback Amortissement active	<ul style="list-style-type: none"> • Aucun modèle requis • Stabilité garantie lors de la mise en place 	<ul style="list-style-type: none"> • Efficace seulement près des résonances • Bande passante limitée $\omega_c \ll \omega_s$
Feedback Modèle de bases	<ul style="list-style-type: none"> • Méthode globale Atténué toutes les perturbations ω_c 	<ul style="list-style-type: none"> • Les perturbations en dehors de ω_c sont amplifiées • Débordement
Feedforward Filtrage adaptatif des références	<ul style="list-style-type: none"> • Aucun modèle nécessaire $\omega_c \cong \omega_s/10$ • Largeur de bande plus large • Fonctionne mieux pour les bandes étroites 	<ul style="list-style-type: none"> • Référence nécessaire • Méthode locale (Réponse peut être amplifiée dans une partie du système) • Grande quantité de calculs en temps réel

Tableau I.2 : Comparaison entre le feedback et le feedforward contrôle.

I.4.5 Différentes étapes de la conception de contrôle actif d'une structure

Les différentes étapes de la conception d'une structure contrôlée sont illustrées à la figure I.7. Le point de départ est un système mécanique, certains objectifs de performance (par exemple la précision de la position) et une spécification des perturbations qui lui sont appliquées ; le contrôleur ne peut pas être conçu sans une certaine connaissance de la perturbation appliquée au système. Si la distribution de fréquence de l'énergie de la perturbation (c'est-à-dire la densité spectrale de puissance) est connue.

Les performances en boucle ouverte peuvent être évaluées et la nécessité d'un système de contrôle actif peut être évaluée (voir la section suivante). Si un système actif est requis, sa largeur de bande peut être approximativement spécifiée à partir d'Equation (I.1). L'étape

suivante consiste à sélectionner le type et l'emplacement appropriés pour un ensemble de capteurs pour surveiller le comportement du système et les actionneurs pour le contrôler. Le concept de contrôle mesure la capacité d'un actionneur à interférer avec les états du système.

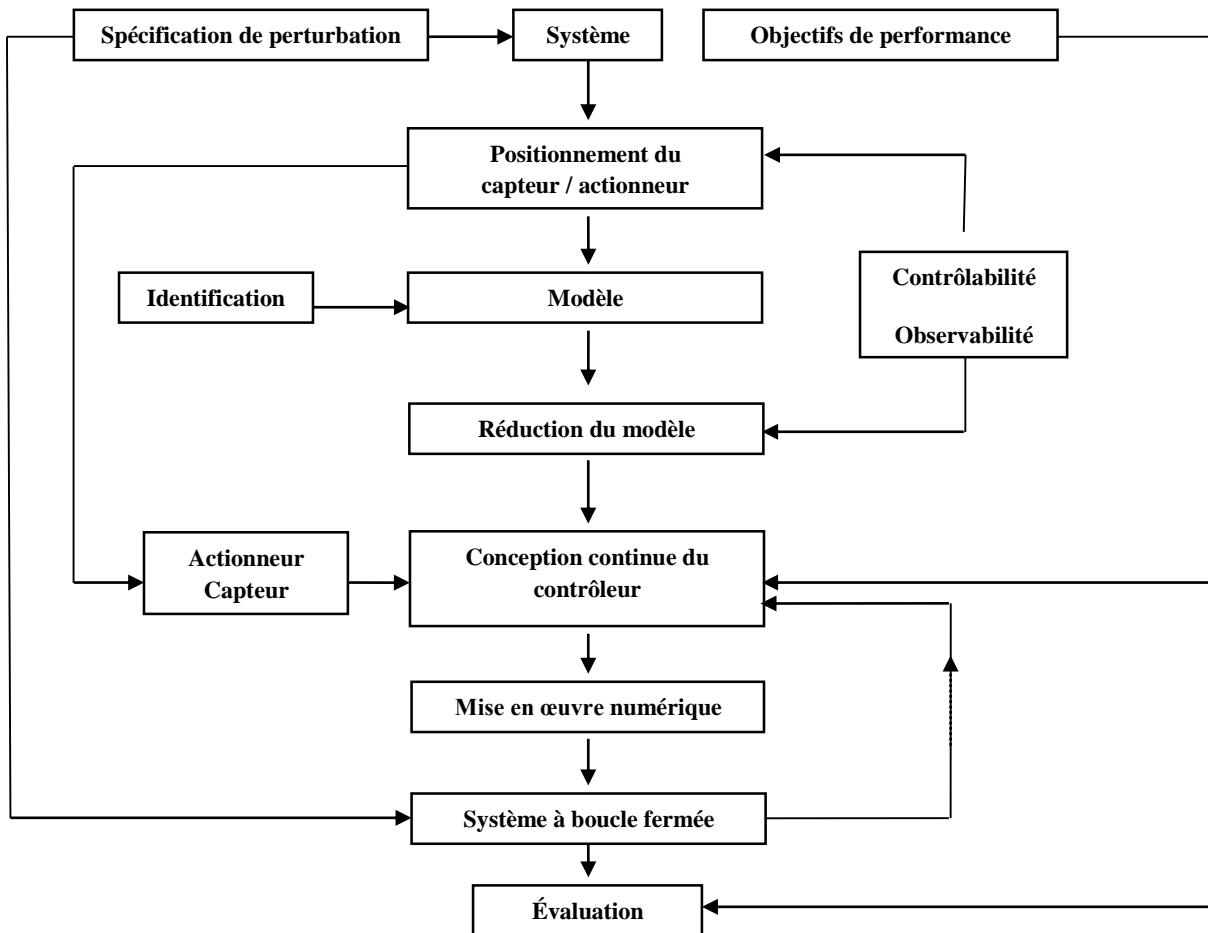


Figure I.7 : Différentes étapes de la conception.

Une fois les actionneurs et capteurs sélectionnés, un modèle de la structure sont développés, généralement avec des éléments finis.

Il peut être amélioré par identification si des fonctions de transfert expérimentaux sont disponibles.

De tels modèles impliquent généralement trop de degrés de liberté pour être directement utiles à des fins de conception ; Ils doivent être réduits pour produire un modèle de conception de contrôle impliquant seulement quelques degrés de liberté, habituellement les modes de vibration du système, qui portent les informations les plus importantes sur le comportement du système.

À ce stade, si les actionneurs et les capteurs peuvent être considérés comme parfaits (dans la bande de fréquences d'intérêt), ils peuvent être ignorés dans le modèle ; leur effet sur la performance du système de contrôle sera testé une fois la conception terminée. (Janocha 1999) Si, au contraire, la dynamique des actionneurs et des capteurs peut affecter significativement le comportement du système, ils doivent être inclus dans le modèle avant la conception du contrôleur. Même si la plupart des contrôleurs sont mis en œuvre de manière numérique, de nos jours, il y a de bonnes raisons de réaliser une conception continue et de transformer le contrôleur continu en un numérique avec une technique appropriée.

Cette approche fonctionne bien lorsque la fréquence d'échantillonnage est deux ordres de grandeur plus rapide que la largeur de bande du système de contrôle, comme c'est généralement le cas dans le contrôle structurel.

I.4.6 Régulateur quadratique linéaire (LQR)

L'approche d'état feedback (Figure I.8) peut fournir un modèle complet de la réponse globale du système sous contrôle. Ils sont particulièrement applicables au contrôle des premiers modes d'une structure. L'approche de retour d'état fournit les meilleures performances qui peuvent être obtenues sous un système idéal de contrôle par feedback.

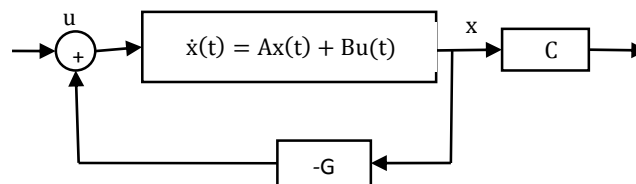


Figure I.8: Principe d'état feedback.

Considérons l'équation d'espace d'état :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (I.3)$$

Supposons que le vecteur d'entrée $u(t)$ peut être rendu proportionnel au vecteur d'état $x(t)$

$$u(t) = -Gx(t) \quad (I.4)$$

Où G est la matrice de gain de retour d'état.

En remplaçant :

$$\dot{x}(t) = (A - BG)x(t) \quad (I.5)$$

Où $(A - BG)$ est souvent appelée matrice de systèmes en boucle fermée. Ses valeurs propres sont les pôles à boucle fermée. L'objectif est de déterminer la matrice de feedback d'État appropriée G telle que les valeurs propres de la matrice de systèmes en boucle fermée puissent être spécifiées comme souhaitées. Le principe du feedback d'état est représenté sur la Figure I.5. Le contrôle de l'État- feedback est souvent utilisé pour prédire la meilleure performance qui peut être atteinte. Un moyen efficace de concevoir un système de contrôle à rétroaction à plein régime est d'utiliser le régulateur quadratique linéaire optimal (LQR) (Caruso, 2001).

LQR fournit un moyen d'évaluer le contrôle optimal qui peut être atteint. Le problème LQR consiste à trouver le contrôleur d'état approprié qui minimise la fonction de coût suivante :

$$J = 1/2 \int_0^{\infty} [\{x\}^T [Q] \{x\} + \{u\}^T [R] \{u\}] dt \quad (I.6)$$

Soumis à la dynamique de l'État :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (I.7)$$

Où Q est une matrice semi-définie positive symétrique. R Est une matrice symétrique positive définie, appelée matrice de pondération scalaire.

Dans la fonction de coût de l'équation I.6, on utilise le premier terme dans l'intégrale $\{x\}^T [Q] \{x\}$ pour minimiser l'erreur de fonction de coût, tandis que le deuxième terme dans l'intégrale $\{u\}^T [R] \{u\}$ est de maintenir l'entrée de commande aussi petite que possible. Normalement R est choisi comme matrice d'identité multipliée par un coefficient scalaire r .

Les valeurs élevées de r signifient que l'accent est davantage mis sur le coût de contrôle que sur la minimisation de la fonction de coût (Hagood 1991).

L'équation I.6 Peut-être réécrit comme :

$$J = 1/2 \int_0^{\infty} [\{y\}^T [Q] \{y\} + \{u\}^T [R] \{u\}] dt \quad (I.8)$$

Le contrôle optimal est obtenu par une feedback à l'état complet avec une loi de contrôle ; La loi est définie comme suit :

$$u(t) = -Gx(t) \quad (I.9)$$

$$G = R^{-1}BK \quad (I.10)$$

Où K est une matrice de coefficients symétriques, définis positifs et constants. K Est la solution de l'équation algébrique de Riccati (ARE) :

$$[A]^T[P] + [P][A] - [P][B][R]^{-1}[B]^T[P] + [Q] = 0 \quad (I.11)$$

Dans le code MATLAB, la commande **lqr** est utilisée pour calculer la matrice de gain optimal G :

$$\text{Syntaxe: } [G, K, e] = \text{lqr}(A, B, Q, R)$$

Où G est la matrice de gain optimal ; K est la solution de l'équation de Riccati; e est les valeurs propres en boucle fermée, c'est-à-dire; $e = \text{eig}(A - BG)$ est la matrice d'état (avant contrôle); B est une matrice d'entrée due à la source de commande; et Q est une matrice semi-définie positive symétrique. R Est la matrice de pondération scalaire.

I.5 Recherche bibliographique sur les travaux du contrôle actif des vibrations

Le concept de contrôle actif est déjà ancien. Un brevet de Lueg datant de (1933) décrit le principe d'un dispositif de contrôle actif de bruit dans un conduit. Le dispositif utilise un microphone pour détecter le champ sonore indésirable en amont et un amplificateur pour exciter un haut-parleur en aval avec le signal du microphone amplifié. Un positionnement judicieux du microphone et du haut-parleur permet d'obtenir une onde acoustique rayonnée qui s'oppose à l'onde incidente. En aval du haut-parleur, le bruit est atténué.

En (1953), Olson et May développent un dispositif différent, Le microphone de détection est ici placé au niveau du haut-parleur de contrôle. La différence est fondamentale car aucune détection en amont ne permet une connaissance préalable de la perturbation. La détection et l'atténuation se font au même emplacement.

Deux types d'approches sont ainsi illustrés : le contrôle par anticipation(feedforward) dont les travaux de Lueg sont les précurseurs, et le contrôle par rétroaction (feedback) pour ceux d'Olson et May.

En (1956), Conover propose d'utiliser un signal de référence à la place du microphone de détection de Lueg. Ainsi, par exemple, le signal délivré par un tachymètre pourrait être utilisé pour le contrôle actif du bruit rayonné par un moteur.

Ce signal de référence serait ensuite filtré par un contrôleur électronique avant d'alimenter le haut-parleur de contrôle. Conover introduit également le concept de capteur d'erreur par lequel

le champ résiduel est mesuré et dont le signal est utilisé pour ajuster le contrôleur. Ces principes sont la base de nombreux systèmes modernes de contrôle actif par anticipation.

L'une des premières étapes vers le contrôle actif a été prise pour contrôler le mouvement relatif entre l'outil de coupe et la pièce à usiner. Comstock, Tse et Lemon (1969) ont actionné l'outil de coupe à l'aide d'un schéma de commande qui était fonction du déplacement relatif entre l'outil de coupe et la surface de la pièce.

Nachtigal (1972) a utilisé un système de contrôle du bavardage à retour de force pour contrôler le chatter des machines-outils sur un tour à moteur. Klein et Nachtigal ont présenté des bases théoriques (1975) et expérimentales (1975) pour le contrôle actif d'une barre de forage.

Dans la littérature récente sur le contrôle actif, les agitateurs électromagnétiques et les paliers magnétiques constituent le type d'actionneur le plus populaire.

L'utilisation possible de matériaux piézoélectriques dans le contrôle actif des vibrations a suscité un certain intérêt ces dernières années. Pallazolo (1989) ont utilisé des poussoirs piézoélectriques entre les supports de roulement à billes à cage d'écureuil d'un arbre en rotation et le carter de la machine pour contrer activement les vibrations du rotor. Bailey et Hubbard (1985) et Tzou (1987) ont utilisé un système piézoélectrique distribué.

Plusieurs schémas de contrôle actif et des modélisations de discrétisation spatiale telle que FEM et AMM ont été développés et utilisés pour le contrôle actif de structures flexibles à l'aide de capteurs et d'actionneurs piézoélectriques.

- **Matériaux intelligents**

Parmi les nombreuses définitions différentes de matériaux intelligents, les suivantes sont les plus significatives :

Takagi (1990) a décrit des matériaux intelligents, en tant que "matériaux qui répondent aux changements environnementaux dans les conditions les plus optimales et manifestent leurs propres fonctions en fonction des changements".

Shahinpoor (1996) a défini les matériaux intelligents comme "les matériaux capables de détecter ou de détecter automatiquement et de manière inhérente les changements dans leur environnement et de réagir à ces changements par certains types d'actionnements ou d'actions.

- **Structures intelligentes**

Les chercheurs ont déjà présenté de nombreuses définitions différentes des structures intelligentes :

Crawley (1994) a donné une définition technique de la structure intelligente en tant que sous-ensemble de structures actives comportant des systèmes d'actionneurs et de capteurs hautement distribués, dotés de fonctionnalités structurelles et en plus de fonctions de contrôle distribuées. Cette définition est très restrictive et elle exclut la majeure partie de la littérature existante dans le domaine des matériaux et des structures intelligentes.

Une autre définition de la structure intelligente a été présentée par Culshaw (1994) : Une structure avec des capteurs et des actionneurs intégrés dans la structure même, qui fait partie intégrante de ses caractéristiques comportementales. Bien que cette définition corresponde à de nombreuses applications de structures intelligentes. Il n'est pas compatible avec la littérature sur les structures intelligentes dans laquelle les capteurs et les actionneurs ne sont pas intégrés.

Spillman (1996) ont défini les structures intelligentes comme des structures non biologiques possédant les attributs suivants :

- Un but défini.
- Moyens et impératif pour atteindre cet objectif.
- Un mode de fonctionnement biologique.

- **Matériaux et structures intelligents**

L'une des principales applications des matériaux et des structures intelligents est le contrôle actif des structures flexibles, qui est au cœur de cette recherche. Les matériaux et les structures intelligents ont ouvert une nouvelle voie passionnante en ingénierie, que l'on peut appeler « l'aube d'un nouvel âge de la structure des matériaux », comme le prétend Rogers (1993). Être nouveau domaine de recherche. Il y a encore une certaine confusion à propos des définitions et applications de matériaux et de structures intelligents.

- **Capteurs Piézoélectriques**

Comme mentionné précédemment, les matériaux piézoélectriques sont utilisés à la fois comme capteurs de contrainte et de taux de contrainte pour la détection de vibrations structurelles.

Lee (1997) a étudié la faisabilité de matériaux piézoélectriques en tant que capteurs de vitesse de déformation pour plaques et poutres flexibles, et a montré que le courant de sortie du piezocapteurs était proportionnel à la vitesse de déformation. Dans leur étude, l'effet des capteurs piézosensibles liés sur la position de l'axe neutre n'a pas été pris en compte. L'équation d'un piezocapteurs à taux de contrainte dans l'analyse par éléments finis de la vibration en flexion de plaques a été dérivée par Hwang (1993).

Tzou (1992) a développé un modèle distribué de transducteurs piézoélectriques de contrainte pour les coques. Vaz (1996) a présenté les équations dynamiques de capteurs piézoélectriques très minces avec une distribution de contrainte uniforme pour les mesures de contrainte et de contrainte de vibrations de poutres flexibles. Il a été montré que la tension et le courant de sortie d'un piezocapteurs étaient respectivement proportionnels à la déformation et à la vitesse de déformation de poutre flexible.

Miller (1990) et Collins (1994) ont mis au point des capteurs piezofilm à formes distribuées, dont la géométrie filtre les harmonies spatiales de la forme de la structure. En utilisant la modélisation dynamique des ondes, ils ont examiné plusieurs capteurs de piezofilms de forme différente, de manière analytique et expérimentale.

Utilisation de la propriété d'orthogonalité des formes de mode des plaques et des poutres. Lee et Moon (1990) ont mis au point des capteurs piézoélectriques de forme modale pour mesurer séparément des modes dynamiques spécifiques. Dans un travail similaire.

Collins (1992) a mis au point et fabriqué des capteurs modaux. Ils ont utilisé ces capteurs sur un manipulateur planaire à deux liaisons pour examiner leurs performances de manière expérimentale. Zhou (1991) a poursuivi les travaux de Lee et a montré que les piezocapteurs modaux peuvent fournir de mesure plus précise des fréquences propres que les accéléromètres. Callahan et Baruh [1994] ont utilisé cette idée pour l'analyse modale des poutres et des plaques flexibles. Bien que les piezocapteurs modaux soient très prometteurs pour l'observation complète de structures flexibles. Ils font, cependant, poser des problèmes potentiels dans la pratique. Par exemple, pour réaliser un capteur modal, toute la longueur de la structure doit être recouverte par un piezocapteurs. Également. En raison du processus de mise en forme et de découpe, les piezocapteurs peuvent subir des effets tels que les courts-circuits.

Clark et Burke (1996) ont abordé certaines limitations pratiques des capteurs modaux mis en forme et ont montré qu'un véritable capteur modal ne pouvait être réalisé sur une structure à

deux dimensions que si les conditions aux limites étaient parfaitement épinglées. Ils ont également indiqué que le positionnement des capteurs était essentiel à la performance du capteur sur une largeur de bande spécifique, en particulier au voisinage de la résonance structurelle.

- **Actionneurs piézoélectriques**

Les piézoactionneurs peuvent être intégrés ou liés à la surface de structures flexibles. Les piézoactionneurs collés à la surface des structures peuvent souffrir de délaminage ou de collage imparfait. L'intégration permet une belle structure intégrée. Cependant, cela réduit les performances des actionneurs car ils sont plus proches de l'axe neutre et exercent donc moins de moment qu'ils ne le seraient à la surface.

Certains des premiers ouvrages sur l'application de matériaux piézoélectriques en tant qu'actionneur de structure flexible ont été publiés par Bailey et Hubbard (1985) qui ont présenté un modèle linéaire distribué d'un piézoactionneur en PVDF lié à une poutre flexible.

Crawley et de Luis (1987) ont présenté leur modèle bien connu de piézoactionneurs liés à des poutres flexibles. Utilisation d'équations d'équilibre. Ils ont modélisé l'actionnement d'une paire de piézoactionneurs rectangulaires avec des forces de broche aux extrémités. La dérivation est basée sur une distribution uniforme de la contrainte dans le piézoactionneur.

Crawley (1988) a étendu cette modélisation aux plaques, et a présenté un modèle couplant les propriétés électriques et mécaniques des piézoactionneurs. En utilisant la méthode de l'énergie, Crawley et Anderson (1990) ont amélioré le modèle précédent (discussion de Crawley et de Luis [1987] et l'ont étendu à un cas plus réaliste (hypothèse de distribution linéaire des contraintes) pour les piézoactionneurs rectangulaires liés et incorporés. Ils ont obtenu une expression pour la contrainte mais les forces induites sur les broches n'ont pas été discutées. Des résultats similaires ont été signalés par Chaudhry et Rogers (1992) pour des piézoacteurs liés et incorporés.

La méthode énergétique a été utilisée par Vaz (1991) et (1996) pour obtenir les raideurs et les forces modales induites des piézoactionneurs liés présentant une distribution de contrainte uniforme.

Les piézoacteurs modaux, qui peuvent exciter chaque mode de vibration individuel, ont été obtenus en façonnant des éléments piézo-électriques (Lee et Moon, (1990). Nitzsche, (1993)).

Anderson et Hagood (1994) ont récemment présenté trois moyens d'utiliser un élément piézo-électrique comme capteur et actionneur simultanés. La mise en œuvre du concept implique la différenciation d'une charge ou d'un courant de référence par rapport à la charge ou au courant associé au piézo-élément pour extraire un signal proportionnel à la contrainte mécanique dans le transducteur.

Certains chercheurs ont également utilisé la méthode des éléments finis pour modéliser le comportement dynamique de piézoactionneurs pour structures flexibles (Hagood, (1990). Mollenhauer, (1993)). Chaudhry et Rogers (1992) ont présenté un nouveau concept d'attachement discret piézoacteurs, par lesquels. Les éléments piézoélectriques étaient attachés à une structure sans points discrets (et non liés). La performance de cet actionneur a ensuite été comparée expérimentalement à celle du boîtier collé.

Dans cette étude, deux approches différentes. Les équations d'équilibre et méthode de l'énergie sont utilisés pour développer deux modèles dynamiques de piézoactionneurs épais avec des distributions de contraintes linéaires. En utilisant la méthode de l'énergie, les expressions générales de la rigidité modale et des forces sont obtenues pour un piézoactionneur de forme générale. Les formes générales de la déformation et les forces et moments concentrés induits par les piézoactionneurs rectangulaires sont dérivés à l'aide d'équations d'équilibre. Ces modèles ont été vérifiés par rapport à des modèles de cas spéciaux présentés dans la littérature. Par exemple, en supposant un actionneur mince (c'est-à-dire une hypothèse de contrainte uniforme), la force / le moment concentrés convergent vers le modèle de Crawley et de Luis (1987) et la rigidité modale et la force convergent vers celles que Vaz (1991) a dérivées.

- **Structures intelligentes avec éléments piézoélectriques intégrés**

Cette section présente brièvement la modélisation des structures intelligentes intégrées à des capteurs et à des actionneurs piézoélectriques : Tzou et Tseng (1991) ont étudié la modélisation distribuée des structures en coque et en plaque avec des capteurs et des actionneurs piézoélectriques intégrés. Bile et Hubbard (1985) ont également introduit un modèle distribué de 3 poutres flexibles avec des actionneurs piezofilm liés.

Pines et Von Flotow (1990) ont présenté une modélisation des ondes intéressante d'une poutre flexible avec un actionneur piézocéramique lié par ri. La méthode des vagues est utilisée pour la modélisation de la structure intelligente intégrée. Certaines des principales différences par rapport au travail actuel méritent d'être mentionnées :

a) La structure intelligente étudiée ici possède à la fois des piézoactionneurs distribués et des capteurs piézoélectriques qui lui sont liés et le modèle d'onde de la structure intelligente composite comprend les effets dynamiques des deux transducteurs piézoélectriques. Tandis que Pines et Von Flotow utilisaient des capteurs de contrainte ponctuels. C'est-à-dire des jauges de contrainte.

b) Plutôt que d'utiliser la déformation seule. Le taux de contrainte mesuré par les piézocapteurs distribués est intégré ici dans le modèle dynamique.

c) Pines et Von Flotow ont supposé un modèle de déformation uniforme pour les piézoactionneurs introduits par Crawley. Ce qui n'était pas compatible avec le cas réel des piézocéramiques épaisses dans leur étude.

La méthode des éléments finis a également été utilisée pour incorporer les effets dynamiques des piézocapteurs et des piézoactionneurs dans le modèle dynamique de la structure intelligente (Shah (1993), Shieh (1993), Shen (1995) et Kim (1996)).

- **Contrôle des vibrations**

Puisque le sujet principal de cette thèse est le contrôle actif de la vibration de structures flexibles utilisant des éléments piézo-électriques, une étude approfondie de cette zone est présentée ci-après :

Systèmes de contrôle de paramètres distribués : La nature distribuée des éléments piézoélectriques suggère la conception de systèmes de contrôle distribués. Bailey et Hubbard (1985), Burk et Hubbard (1986), et Plump (1987) ont présenté des contrôleurs distribués non linéaires pour le contrôle actif de la vibration d'une poutre d'Euler-Bernoulli en utilisant la deuxième méthode de Lyapunov. Le piezofilm en PVDF a été utilisé comme actionneur avec un accéléromètre comme capteur dans leur étude. La stabilité de ce contrôleur a été étudiée par Patnaik (1993), Choi (1994) et Choi (1995) ont prolongé les travaux de Bailey et Hubbard (1983) et les ont modifiés pour pallier certains inconvénients pratiques. Grâce à cet algorithme de contrôle modifié, les oscillations résiduelles indésirables dans la phase de stabilisation ont été substantiellement atténuées ou totalement supprimées tout en maintenant un contrôle supérieur. Pourki (1996) a dérivé un critère de conception de la forme du matériau piézoélectrique ou de son électrode, qui permettait un contrôle distribué pour une poutre flexible. La stabilité du contrôleur a été démontrée par la méthode de Lyapunov.

Banks et ses collaborateurs (1992) ont conçu un contrôleur optimal (La formulation d'un régulateur quadratique linéaire (LQR) pour une poutre d'Euler-Bernoulli à piézoactionneurs liés, utilisant des méthodes variationnelles pour dériver les équations dynamiques. La méthode de Lyapunov a également été utilisée par d'autres chercheurs pour la conception de systèmes de contrôle distribué différentes structures flexibles avec capteurs et actionneurs piézoélectriques, p.ex. poutre Timoshenko (Zhuang et Baras. (1992)). Plaques (Miller (1995)).

De Luis et Crawley (1990) ont mis au point une forme continue de contrôleur optimal utilisant une méthode d'analyse fonctionnelle. Puis, utilisant un procédé de discrétisation, ils l'ont transformé en un système de contrôle distribué discret utilisant plusieurs piézoactionneurs et capteurs répartis le long de poutre flexible.

En utilisant une modélisation de discrétisation spatiale telle que la méthode des éléments finis et la méthode des assumés, plusieurs schémas de contrôle actif ont été développés et utilisés pour le contrôle actif de structures flexibles à l'aide de capteurs et d'actionneurs piézoélectriques.

Chiang et Lee (1989) ont introduit le contrôle modal actif d'une poutre flexible à l'aide de capteurs piézoélectriques modaux façonnés et de piézoactionneurs. Dans leur étude, chaque mode pourrait être détecté et contrôlé individuellement. Certains des inconvénients liés à l'utilisation de capteurs piézoélectriques et d'actionneurs de forme ont été abordés dans les sections précédentes. Un nouveau système de contrôle actif des modes utilisant uniquement des éléments piézoélectriques rectangulaires capables de détecter et de contrôler certains modes individuels, ce qui ne présente pas les inconvénients de la littérature précédente, est introduit dans cette thèse.

L'amortissement structural et les effets passifs des éléments piézoélectriques sur le système dynamique sont également pris en compte. La supériorité de ce contrôleur sur le LQG pour la suppression active des vibrations en présence de bruits et de perturbations est également démontrée.

Le régulateur quadratique linéaire a été appliqué à un modèle d'éléments finis d'une poutre flexible avec capteurs et actionneurs piézoélectriques liés (Hanagud et al., (1992), Gopinathan et al., (1995)).

Gopinathan et Pajunen (1995) ont présenté un contrôleur de référence de modèle pour une structure flexible à transducteurs piézoélectriques utilisant un modèle d'éléments finis de la

structure intelligente. Un contrôleur inverse adaptatif a été utilisé par Cain (1992) pour l'annulation de vibrations dans un faisceau composite avec piézosenseurs et piézoactionneurs intégrés.

Plusieurs autres types de contrôleurs ont été utilisés pour le contrôle actif de structures souples utilisant des capteurs piézoélectriques et des actionneurs piézoélectriques. Une méthodologie de contrôle intégrant le contrôle flou et le contrôle en mode glissant a été appliquée à un faisceau flexible avec des transducteurs piézoélectriques (Meyer (1993)).

Les résultats ont démontré une performance d'amortissement supérieure au retour de vitesse seul. Zeinoun et Khorrami (1994) ont présenté un contrôleur adaptatif à base de neurones flous permettant une stabilisation simultanée et des performances robustes qui a été appliqué à une poutre flexible avec des capteurs piézoélectriques et des actionneurs.

Dworak (1992) ont appliqué le contrôle H sur une plaque flexible avec un actionneur piézocéramique collé. La synthèse a été utilisée par Nageshbabu et Hanagud (1991) pour développer un contrôleur robuste permettant de comptabiliser l'endommagement dans une structure intelligente composite. Dans leur étude, le délaminage était supposé être le dommage causé par une poutre composite avec des éléments piézoélectriques.

Isabelle Bruant (2010) est traitée l'optimisation des actionneurs piézoélectriques et des emplacements de capteurs pour le contrôle actif des vibrations. Deux critères d'optimisation modifiés sont utilisés, garantissant une bonne observabilité ou contrôlabilité de la structure et prenant en compte les modes résiduels pour limiter l'effet de contagion. Deux variables d'optimisation sont considérées pour chaque dispositif piézoélectrique : l'emplacement de son centre et son orientation. Des algorithmes génétiques sont utilisés pour trouver les configurations optimales. Plusieurs modélisations sont présentées pour une plaque simplement supportée.

La conception d'un système de contrôle actif des vibrations implique de nombreuses décisions d'ingénierie importantes au cours de la phase de planification. Le logiciel de modélisation par éléments finis est traditionnellement utilisé pour configurer les composants des systèmes intelligents et tester leurs propriétés dynamiques. Bien que les logiciels élément finis modernes permettent l'intégration des composants électromécaniques dans le système AVC, ceux-ci ne mettent pas systématiquement en œuvre d'outils permettant d'évaluer les systèmes de commande en liaison avec le modèle. L'effet dynamique de la loi de commande appliquée étant

l'aspect le plus important des systèmes AVC, le prototypage direct des contrôleurs dans le logiciel FEM peut être un outil essentiel pour les praticiens de l'ingénierie. Gergely Tabacs (2012) propose une méthode de prototypage en boucle fermée directe pour les contrôleurs des systèmes AVC. Une poutre sans pince avec actionnement piézoélectrique est modélisée dans ANSYS et vérifiée à l'aide d'une mesure expérimentale - d'abord en boucle ouverte, sans contrôle. Un contrôleur linéaire-quadratique (LQ) avec un filtre de Kalman est ensuite implémenté dans ce modèle élément fini à l'aide du langage Apdl. La réponse transitoire en boucle fermée simulée est contrastée avec les résultats expérimentaux, confirmant la validité de l'approche en faisant correspondre les réponses simulées et mesurées. Apdl peut être utilisé efficacement pour intégrer des contrôleurs dans les modèles ANSYS de systèmes de contrôle actif des vibrations.

Chapitre II

Formulation dynamique d'une plaque isotrope équipée par patches pzt

II.1 Lois de comportement d'un matériau isotrope

Dans la présente formulation, les hypothèses suivantes (REDDY 1999) sont considérées (Abreu 2004).

- Les patchspiézoélectriques sont parfaitement liés entre elles.
- La formulation est limitée au comportement de matériau élastique linéaire (petits déplacements et contraintes).
- Cette formulation utilise l'hypothèse de Kirchhoff (plaque mince) dans laquelle la normale transversale reste droite après déformation et elle tourne aussi de telle sorte qu'elle reste toujours perpendiculaire à la surface médiane.

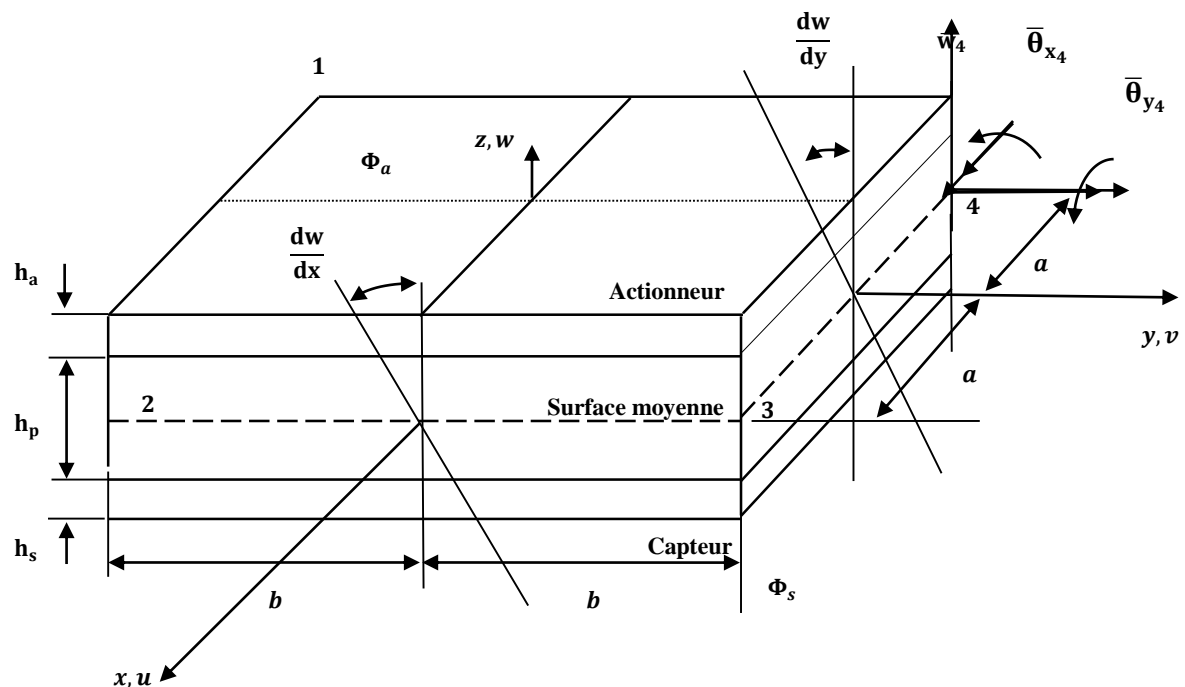


Figure II.1 : Système de coordonnées d'un élément fini stratifié avec un matériau piézoélectrique intégré.

Par conséquent, comme le montre la figure II.1, le champ de déplacement u , v , et w peut être exprimé par les hypothèses de Kirchhoff (REDDY 1999) :

$$u = -z \frac{dw}{dx} \quad (\text{II.1})$$

$$v = -z \frac{dw}{dy} \quad (\text{II.2})$$

$$w = w(x, y) \quad (\text{II.3})$$

Où x et y sont les axes du plan situés à la surface médiane de la plaque, et z est la direction de l'épaisseur de la plaque (Figure II.1).

En outre, u et v sont les déplacements dans les axes x et y , respectivement, w est le déplacement transversal suivant l'axe z .

La déformation transversale du cisaillement est négligée, le champ de déformation peut être écrit comme :

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_{xy}\}^T = -z \left\{ \frac{d^2w}{dx^2} \quad \frac{d^2w}{dy^2} \quad \frac{d^2w}{dxdy} \right\}^T \quad (\text{II.4})$$

La relation entre la contrainte et la déformation plane pour les un matériau isotrope est donné par la relation suivante :

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (\text{II.5})$$

Où :

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy}\}^T \quad (\text{II.6})$$

Et :

$$[D] = \frac{E_p}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-\nu} \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Où ν est le facteur de poisson, et E_p désigne le module de Young.

Considérons un élément de plaque rectangulaire à quatre nœuds basés sur la théorie des plaques classique (BATHE 1982), et chaque nœud d'un élément possède trois degrés de libertés : \bar{w} Un déplacement selon l'axe (z) et deux rotations $\bar{\theta}_x$ et $\bar{\theta}_y$ autour des axes (x) et (y) respectivement (Figure I.1).

La fonction de déplacement est :

$$w(x_i, y_i) = c_1 + c_2x_i + c_3y_i + c_4x_i^2 + c_5x_iy_i + c_6y_i^2 + c_7x_i^3 + c_8x_i^2y_i + c_9x_iy_i^2 + c_{10}y_i^3 + c_{11}x_i^3y_i + c_{12}x_iy_i^3 \quad (\text{II.8})$$

Où :

$$\begin{cases} i = 1 \dots 4 \\ x_1 = -a, & y_1 = -b, & x_2 = a, & y_2 = -b \\ x_3 = a, & y_3 = b, & x_4 = -a, & y_4 = b \end{cases}$$

Le champ de déplacement transversal :

$$w = \{P\}^T\{c\} \quad (\text{II.9})$$

Où les coefficients du vecteur w sont donnés par la relation suivante :

$$\{c\} = \{c_1 c_2 c_3 \dots c_{12}\}^T \quad (\text{II.10})$$

Et :

$$\{P\} = \{1 \ x \ y \ x^2 \ xy \ y^2 x^3 x^2 y \ xy^2 y^3 x^3 y \ xy^3\}^T \quad (\text{II.11})$$

$$\{q_i\} = \{\bar{w}_1 \bar{\theta}_{x_1} \bar{\theta}_{y_1} \bar{w}_2 \bar{\theta}_{x_2} \bar{\theta}_{y_2} \bar{w}_3 \bar{\theta}_{x_3} \bar{\theta}_{y_3} \bar{w}_4 \bar{\theta}_{x_4} \bar{\theta}_{y_4}\} \quad (\text{II.12})$$

Où :

$$\bar{w}_i = w \Big|_{x_i, y_i} \quad (\text{II.13})$$

$$\bar{\theta}_{x_i} = \frac{dw}{dx} \Big|_{x_i, y_i} \quad (\text{II.14})$$

$$\bar{\theta}_{y_i} = \frac{dw}{dy} \Big|_{x_i, y_i} \quad (\text{II.15})$$

La combinaison entre les relations (II.8), (II.12) avec (II.13), (II.14) et (II.15) aux quatre points nodaux donne la matrice suivante :

$$\{q_i\} = [X]\{c\} \quad (\text{II.16})$$

Avec la matrice $[X]$ de (12*12) :

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1^3 & x_1^2 y_1 & x_1 y_1^2 & y_1^3 & x_1^3 y_1 & x_1 y_1^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x_1 & 2y_1 & 0 & x_1^2 & 2x_1 y_1 & 3y_1^2 & x_1^3 & 3x_1 y_1^2 \\ 0 & -1 & 0 & -2x_1 & -y_1 & 0 & -3x_1^2 & 2x_1 y_1 & -y_1^2 & 0 & -3x_1^2 y_1 & -y_1^3 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & x_2 y_2 & y_2^2 & x_2^3 & x_2^2 y_2 & x_2 y_2^2 & y_2^3 & x_2^3 y_2 & x_2 y_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x_2 & 2y_2 & 0 & x_2^2 & 2x_2 y_2 & 3y_2^2 & x_2^3 & 3x_2 y_2^2 \\ 0 & -1 & 0 & -2x_2 & -y_2 & 0 & -3x_2^2 & 2x_2 y_2 & -y_2^2 & 0 & -3x_2^2 y_2 & -y_2^3 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 & x_3 y_3 & y_3^2 & x_3^3 & x_3^2 y_3 & x_3 y_3^2 & y_3^3 & x_3^3 y_3 & x_3 y_3^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x_3 & 2y_3 & 0 & x_3^2 & 2x_3 y_3 & 3y_3^2 & x_3^3 & 3x_3 y_3^2 \\ 0 & -1 & 0 & -2x_3 & -y_3 & 0 & -3x_3^2 & 2x_3 y_3 & -y_3^2 & 0 & -3x_3^2 y_3 & -y_3^3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4^2 & x_4 y_4 & y_4^2 & x_4^3 & x_4^2 y_4 & x_4 y_4^2 & y_4^3 & x_4^3 y_4 & x_4 y_4^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x_4 & 2y_4 & 0 & x_4^2 & 2x_4 y_4 & 3y_4^2 & x_4^3 & 3x_4 y_4^2 \\ 0 & -1 & 0 & -2x_4 & -y_4 & 0 & -3x_4^2 & 2x_4 y_4 & -y_4^2 & 0 & -3x_4^2 y_4 & -y_4^3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

Par conséquent, le vecteur de coefficient $\{c\}$ peut être calculé à partir de l'équation :

$$\{c\} = [X]^{-1}\{q_i\} \quad (\text{II.18})$$

En remplaçant l'équation (II.18) en (II.9) donne :

$$w = [N_w]\{q_i\} \quad (\text{II.19})$$

Où $[N_w]$ est la matrice de la fonction de la forme donnée par la relation :

$$[N_w] = \{P\}^T [X]^{-1} \quad (\text{II.20})$$

En remplaçant l'équation (II.20) en (II.4) donne :

$$\{\varepsilon\} = -z \left\{ \frac{\partial^2 \{P\}^T}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 \{P\}^T}{\partial y^2} \quad 2 \frac{\partial^2 \{P\}^T}{\partial xy} \right\}^T [X]^{-1} \{q_i\} \quad (\text{II.21})$$

Donc :

$$\{\varepsilon\} = -z [L_k] [X]^{-1} \{q_i\} \quad (\text{II.22})$$

Avec :

$$[L_k] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 6x & 2y & 0 & 0 & 6xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2x & 6y & 0 & 6xy \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4x & 4y & 0 & 6x^2 & 6y^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

Le champ de déplacement u , v et w peut exprimer par la relation suivante :

$$\{q\} = \{w \quad v \quad u\}^T \quad (\text{II.24})$$

En remplaçant II.1, II.2 et II.3 en II.24 donne :

$$\{q\} = \left\{ w \quad -z \frac{dw}{dy} \quad -z \frac{dw}{dx} \right\}^T \quad (\text{II.25})$$

En remplaçant II.19 en II.25 donne l'expression suivante :

$$\{\varepsilon\} = [H] [L_M]^T [X]^{-1} \{q_i\} \quad (\text{II.26})$$

Où les matrices $[L_M]$ et $[H]$ sont données par les deux relations suivantes :

$$[L_M]^T = \left\{ \{P\}^T \quad \frac{\partial \{P\}^T}{\partial x} \quad \frac{\partial \{P\}^T}{\partial y} \right\}^T \quad (\text{II.27})$$

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -z & 0 \\ 0 & 0 & -z \end{bmatrix} \quad (\text{II.28})$$

II.2 Formulation fondamentale du phénomène piézoélectrique

Les relations constitutives linéaires suivantes pour les matériaux piézoélectriques (Taylor 1985):

$$\{\sigma\} = [C^E] \{\varepsilon\} - [e] \{E\} \quad (\text{II.29})$$

$$\{D\} = [e]^T \{\varepsilon\} + [\xi^S] \{E\} \quad (\text{II.30})$$

Où :

$\{\sigma\}$: La matrice de contrainte.

$[C^E]$: Les constantes élastiques à champ électrique constant.

$\{\varepsilon\}$: La matrice de déformation.

$[e]$: Les coefficients de contraintes piézoélectriques.

$\{E\}$: Le champ électrique.

$\{D\}$: Le vecteur de déplacement électrique.

$[\xi^S]$: La matrice diélectrique à contrainte mécanique constante.

Où l'indice S signifie que les valeurs sont mesurées à contrainte constante et l'indice E signifie que les valeurs sont mesurées à un champ électrique constant.

La relation entre $[e]$ et $\{d\}$ (le coefficient de déformation piézoélectrique) est :

$$[e] = [C^E] \{d\} \quad (\text{II.31})$$

L'application de la tension à l'élément est analogue à l'application de la chaleur à une bande bimétallique. La tension Φ_a à travers l'élément de cintrage force la couche inférieure à se dilater, tandis que la couche supérieure se contracte, comme représenté dans la figure II.2.

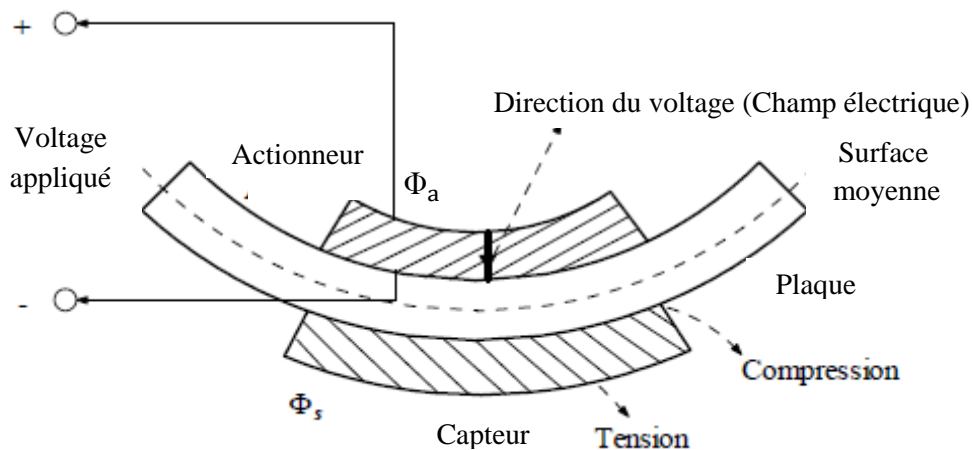


Figure II.2 : Courbure d'une plaque produite par l'expansion d'une couche piézoélectrique et contraction de l'autre.

La déformation du capteur produisait une charge à travers l'électrode de capteur, qui est collectée par la surface du capteur sous la forme d'une tension électrique Φ_s .

Lorsqu'on prend uniquement en compte la direction de polarisation, le potentiel électrique appliqué ou détecté à travers l'actionneur ou élément capteur est donné par l'équation suivante (Lopes 2000):

$$\Phi_z = \left[\frac{z - \frac{h_p}{2}}{h} \right] \Phi \quad (\text{II.32})$$

Où : h et Φ Sont l'épaisseur et le potentiel électrique maximum à la surface externe de l'élément piézoélectrique correspondant (actionneur et capteur).

Et :

$$\frac{h_p}{2} \leq Z_a \leq \frac{h_p}{2} + h_a \quad (\text{II.33})$$

$$-\frac{h_p}{2} \geq Z_a \geq -\frac{h_p}{2} - h_s \quad (\text{II.34})$$

Le champ électrique (E) est constant à travers l'épaisseur des éléments d'actionneur et de capteur, les opérateurs de gradient sont :

$$E = -\frac{d\Phi_z}{dz} = -B_z \Phi = -\frac{\Phi}{h} \quad (\text{II.35})$$

II.3 Principe d'Hamilton

Le principe d'Hamilton est employé ici pour dériver les équations des éléments finis :

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(T - U + W_e + W_m) + \delta W] dt = 0 \quad (\text{II.36})$$

Où :

T : L'énergie cinétique.

U : L'énergie potentielle.

W_e : Le travail effectué par les forces électriques.

W_m : Le travail effectué par les forces magnétique (Qui est négligeable pour les matériaux piézoélectriques).

L'énergie cinétique totale T et l'énergie potentielle U de la structure composite sont décrites par les relations suivantes :

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho \{\dot{q}\}^T \{\dot{q}\} dV \quad (\text{II.37})$$

$$U = \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV \quad (\text{II.38})$$

Et :

$$dV = dV_p + dV_a + dV_s \quad (\text{II.39})$$

Les indices p, a et s se réfèrent respectivement aux éléments plaque, actionneur et capteur.

Avec :

$$dV_p = \int_{-\frac{h_p}{2}}^{\frac{h_p}{2}} \int_{-b}^b \int_{-a}^a dx dy dz \quad (\text{II.40})$$

$$dV_a = \int_{\frac{h_p}{2}}^{\frac{h_p}{2}+2} \int_{-b}^b \int_{-a}^a dx dy dz \quad (\text{II.41})$$

$$dV_s = \int_{-\frac{h_p}{2}-h_s}^{-\frac{h_p}{2}} \int_{-b}^b \int_{-a}^a dx dy dz \quad (\text{II.42})$$

La relation du travail effectué par les forces électriques :

$$W_e = \frac{1}{2} \int_V \{E\}^T \{D\} dV \quad (\text{II.43})$$

$$\delta W = \int_V \{\delta q\}^T \{f_b\} dV + \int_A \{\delta q\}^T \{f_A\} dA - \int_A \delta \Phi \sigma_q dA \quad (\text{II.44})$$

Où :

D : Le vecteur de déplacement électrique.

f_A : La force de surface.

f_b : La force du corps.

σ_q : La contrainte électrique de surface

II.4 Obtention des matrices élémentaires

En remplaçant II.29 en II.38 et en remplaçant II.30 en II.43 :

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [c^E] \{\varepsilon\} - \{\varepsilon\}^T [e] \{E\} dV \quad (\text{II.45})$$

$$W_e = \frac{1}{2} \int_V \{E\}^T [e]^T \{\varepsilon\} + \frac{1}{2} \int_V \{E\}^T [\xi^s] \{E\} dV \quad (\text{II.46})$$

En remplaçant II.40, II.44, II.45 et II.46 en II.36 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_V \rho \{\delta q\}^T \{\ddot{q}\} dV - \int_V \{\delta \varepsilon\}^T [C^E] \{\varepsilon\} + \\ \int_V \{\delta \varepsilon\}^T [e]^T \{E\} dV - \int_V \{\delta E\}^T [e] \{\varepsilon\} dV + \\ \int_V \{\delta E\}^T [\xi^S] \{E\} dV - \int_V \{\delta q\}^T \{f_b\} dV + \\ \int_A \{\delta q\}^T \{f_A\} dA - \int_A \delta \Phi \sigma_q dA \end{array} \right\} dt = 0 \quad (\text{II.47})$$

En remplaçant II.25, II.22, et II.35 en II.47 :

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \begin{array}{l} \{\delta q_k\}^T \left[[M_{qq}^e] \{\ddot{q}_k\} + [k_{qq}^e] \{q_k\} + [k_{q\Phi}^e] \{\Phi\} - \{\bar{f}\} \right] + \\ \{\delta \Phi\} \left[[k_{\Phi q}^e] \{q_k\} + [k_{\Phi\Phi}^e] \{\Phi\} + \{Q_a\} \right] \end{array} \right\} = 0 \quad (\text{II.48})$$

Où :

$$[M_{qq}^e] = \rho \int_V [X]^{-T} [L_M] [H]^T [H] [L_M]^{-1} dV \quad (\text{II.49})$$

$$[k_{qq}^e] = [X]^{-T} \int_V z^2 [L_k]^T [D] [L_k] [X]^{-1} dV \quad (\text{II.50})$$

$$[k_{q\Phi}^e] = \left[[k_{\Phi q}^e] \right]^T = -[X]^{-T} \int_V z [L_k]^T [e]^T B_z \quad (\text{II.51})$$

$$[k_{\Phi\Phi}^e] = - \int_V B_z^T [\xi^T] B_z dV \quad (\text{II.52})$$

$$\{\bar{f}\} = \int_V \{f_a\} dV + \int_A [f_b] dA \quad (\text{II.53})$$

$$\{Q_a\} = \int_A \sigma_q dA \quad (\text{II.54})$$

Les deux équations d'équilibre écrites en coordonnées généralisées sont maintenant obtenues pour le k-ième élément :

$$\left\{ \begin{array}{l} [M_{qq}^e] \{\ddot{q}_k\} + [k_{qq}^e] \{q_k\} + [k_{q\Phi}^e] \{\Phi\} - \{\bar{f}\} = 0 \\ [k_{\Phi q}^e] \{q_k\} + [k_{\Phi\Phi}^e] \{\Phi\} + \{Q_a\} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.55})$$

Où :

$[M_{qq}^e]$: La matrice de masse élémentaire

$[K^e]$: La matrice de rigidité des éléments étendus

II.5 Intégration numérique

II.5.1 Intégration de la matrice de rigidité suivant l'axe (z)

$$[k_{qq}^e] = \sum_{i=1}^3 h_i [X]^{-T} \int_A [L_k]^T [D_i] [L_k] dA [X]^{-1} \quad (\text{II.56})$$

Où h_i est donnée par :

$$h_1 = \left(\frac{h_p}{2} + \frac{h_a}{2}\right)^2 + \frac{h_a^3}{12} \quad (\text{II.57})$$

$$h_2 = \frac{h_a^3}{12} \quad (\text{II.58})$$

$$h_3 = \left(\frac{h_p}{2} + \frac{h_s}{2}\right)^2 + \frac{h_s^3}{12} \quad (\text{II.59})$$

$[D_i]$, $[D_a]$, $[D_s]$ et $[D_p]$ pour $i=1,2,3$ sont calculées par l'équation (II.7) pour la piézoélectrique et la plaque.

La grandeur dA est égale à $dx dy$.

II.5.2 Intégration de la matrice de masse suivant l'axe (z)

$$[M_{qq}^e] = \sum_{i=1}^3 \rho_i [X]^{-T} \int_A [L_M]^T [H_i] [L_M] dA [X]^{-1} \quad (\text{II.60})$$

Où :

$$\rho_a = \rho_1, \rho_p = \rho_2 \text{ et } \rho_s = \rho_3$$

Et :

$[H_i]$ pour $i=1,2,3$

$$[H_1] = [H_a] = \begin{bmatrix} h_a & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 \\ 0 & 0 & h_1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.61})$$

$$[H_2] = [H_p] = \begin{bmatrix} h_p & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & 0 \\ 0 & 0 & h_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.62})$$

$$[H_3] = [H_s] = \begin{bmatrix} h_s & 0 & 0 \\ 0 & h_3 & 0 \\ 0 & 0 & h_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.63})$$

II.5.3 Intégration de matrice de couplage électrique-mécanique (z) $[k_{q\phi}^e]$ et la matrice de rigidité diélectrique $[k_{\phi\phi}^e]$ suivant l'axe (z)

L'intégration par rapport à l'épaisseur de chaque couche piézoélectrique (où : $dV = dV_a$ et $dV = dV_s$) :

$$[k_{q\phi}^e]_a = -\frac{1}{2} (h_a h_p + h_a^2) [X]^{-1} \int_A [L_k]^T [e]_a^T B_z dA \quad (\text{II.64})$$

$$[k_{\phi\phi}^e]_a = \frac{4ab|\xi_a^S|}{h_a} \quad (\text{II.65})$$

$$[k_{q\phi}^e]_{sa} = -\frac{1}{2}(h_s h_p + h_s^2)[X]^{-1} \int_A [L_k]^T [e]_s^T B_z dA \quad (\text{II.66})$$

$$[k_{\phi\phi}^e]_s = \frac{4ab|\xi_s^S|}{h_s} \quad (\text{II.67})$$

Les équations (II.55), (II.59), (II.63) et (II.65) sont intégrées par la méthode numérique de Gauss-quadrature.

$$[k_{qq}^e] = \sum_{i=1}^3 h_i [X]^{-T} \sum_{\eta} \sum_{\xi} [L_k] [D_i] [L_k]^T W_{\xi} W_{\eta} [X]^{-1} \quad (\text{II.68})$$

$$[M_{qq}^e] = \sum_{i=1}^3 \rho_i [X]^{-T} \sum_{\eta} \sum_{\xi} [L_M] [H_i] [L_M]^T W_{\xi} W_{\eta} [X]^{-1} \quad (\text{II.69})$$

$$[k_{q\phi}^e]_a = -\frac{1}{2}(h_p h_a + h_a^2)[X]^{-T} \sum_{\eta} \sum_{\xi} [L_k]^T [e_i]_a^T W_{\xi} W_{\eta} B_z \quad (\text{II.70})$$

$$[k_{q\phi}^e]_s = -\frac{1}{2}(h_p h_s + h_s^2)[X]^{-T} \sum_{\eta} \sum_{\xi} [L_k]^T [e_i]_s^T W_{\xi} W_{\eta} B_z \quad (\text{II.71})$$

II.6 Obtention des matrices globales (assemblage)

Chacune de ces matrices d'éléments peut être assemblée en matrices globales. Le processus d'assemblage pour obtenir les matrices globales est écrit comme suit :

$$[M] = \sum_{k=1}^N [T_K]^T [M_{qq}^e] [T_K] \quad (\text{II.72})$$

$$[K_{qq}] = \sum_{k=1}^N [T_K]^T [K_{qq}^e] [T_K] \quad (\text{II.73})$$

Où :

N : Le nombre des éléments finis.

$[T_K]$: La matrice de distribution est définie par :

$$T_K = \begin{cases} 0 & \text{if } j \neq m_K(i) \\ 1 & \text{if } j = m_K(i) \end{cases} \quad (\text{II.74})$$

for $i = 1, 2, \dots, 12$ and $j = 1, 2, \dots, n_{\text{dof}}$

Où :

n_{dof} est le nombre de degré de liberté, et m_K est le vecteur indice contenant les degrés de liberté (3) du n-ième nœud (1,2,3, ou 4) (Figure II.1) dans le k-ième élément fini donnée par :

$$m_K = \{3n_K - 2 \quad 3n_K - 1 \quad 3n_K\} \quad (\text{II.75})$$

Pour n_a actionneurs et n_s capteurs distribués dans la plaque, les équations II.55 peut être écrites sous la forme globale :

$$\begin{cases} [M]\{\ddot{\zeta}\} + [K_{qq}]\{\zeta\} + \sum_{k=1}^{n_{ei}} [T_k]^T [K_{\Phi q}]_i [\Phi] - \{F\} = 0 & (1) \\ \sum_{k=1}^{n_{ei}} ([K_{\Phi q}] [T_k]_i \{\zeta\} + [K_{\Phi\Phi}]_i \{\Phi\} + Q_a) & (2) \end{cases} \quad (II.76)$$

Où $[T_k]_i$: est la matrice de distribution (II.73) qui montre la position du k-ième élément dans la structure de la plaque en utilisant des entrées nulles. Où l'entrée zéro signifie qu'aucun actionneur / capteur piézoélectrique n'est présent.

N_{ei} : Est le nombre d'éléments finis du ième actionneur / capteur piézoélectrique.

Z : Est le vecteur de déplacement nodal de la structure globale.

$\{F\}$: Forces mécaniques.

Dans le capteur piézoélectrique, il n'y a pas de tension appliquée à l'élément correspondant ($Q_a = 0$), de sorte que le potentiel électrique généré (équation du capteur) est calculé en utilisant l'équation II.76.1.

$$\{\Phi_s\} = -\sum_{k=1}^{n_{ei}} [K_{\Phi\Phi}]_{si}^{-1} [K_{\Phi q}]_{si} [T_k]_i \{\zeta\} \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n_s \quad (II.77)$$

Le voltage globale $\{\Phi\}$ est définie par :

$$\{\Phi\} = \{\Phi_s\} + \{\Phi_{sa}\} + \{\Phi_a\} \quad (II.78)$$

Où :

$\{\Phi_s\}$: La tension qui est détectée par le capteur.

$\{\Phi_{sa}\}$: La tension qui est détectée par l'actionneur.

$\{\Phi_a\}$: La tension appliquée.

En substituant l'équation (III.77) dans l'équation (II.76.1) et (II.78) dans (II.76.2)

$$[M]\{\ddot{\zeta}\} + [K_{qq}^*]\{\zeta\} = \{F\} + \{F_{el}\} \quad (II.79)$$

Avec :

$$[K_{qq}^*] = [K_{qq}] - [K_{el}] \quad (II.80)$$

Où :

$\{F_{el}\}$: Les forces dues à l'actionneur.

$[K_{el}]$: La matrice de rigidité électrique.

Les forces dues à l'actionneur est écrites comme la suit :

$$\{F_{el}\} = -\sum_{k=1}^{n_{ej}} [T_k]_j^T [K_{q\Phi}]_{aj} \Phi_{aj}, \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, n_a \quad (II.81)$$

$$[K_{el}] = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{k=1}^{n_{ei}} [T_k]_j^T [K_{q\Phi}]_{si} [K_{\Phi\Phi}]_{si}^{-1} [K_{\Phi q}]_{si} [T_k]_i + \\ \sum_{j=1}^{n_a} \sum_{k=1}^{n_{ej}} [T_k]_j^T [K_{q\Phi}]_{sj} [K_{\Phi\Phi}]_{aj}^{-1} [K_{\Phi q}]_{aj} [T_k]_j \end{cases} \quad (II.82)$$

Chapitre III

Modélisation numérique du contrôle actif d'une plaque isotrope

utilisés pour la plaque tandis que la représentation numérique des transducteurs piézoélectriques a également utilisé le degré de liberté électrique.

Propriétés	Unités	Plaque	PZT5A
E (Young's modulus)	Pa	207.10 ⁹	69.10 ⁹
ρ (Density)	Kg/m ³	7800	7700
ν (Poisson)	---	0.3	0.3
e_{31}, e_{32} (Constants piézoélectriques à déformation)	C/m ²	---	12.351
ϵ (Constant diélectrique)	F/m	---	1,6.10 ⁻⁸

Tableau III.1: Propriétés des matériaux de la plaque et PZT.

Le modèle volumétrique solide de la plaque et des transducteurs a été créé à partir de formes de blocs, en utilisant la commande BLC4. Après la création des blocs principaux, la plaque a été sectionnée le long des transducteurs piézoélectriques en utilisant des plans de travail tournés. Les propriétés des matériaux ont été attribuées à partir des données fournies par le fabricant des piézoélectriques et des tableaux d'ingénierie couramment disponibles. Le modèle volumétrique a été maillé par une taille maximale d'élément global de 8 mm. Parce que la plaque a été sectionnée en sous-blocs, les nœuds dans la ligne piézoélectrique s'alignent parfaitement avec les nœuds de la plaque située en dessous. (Annexe A.1).

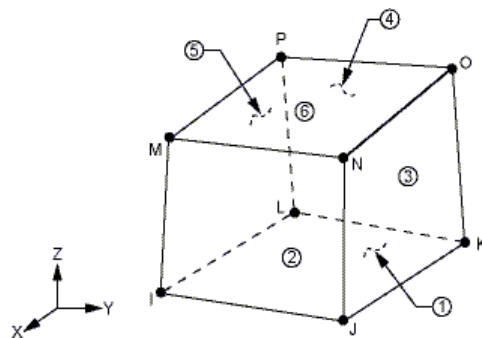


Figure III.2 : Géométrie de l'élément SOLID5 (Ansys Inc 2018).

De cette façon, les nœuds adjacents peuvent être joints par la commande NUMMRG, qui vise à fusionner des nœuds situés dans une plage de tolérance. Les nœuds fusionnés se comporteront comme un en modélisation, ce qui signifie que si le matériau piézoélectrique se déforme, la plaque sera également en dessous.

Ceci suppose une liaison parfaite entre la plaque et les actionneurs, en écartant les effets mineurs de la mince couche de résine sur le comportement de la structure (Takacs 2012).

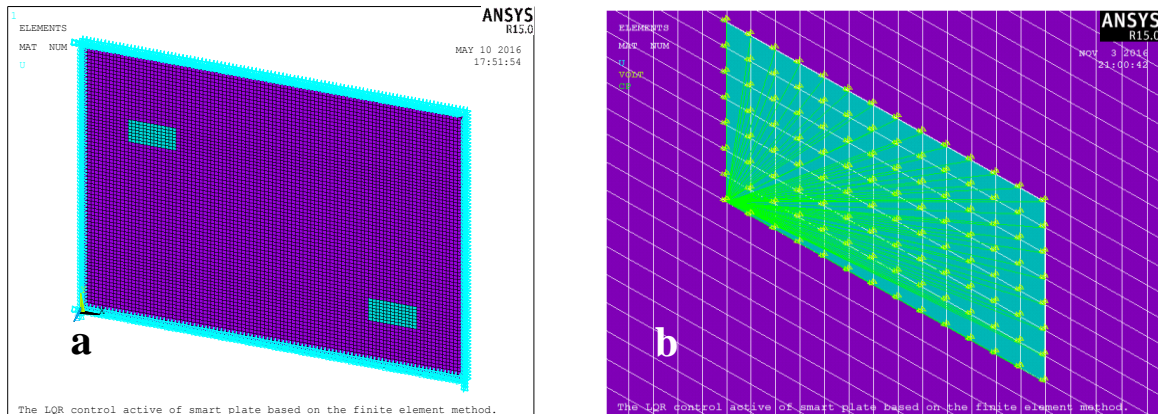


Figure III.3 : Modèle MEF de la plaque, (a) : Maillage et conditions aux limites, (b) couplage électromécanique.

La couche supérieure des nœuds crée l'électrode supérieure (vers l'extérieur) sur chaque transducteur, où un couplage est créé par l'instruction CP et le potentiel de tension approprié est assigné.

Les électrodes sur le côté inférieur (collé) sont définies d'une manière similaire. Seulement cette fois, un potentiel de tension zéro fixe est défini sur les couches inférieures de tous les transducteurs, représentant la borne de masse des actionneurs.

Le modèle MEF de la plaque est illustré à la figure III.3. La plaque entière est représentée sur la figure III.3 (a), où la distribution et le positionnement relatif des actionneurs sont présentés. Les symboles indiquant les différentes conditions aux limites sont représentés en détail dans la figure III.3 (b). Où les symboles de triangle jaune à droite indiquent le déplacement à zéro DOF (serrage) et les symboles de triangle vert et leur connexion indique la définition du DOF électrique couplé (bornes électriques).

L'amortissement de Rayleigh a été utilisé dans l'analyse par élément fini présentée ici, en supposant que la matrice d'amortissement est construite comme la somme pondérée des matrices de masse et de rigidité :

$$B = \alpha M + \beta K \quad (\text{III.1})$$

Où α et β sont les constantes d'amortissement.

Toutes les modélisations présentées dans cette thèse supposent $\alpha = 0$ et $\beta = 0.0015$ constantes d'amortissement.

L'analyse modale consiste à déterminer les caractéristiques dynamiques inhérentes d'un système sous la forme de fréquences naturelles. L'analyse modale obtenue par la modélisation avec ANSYS apdl du système, illustre que les six premières fréquences naturelles du système se situent dans la plage de 1 à 62 Hz.

III.1.3 Vérification des fréquences naturelles

Pour les plaques isotropes simplement appuyées sur les quatre côtés ; (Leissa 1969), a présenté les fréquences naturelles exactes analytiquement à partir de la formule suivante :

$$\omega_{rn} = \pi^2 \left[\left(\frac{r}{L} \right)^2 + \left(\frac{n}{l} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (\text{III.2})$$

Où r et n est le nombre de demi-vagues dans les directions x et y.

Comme les propriétés géométriques des piézoélectriques sont petites comparées à celles de la plaque élastique, les patchs piézoélectriques peuvent être négligés dans le calcul des modes propres.

Le tableau III.2 montre et vérifie les fréquences naturelles analytiques et numériques de la plaque d'aluminium simplement appuyée, avec les fréquences naturelles de la plaque intelligente.

Modes (r,n)	Fréquences naturelles (Hz)					
	Mode (1,1)	Mode (2,1)	Mode (1,2)	Mode (3,1)	Mode (2,2)	Mode (3,2)
Plaque d'Aluminium (Leissa 1969) (analytique) (Hz)	10.628	22.10	31.03	41.23	42.51	61.64
Plaque d'Aluminium (ANSYS) (Hz)	10.636	22.13	31.08	41.33	42.640	61.92
Plaque intelligente (ANSYS) (Hz)	10.499	21.76	30.63	40.63	41.857	60.65
Plaque intelligente (MATLAB) (Hz)	11.548	21.15	31.51	42.54	43.016	61.74

Tableau III.2: Fréquences naturelles de la plaque d'aluminium et la plaque intelligentes.

La figure III.4 montre les six premiers modes de vibration libre de la plaque intelligente obtenue par la modélisation avec le code ANSYS apdl.

III.2 Contrôle actif

Dans cette section, nous considérons le contrôle actif de la plaque précédente.

Le système dynamique (II.76) est donné avec les variables d'état par :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{III.3})$$

$$y = Cx(t) \quad (\text{III.4})$$

Où les matrices $[A]$, $[B]$ et $[C]$ désignent la matrice du système, la matrice d'entrée et la matrice de sortie du système, respectivement.

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [\omega_i] \\ -[\omega_i] & [2\zeta_i\omega_i] \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

$$[B^T] = [0 \quad [b_{ij}]] \quad (\text{III.6})$$

$$[C] = [[c_{ij}] \quad [0]] \quad (\text{III.7})$$

b_{ij} Représente l'action du j ième actionneur au i ème mode propre et est égale à :

$$b_{ij} = (2h + h_p) \int_S \left(e_{31} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) dS \quad (\text{III.8})$$

c_{ij} Est la constante de détection du j -ième capteur due au mouvement du i -ième mode est égale à :

$$c_{ij} = \frac{1}{\varepsilon_{33}} (h + h_p/2) \int_S \left(e_{31} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) dS \quad (\text{III.9})$$

b_{ij} et c_{ij} dépendent respectivement de la i -ième position d'actionneur et de la j -ième position de capteur.

(ω_i, Ψ) : Représente le i -ième couple de valeur propre / mode propre.

ζ_i : Est un rapport d'amortissement du i -ième.

e_{31} et e_{32} sont les coefficients piézoélectriques.

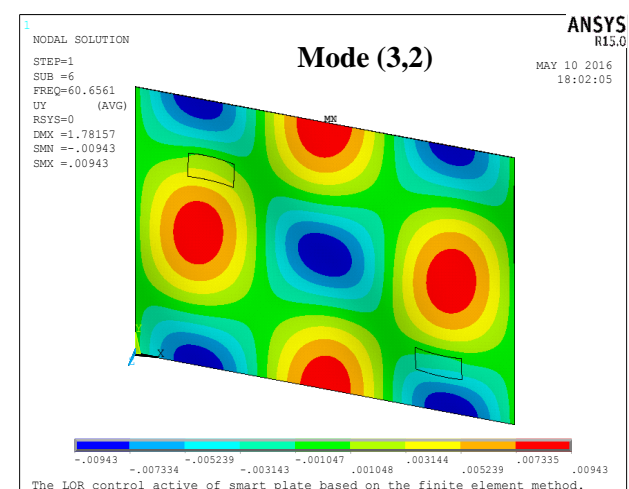
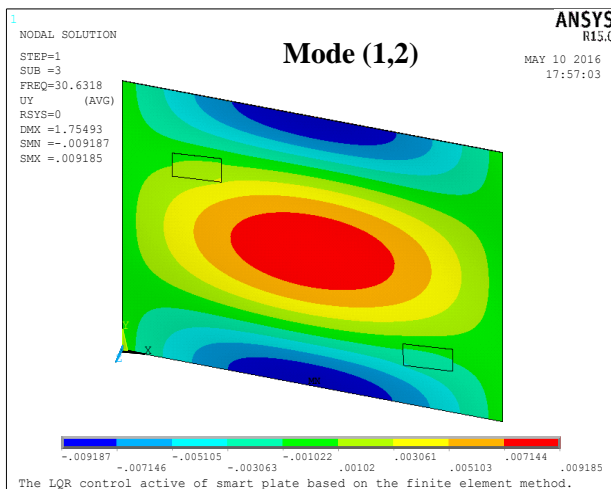
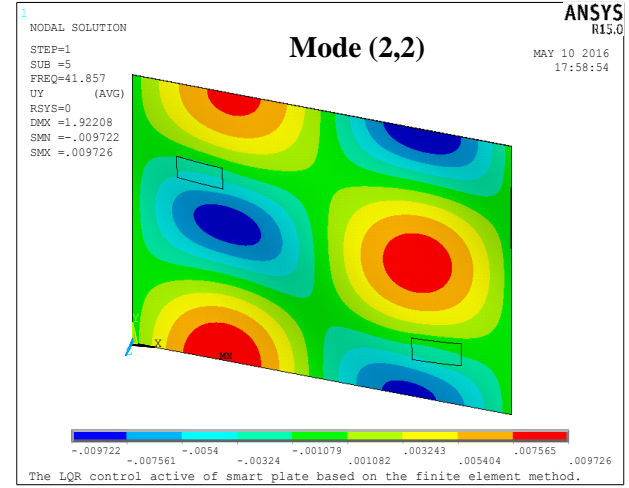
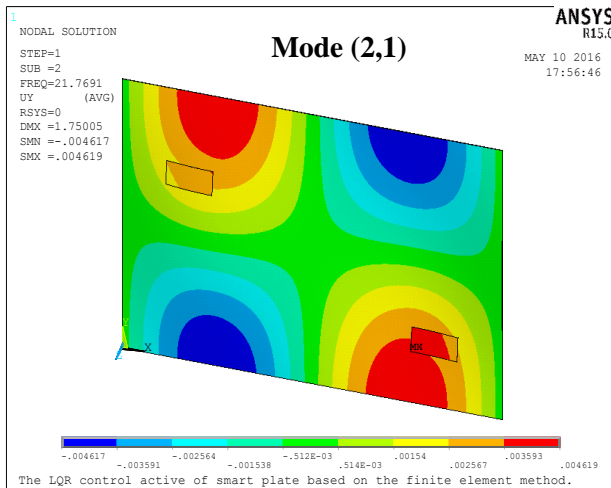
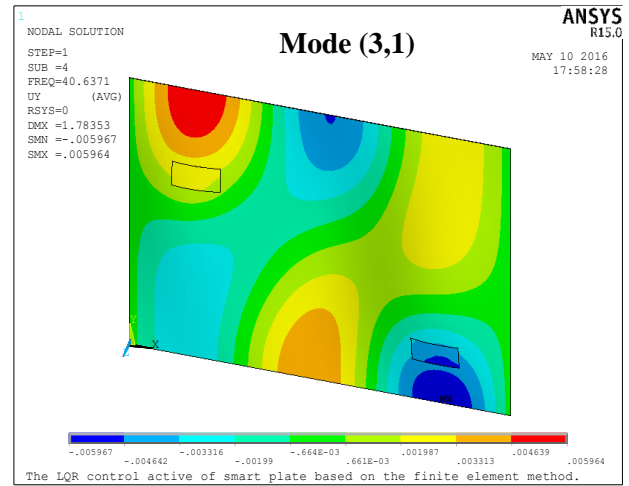
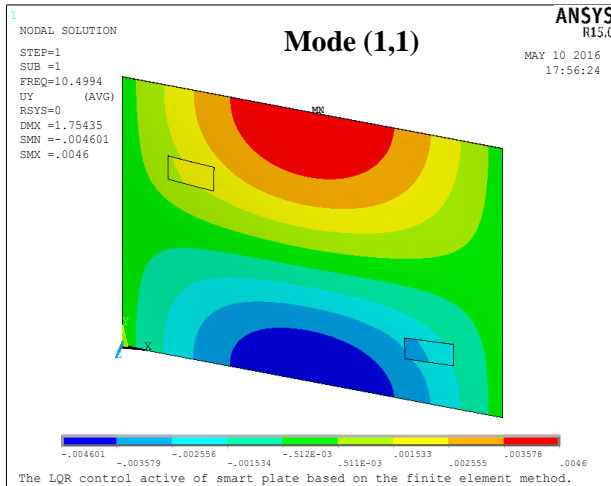
En supposant que l'équation d'état est contrôlable, elle consiste à utiliser une loi de contrôle :

$$\{\Phi\} = -[G]\{x\} \quad (\text{III.10})$$

G étant la matrice de gain de feedback d'état.

Pour concevoir un tel compensateur LQR, nous considérons d'abord la minimisation de la fonction de coût quadratique (Equation (I.6))

La sélection de Q et R est essentielle dans le processus de conception de contrôle.



Figures III.4 : Six premiers modes de vibration de la plaque équipée par deux actionneurs et deux capteurs.

Q et R sont les paramètres libres de conception et stipulent l'importance relative du résultat de contrôle et de l'effort de contrôle. Un grand Q impose des exigences plus élevées sur le résultat du contrôle, et un grand R limite davantage l'effort de contrôle (Malgaca 2010).

La solution optimale est la suivante :

$$[G] = [R]^T[B]^T[K] \quad (\text{III.12})$$

Où : [K] satisfait à l'équation de Riccati (Equation (I.11)).

L'intervalle du temps Δt pour l'analyse transitoire est pris comme $1/(20f_h)$, où f_h est la fréquence supérieure. Et considérons un champ de déplacement initial appliqué à la plaque égale à 1 mm.

Les résultats de modélisation ont été exportés vers le logiciel MATLAB afin de déterminer la fonction de coût et la représentation de l'espace d'état du système. Ce modèle a été obtenu par des commandes d'identification de système à partir du logiciel MATLAB en utilisant la réponse en fréquence de la plaque à patches piézoélectriques.

Dans cette étude, un régulateur linéaire quadratique optimal est considéré comme le contrôle des trois premiers modes de la plaque flexible. La réponse dynamique est calculée à l'aide des trois premiers modes. En conséquence, la taille de la matrice système [A] est 6x6 (Equation (III.6)). De plus, la taille de la matrice d'entrée [B] est 2x6, la matrice [B] dépend du nombre d'actionneurs (Equation (III.7)), deux dans notre cas.

Ici, le contrôle est démarré après un délai de 0,5 s afin de comparer les réponses contrôlées et non contrôlées. La figure III.5 montre la réponse de déplacement.

Le diagramme de Bode du système en boucle ouverte et en boucle fermée est représenté en dans la figure III.6, lorsque le contrôle est en boucle ouverte sont également présentés pour comparaison.

La figure III.5 présente la réponse transitoire au milieu de la plaque au point M (0.3, 0.2) , la figure III.6 montre la réponse en fonction de fréquences.

Comme on peut le voir, dans le cas d'une boucle fermée, le régulateur étouffe avec succès la vibration de la plaque. Les tensions de l'actionneur sont inférieures à la tension de claquage des matériaux piézoélectriques.

Les tensions des actionneurs 1 et 2 sont indiquées dans la figure III.7 et la figure III.8

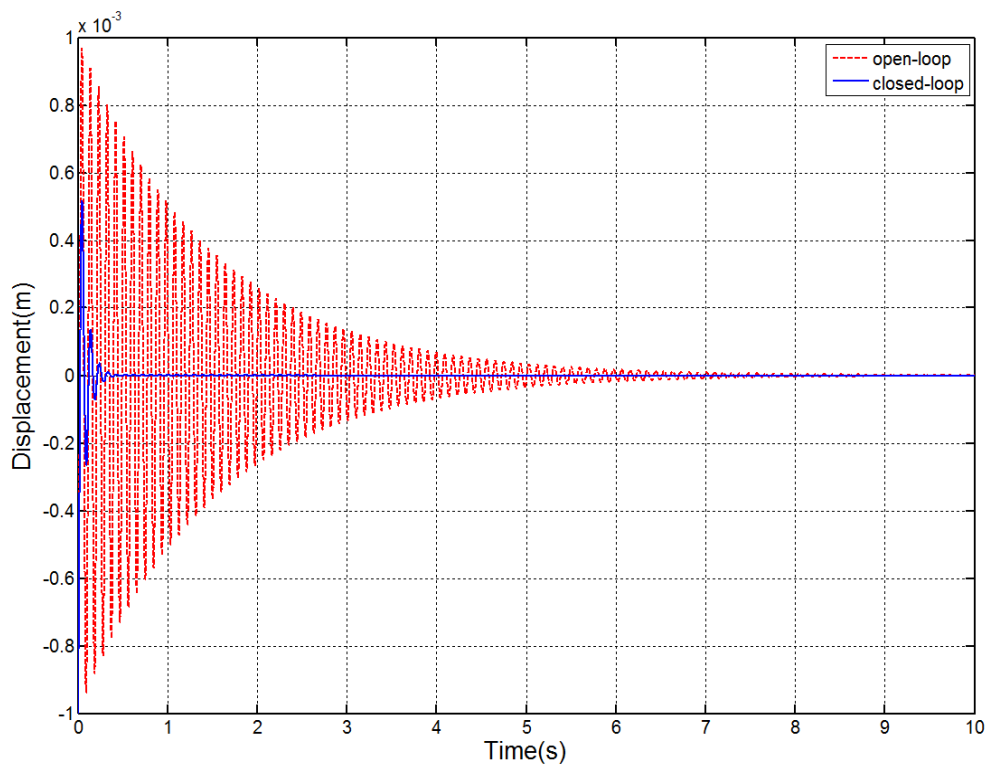


Figure III.5 : Réponse transitoire de la plaque en boucle-ouverte et fermée au point M (0.3, 0.2) (le milieu de la plaque).

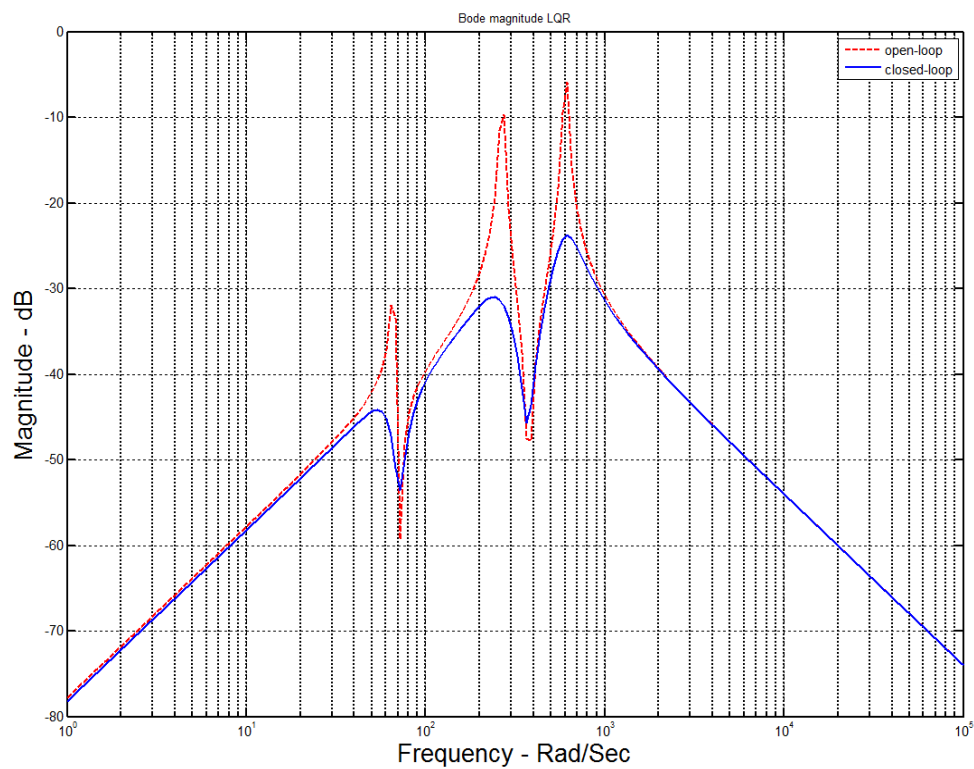


Figure III.6: Réponse en fréquences de la plaque en boucle-ouverte et fermée.

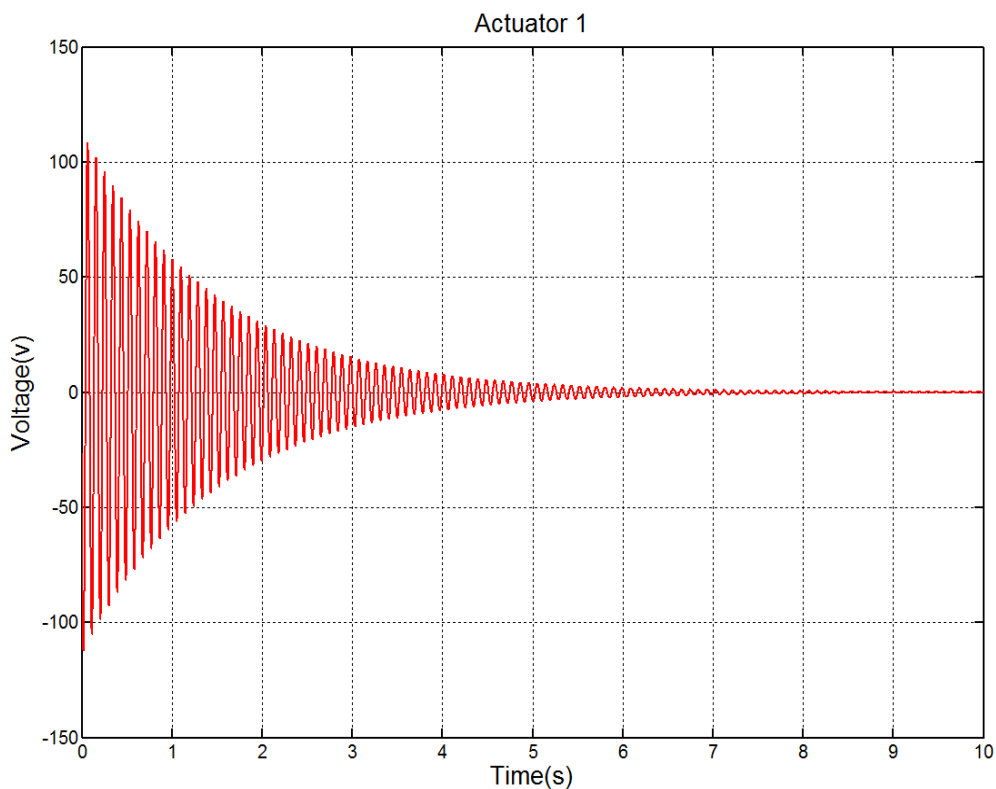


Figure III.7: Tension électrique au borne (surface extérieure et intérieur) d'actionneur1.

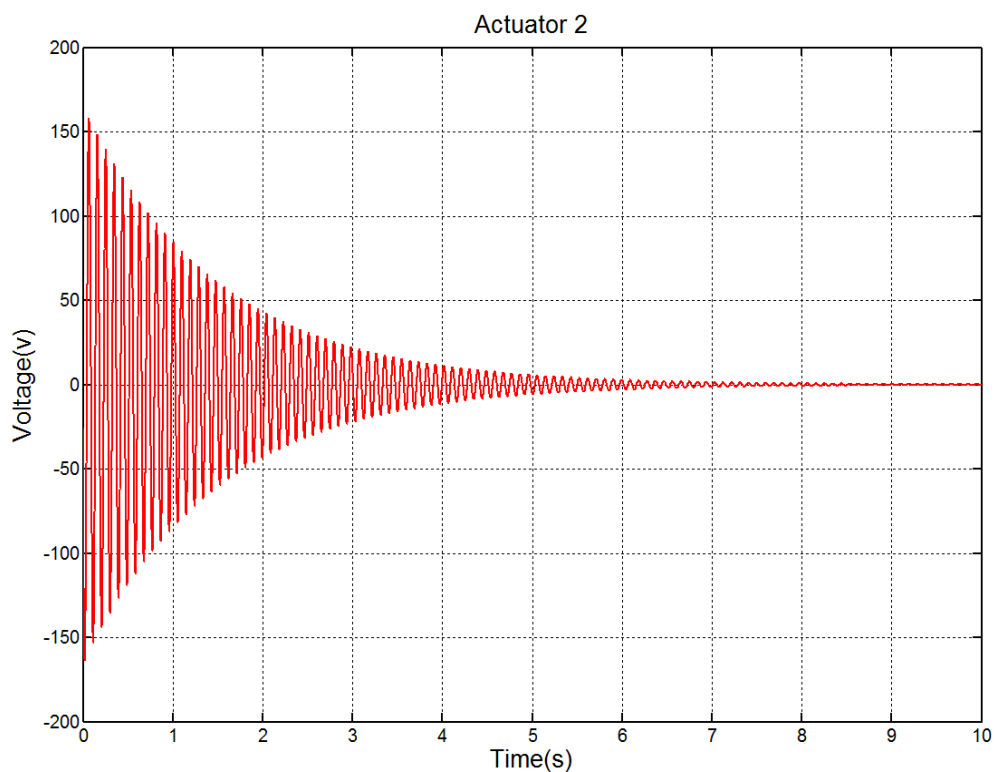


Figure III.8: Tension électrique au borne (surface extérieure et intérieur) d'actionneur2

III.3 Effets de dimensions des surfaces des patches piézoélectriques sur le contrôle actif

Dans cette application, nous considérons la plaque précédente avec différentes tailles des aires des patches piézoélectrique et d'épaisseur constante ($h_p=0.1$ mm).

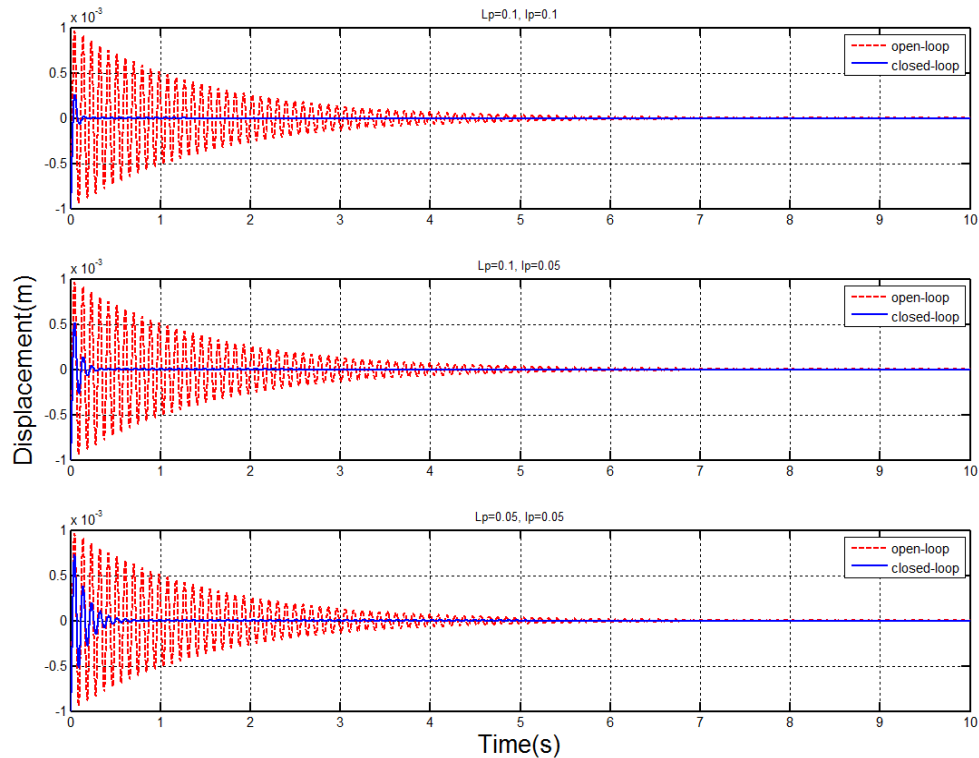


Figure III.9: Réponse transitoire de la plaque en boucle-ouverte et fermée pour les trois dimensions des patches piézoélectriques au point M (0.3, 0.2).

La valeur de b_{ij} est donnée en fonction de la dimension des patches III.9, et toute modification de la valeur de ces dimensions changera dans la valeur de b_{ij} . Et donc, nous aurons des valeurs différentes pour les tensions dans chacun et les actionneurs. L'efficacité du contrôle lié aux valeurs de b_{ij} .

Les déplacements de réponse de la plaque pour les trois valeurs de dimension des patches représentée dans la figure III.9 sont différents en fonction de la taille de la zone de patch.

Les tensions électriques au niveau des actionneurs sont présentées dans les deux figures (III.10) et (III.11) pour les trois cas des dimensions des patches.

La variation des valeurs des surfaces des patches est très importante pour obtenir un bon contrôle. Les cas étudiés dans cette application sont vérifiés cette approche.

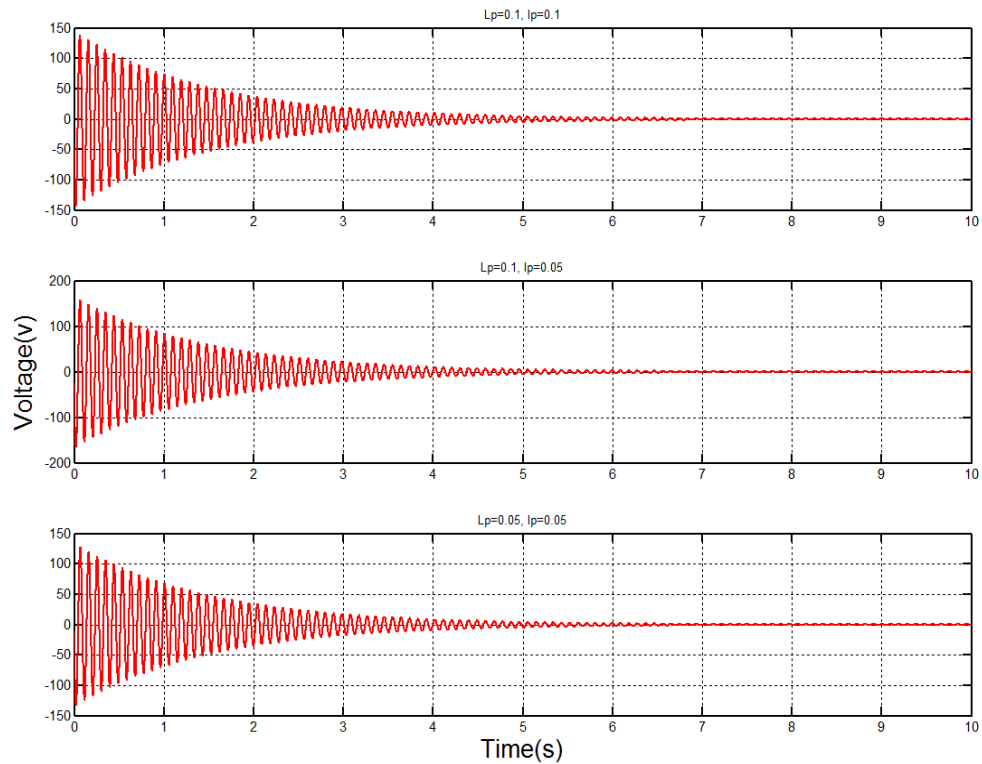


Figure III.10: Tension électrique au borne (surface extérieure et intérieure) d'actionneur1 pour les trois dimensions des patches piézoélectriques.

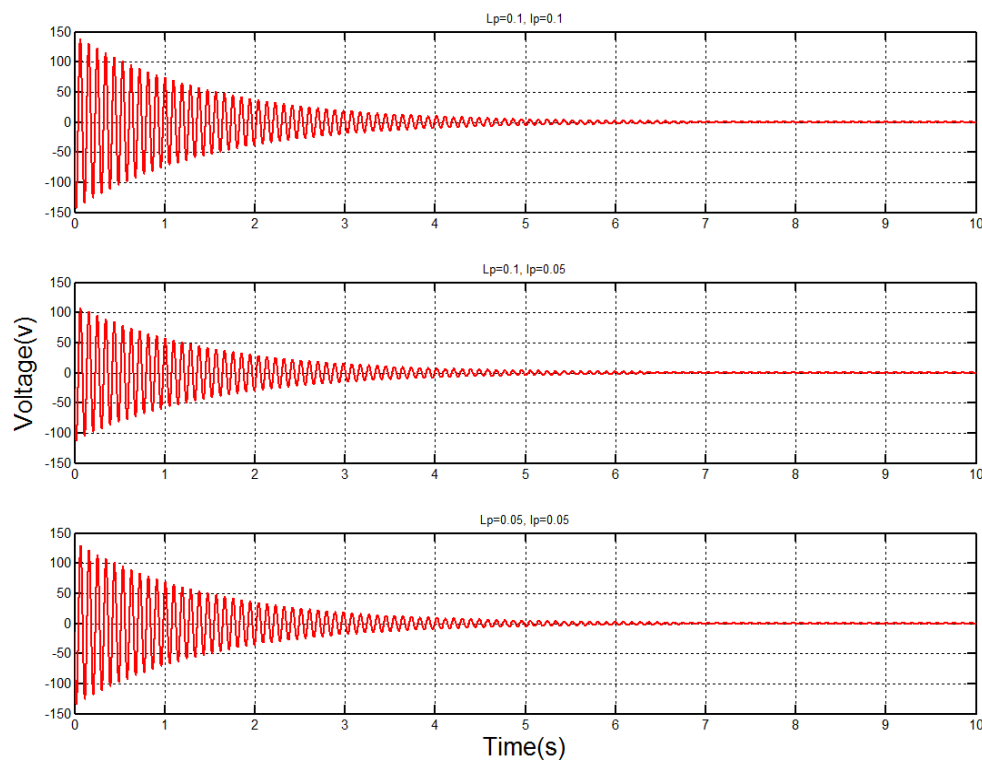


Figure III.11: Tension électrique au borne (surface extérieure et intérieure) d'actionneur pour les trois dimensions des patches piézoélectriques.

III.4 Effets de l'épaisseur des patches piézoélectriques sur le contrôle actif

Dans cette application, nous considérons la plaque précédente avec différentes dimensions des épaisseurs des patches piézoélectriques et les surfaces constantes ($L_p=100$, $l_p=50\text{mm}$).

Les grandeurs b_{ij} (Equation (III.8)) et c_{ij} (Equation (III.9)) sont en fonction des plusieurs variables, parmi ses variables la grandeur de l'épaisseur des patches piézoélectriques h_p . Les grandeurs b_{ij} et c_{ij} forment les matrices d'entrée et la matrice de sortie du système (B) et (C), respectivement. Donc le bon choix de différentes valeurs l'épaisseur des patches donne un bon contrôle.

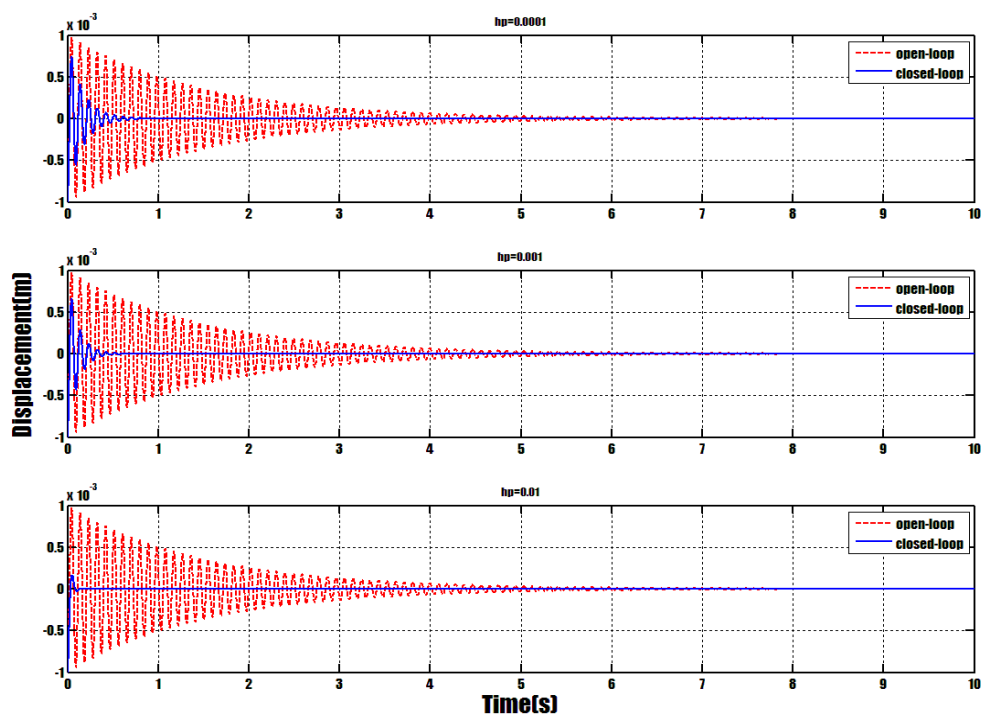


Figure III.12 : Trois réponses transitoires correspondantes au trois épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patches PZT respectivement au point M (0.3, 0.2).

La figure III.12 présente la réponse transitoire en pour les trois différentes épaisseurs des patches PZT correspondants aux dimensions suivants (0.0001, 0.001, et 0.01m) respectivement. La réponse en fréquences est montrée dans la figures III.13 correspondant aux trois épaisseurs et aussi la tension à la borne d'actionneur 1 et 2.

La figure III.14 présente Les réponses en fréquences des trois cas des épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patches PZT respectivement en état actif. Les figures III.15 et III.16 montre La tension électrique au borne (surface extérieure te intérieur) des actionneur 1 et 2 pour les trois épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patches PZT respectivement.

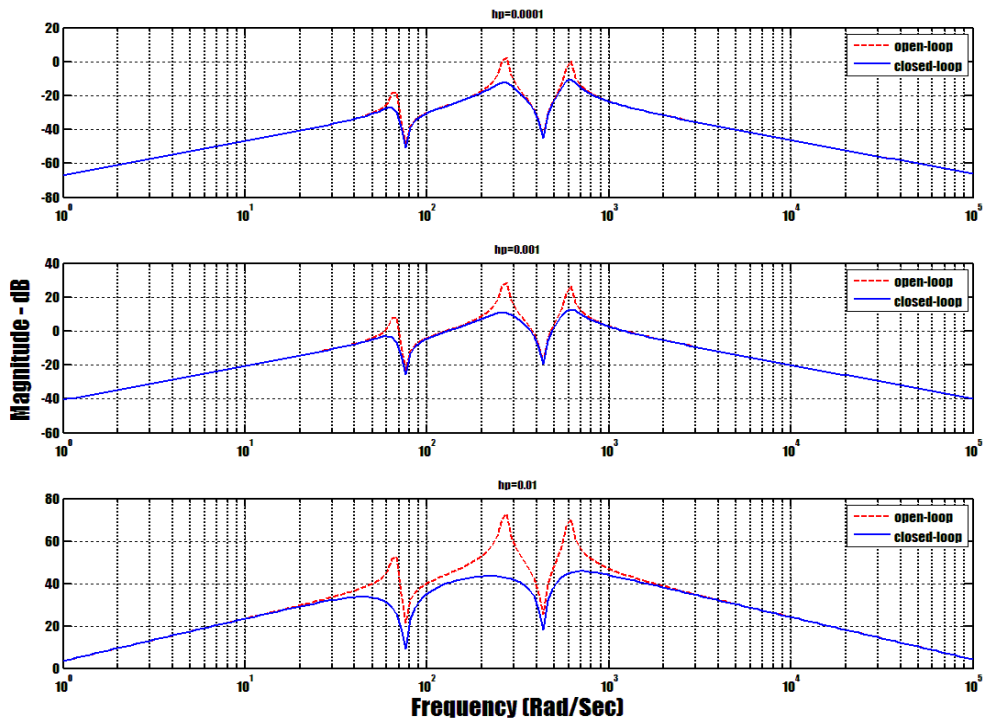


Figure III.13 : Réponse en fréquences des trois cas des épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patches PZT respectivement en état actif et passif.

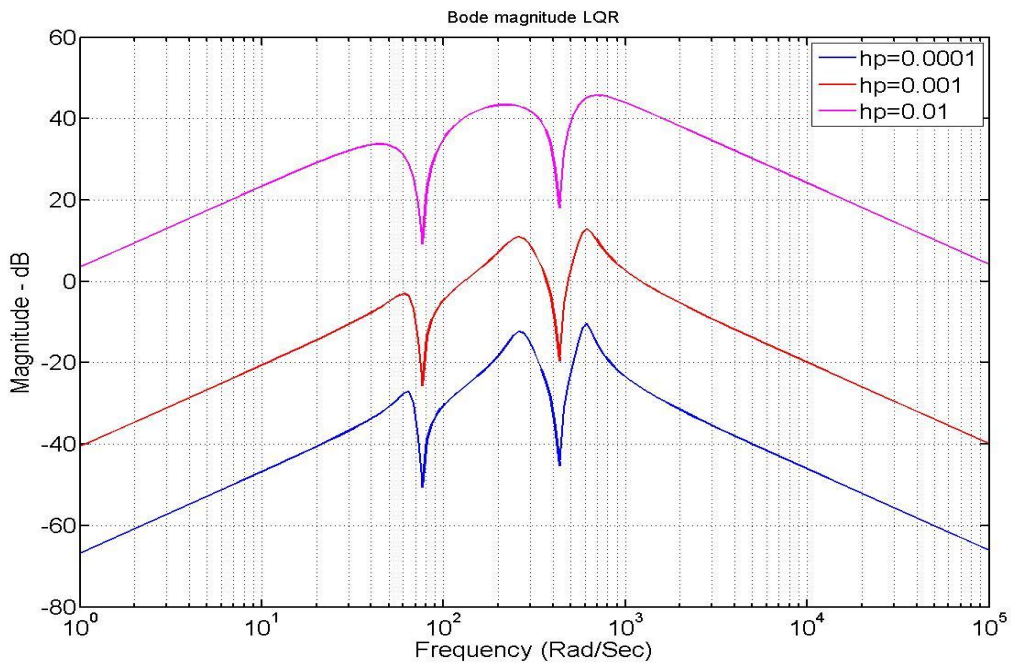


Figure III.14 : Réponses en fréquences des trois cas des épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patches PZT respectivement en état actif.

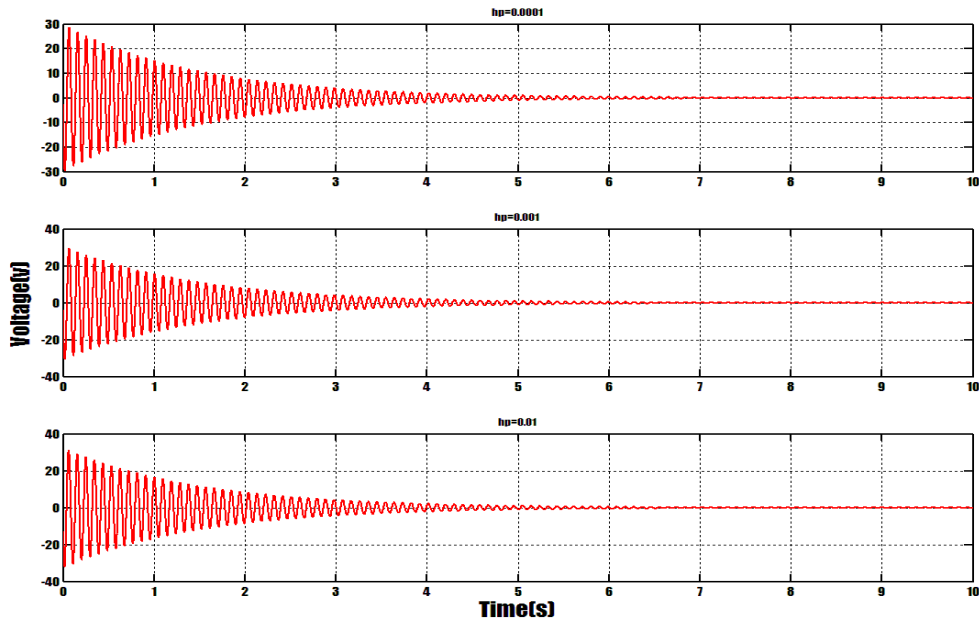


Figure III.15 : Tension électrique au borne (surface extérieure te intérieure) d'actionneur 1 pour les trois épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patches PZT respectivement

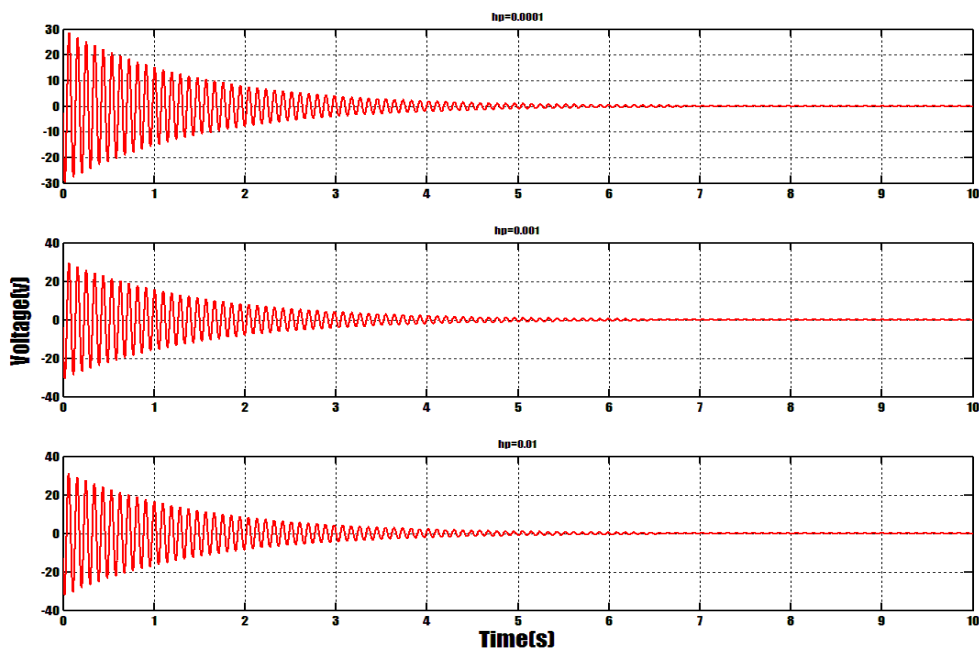


Figure III.16 : Tension électrique au borne (surface extérieure te intérieure) d'actionneur 2 pour les trois épaisseurs (0.0001, 0.001, et 0.01m) des patches PZT respectivement.

D'après les résultats obtenus, les patches piézoélectriques choisirent par apport leur épaisseur pour obtenir un bon contrôle.

Chapitre VI

Formulation dynamique d'une plaque composite équipée par patches pzt

IV.1 Loi de comportement d'une plaque composite

Considérons une plaque rectangulaire composite de plusieurs couches, équipée par des éléments piézoélectriques. Les déplacements d'un point matériel de la plaque et des coordonnées (x, y, z) s'écrivent comme suit (Bendine 2016) :

$$\begin{cases} U_1(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) + f(z)\theta_x(x, y, t) \\ U_2(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) + f(z)\theta_y(x, y, t) \\ U_3(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

U_1, U_2 , et U_3 : Sont les déplacements dans les directions x, y , et z .

$[u_0, v_0]$, et w_0 : Sont les déplacements du plan médian.

$[\theta_x, \theta_y]$: Sont les rotations des plans yz et xz dus à la flexion, respectivement.

$f(z)$: Est la fonction de forme déterminant la distribution les contraintes et les déformations transversales.

D'après (Reddy 1984, Reddy 2007) :

- Le champ de déplacement de la théorie classique des plaques (The classical theory of plates CPT) pour $f(z) = 0$
- La théorie du premier ordre (first-order shear deformation theory FSDT) pour $f(z) = z$
- Théorie des déformations du troisième ordre (the third-order shear deformation theory ou TSDT) pour $f(z) = z(1 - \frac{4z^2}{3h^2})$ où h est l'épaisseur de la plaque.

IV.2 Théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT)

La théorie la plus simple qui tient en compte du cisaillement transversal est la théorie de premier ordre [FSDT]. Elle est l'extension de la théorie de Reissner-Mindlin aux stratifiés. Dans cette théorie, on considère que la normale qui reste droite mais pas nécessairement perpendiculaire à la surface moyenne après déformation. La théorie suppose également la contrainte normale σ_{zz} estimé à zéro.

Le champ de déformation associé au champ de déplacement de l'équation 1 s'écrit avec les hypothèses de Von Karman :

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \varepsilon_{xy}\}^T = \varepsilon_0 + z\kappa \quad (\text{IV.2})$$

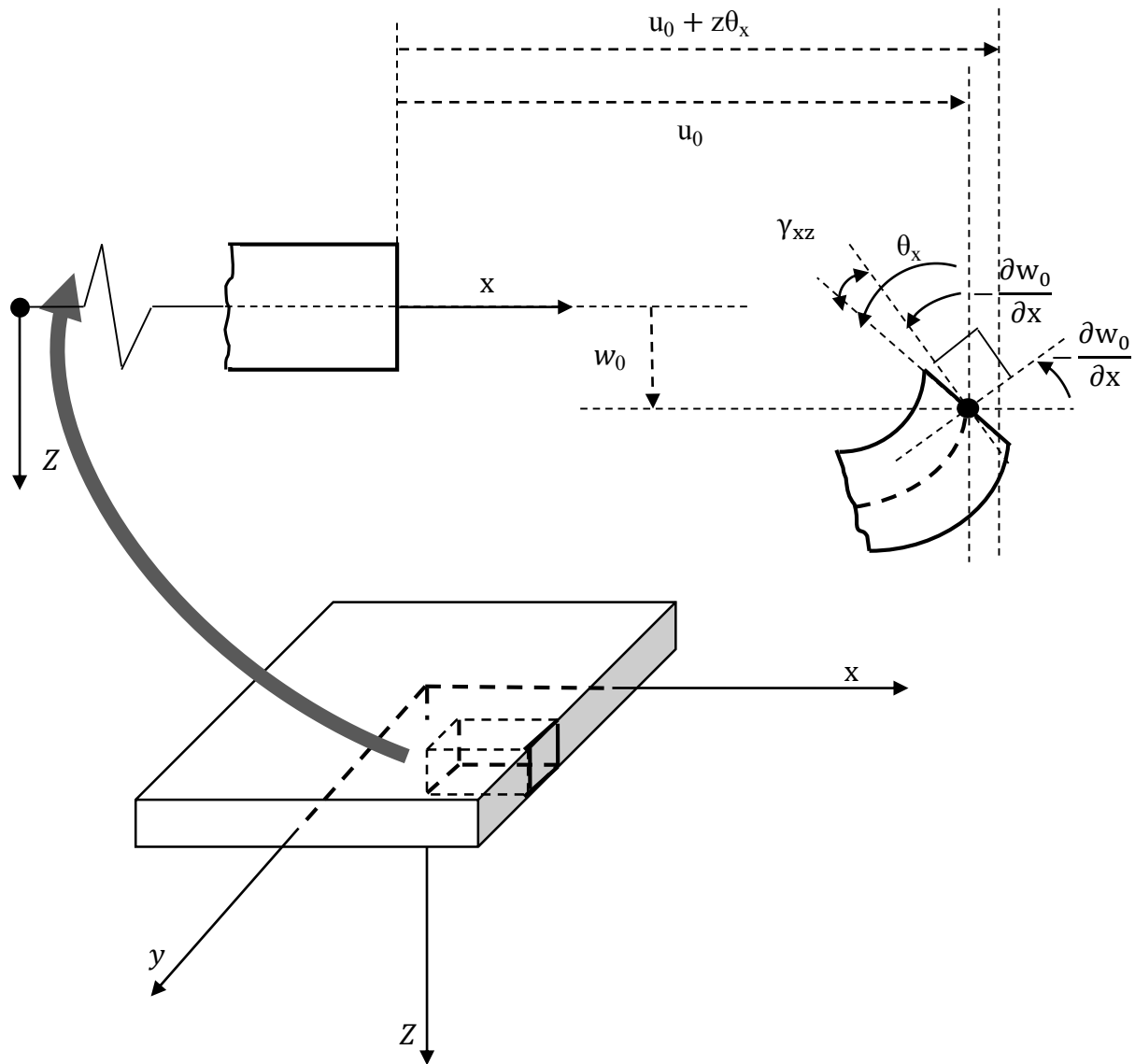


Figure IV.1 Géométries non déformées et déformées d'un bord d'une plaque sous les hypothèses de FDST (La théorie de premier ordre de la plaque).

Où :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{z0} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (IV.3)$$

Et

$$\begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (IV.4)$$

Les déformations de cisaillement transversales sont données par :

$$\gamma = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \theta_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \theta_x \end{bmatrix} \quad (\text{IV.5})$$

$$\{\varepsilon\} = [L]\{U\} \quad (\text{IV.6})$$

Où :

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 1 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.7})$$

La relation entre la contrainte et la déformation pour la couche $k^{\text{ième}}$ orthotrope avec l'orientation des fibres par rapport aux axes de référence est donnée par (Reddy 2004):

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_s \bar{Q}_{55} & k_s \bar{Q}_{54} \\ 0 & 0 & 0 & k_s \bar{Q}_{45} & k_s \bar{Q}_{44} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (\text{IV.8})$$

Où :

k_s : Est le facteur de correction de cisaillement

$\bar{Q}_{ij}^{(k)}$: Sont les constantes de matériau transformées de la couche $k^{\text{ième}}$ et sont exprimés par :

$$[\bar{Q}_{ij}] = [T]^T [Q_{ij}^{(k)}] [T] \quad (\text{IV.9})$$

Où :

$[T]$: Est une matrice de transformation donnée par :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos 2\varphi & (\sin \varphi)^2 & -\sin 2\varphi & 0 & 0 \\ (\sin \varphi)^2 & (\cos \varphi)^2 & \sin 2\varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi \cos \varphi & -\sin \varphi \cos \varphi & (\cos \varphi)^2 - (\sin \varphi)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (\text{IV.10})$$

$[Q_{ij}]$: Sont les rigidités de contraintes planes généralisées avec

$$\bar{Q}_{11}^{(k)} = \frac{E_1^{(k)}}{1 - \nu_{12}^{(k)} \nu_{21}^{(k)}} \quad (\text{IV.11})$$

$$\bar{Q}_{12}^{(k)} = \frac{\nu_{12}^{(k)} E_2^{(k)}}{1 - \nu_{12}^{(k)} \nu_{21}^{(k)}} \quad (\text{IV.12})$$

$$\bar{Q}_{22}^{(k)} = \frac{E_2^{(k)}}{1 - \nu_{12}^{(k)} \nu_{21}^{(k)}} \quad (\text{IV.13})$$

$$\bar{Q}_{66}^{(k)} = G_{12}^{(k)} \quad (\text{IV.14})$$

$$\bar{Q}_{55}^{(k)} = G_{13}^{(k)} \quad (\text{IV.15})$$

$$\bar{Q}_{44}^{(k)} = G_{23}^{(k)} \quad (\text{IV.16})$$

Avec :

E_1, E_2 : Sont les deux modules d'Young dans les directions x, ety.

G_{12}, G_{12} et G_{13} : Sont les modules de cisaillement

ν_{12}, ν_{21} : Sont les coefficients de Poisson.

En combinant les équations (IV.2) et (IV.5) avec l'équation (IV.7) et en intégrant par couches sur toute l'épaisseur, les équations des contraintes résultantes sont obtenues comme suit (Chandrashekhara 1993).

$$\{\bar{N}\} = [\bar{D}]\{\varepsilon\} - \{\bar{N}^E\} \quad (\text{IV.17})$$

$$\{\bar{N}\} = (N_x, N_y, Q_y, Q_x, N_{xy}, M_x, M_y, M_{xy})^T \quad (\text{IV.18})$$

$$(N_x, M_x) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x(1, z) dz \quad (\text{IV.19})$$

$$(N_y, M_y) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y(1, z) dz \quad (\text{IV.20})$$

$$(N_{xy}, M_{xy}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy}(1, z) dz \quad (\text{IV .21})$$

$$Q_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xz} dz \quad (\text{IV .22})$$

$$Q_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yz} dz \quad (\text{IV .23})$$

Où :

[N] : Le tenseur des résultantes en membrane.

[Q] : Le vecteur des résultantes en cisaillement.

[M] : Le tenseur des moments de flexion-torsion.

La matrice $[\bar{D}]$ est définie par :

$$[\bar{D}] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & 0 & 0 & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ 0 & 0 & A_{44} & A_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{54} & A_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & 0 & 0 & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & 0 & 0 & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 0 & 0 & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{IV .24})$$

Où :

$[\bar{D}]$: Est le tenseur des souplesses généralisées.

$[A_{ij}]$: Est la matrice des rigidités membranaires de plaque.

$[B_{ij}]$: Est la matrice des couplages membrane-flexion-torsion de plaque.

$[D_{ij}]$: Est la matrice des rigidités en flexion et torsion de plaque.

$[A_{ij}]$, $[B_{ij}]$ et $[D_{ij}]$ s'expriment en fonction du tenseur des rigidités réduites $[\bar{Q}_{ij}]$ de chaque couche, nous avons les relations suivantes :

$$A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} [\bar{Q}_{ij}](1, z, z^2) dz \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (\text{IV .25})$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} [\bar{Q}_{ij}] k_s dz \quad (i, j = 4, 5) \quad (\text{IV .26})$$

IV.3 Formulation de la piézoélectricité

$[e]$ et $[\epsilon]$ des équation (II et II) sont exprimé par :

$$[e] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV .27})$$

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (\text{IV .28})$$

Le vecteur de champ électrique est donné par :

$$\{E\} = -\text{grad } \varphi \quad (\text{IV .29})$$

Où :

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (\text{IV.30})$$

$$E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (\text{IV.31})$$

$$E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (\text{IV.32})$$

E_x , E_y et E_z : Sont respectivement les composantes du champ électrique dans les directions x , y , z

.

φ : Est le potentiel électrique.

En supposant que la distribution du champ de potentiel électrique varie linéairement et la tension est constante à travers l'épaisseur de l'élément piézoélectrique.

Le vecteur de champ électrique $\{E\}$ peut être exprimé sous la forme :

$$\{E\} = \frac{1}{h_p} [0 \ 0 \ -1]^T \{\Delta\varphi\} \quad (\text{IV .33})$$

Ainsi, en considérant que :

$$E_z = -\frac{V^+}{h_p} \quad (\text{IV .34})$$

La tension V^+ électrique aux bornes de l'élément piézoélectrique (figure IV.2) est donné par :

$$V^+ = \varphi(h + h_p) - \varphi(h) \quad (\text{IV .35})$$

Où :

h_p : Est l'épaisseur de l'élément piézoélectrique.

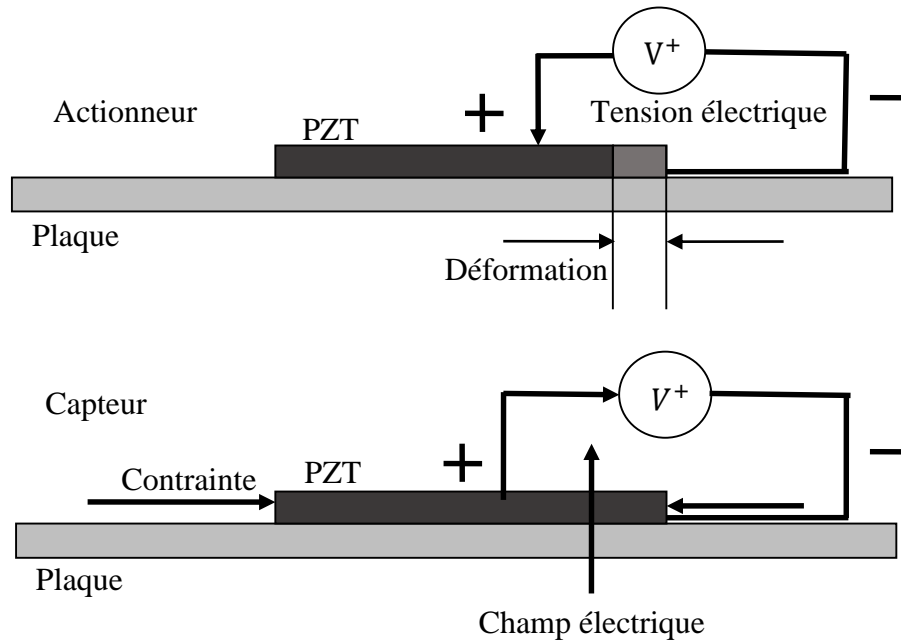


Figure IV.2 : Effet piézoélectrique en contrôle actif de vibrations (Bendine 216).

IV.4 Principe d'Hamilton

Le principe de Hamilton est basé sur la minimisation fonctionnelle appelée Lagrangien du système, définie comme la différence entre l'énergie cinétique T du système et son énergie potentielle ψ . Dans le cas des systèmes continus, cette dernière quantité est classiquement appelée énergie de déformation élastique.

Le principe d'Hamilton s'écrit entre deux instants t_1 et t_2 pour un système continu :

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - \psi + W) dt \tag{IV .36}$$

Pour les petits mouvements des systèmes élastiques, l'énergie cinétique s'exprime sous la forme suivante :

$$T = \int_v \frac{1}{2} \rho \{\dot{U}\}^T \{\dot{U}\} dv \tag{IV .37}$$

En faisant intervenir l'ensemble des contributions présentes dans le volume piézoélectrique, énergie potentielle peut écrire come suite :

$$\psi = \int_v \frac{1}{2} (\{\epsilon\}^T \{\sigma\} - \{E\}^T \{D\}) dv \tag{IV .38}$$

Le travail fait par une force P_s se définit de la façon suivante :

$$W = \int_s \{\delta U\}^T \{P_s\} ds \tag{IV .39}$$

Partant des expressions présentées en équations (IV.24 à IV.26), le principe d'Hamilton (équation IV. 23) devient :

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\int_V \delta \left(\frac{1}{2} \rho \{\dot{U}\}^T \{\dot{U}\} - \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} - \{E\}^T \{D\} \right) dv + \int_s \{\delta U\}^T \{P_s\} ds_1 - \int_s \{\delta \emptyset\}^T \mu ds_2 \right] dt = 0 \quad (IV .40)$$

Tenant compte d'équation (IV.16) et l'équation (IV.18) exprimant le couplage entre les grandeurs électriques et mécaniques le principe de Hamilton devient :

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\int_V \left(\frac{1}{2} \rho \{\delta \dot{U}\}^T \{\dot{U}\} - \{\delta \varepsilon\}^T [\bar{D}] \{\varepsilon\} + \{\delta \varepsilon\}^T [e] \{E\} + \{\delta E\}^T [e]^T \{\varepsilon\} + \{\delta E\}^T [\epsilon] \{E\} \right) dv + \int_s \{\delta U\}^T \{P_s\} ds_1 - \int_s \{\delta \emptyset\}^T \mu ds_2 \right] dt = 0 \quad (IV .41)$$

Étant donné que toutes les variations doivent disparaître à $t = t_1$ et $t = t_2$, en substituant l'équation variationnelle prend la forme :

$$\int_V \left(\frac{1}{2} \rho \{\delta \dot{U}\}^T \{\dot{U}\} + \{\delta \varepsilon\}^T [\bar{D}] \{\varepsilon\} - \{\delta \varepsilon\}^T [e] \{E\} - \{\delta E\}^T [e]^T \{\varepsilon\} - \{\delta E\}^T [\epsilon] \{E\} \right) dv - \int_s \{\delta U\}^T \{P_s\} ds_1 + \int_s \{\delta \emptyset\}^T \mu ds_2 \quad (IV .42)$$

IV.5 Formulation éléments finis

L'objectif est de définir les degrés de liberté u_{0i} v_{0i} w_{0i} θ_{xi} θ_{yi} dans la plaque en termes de déplacements et rotations nodaux en utilisant un élément quadratique isoparamétrique à quatre nœuds. Chaque nœud de l'élément présente cinq degrés de liberté. L'approximation nodale pour les déplacements U_i d'un point quelconque d'un élément a pour expression :

$$U_i = \sum_i^4 N_i d_i \quad (IV .43)$$

d_i : Est le vecteur déplacement à chaque nœud qui s'écrit :

$$d_i = [u_{0i} v_{0i} w_{0i} \theta_{xi} \theta_{yi}]^T \quad (IV .44)$$

Où :

ξ_i et η_i sont les coordonnées local telque $\xi_i = -1, 1, 1, -1$ et $\eta_i = -1, -1, 1, 1$ pour $i = 1, \dots, 4$.

L'approximation bilinéaire est déduite de la base polynomiale $(1, \xi, \eta, \xi\eta)$ sur $(\xi, \eta) \in [-1, 1]$.

L'élément de référence est un carré à quatre nœuds de type « Q4 ».

Les fonctions d'interpolation sont :

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi_i)(1 + \eta_i) \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{IV.45})$$

$$N_1 = \frac{1}{4} (1 - \xi_i)(1 - \eta_i) \quad (\text{IV.46})$$

$$N_2 = \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 - \eta) \quad (\text{IV.47})$$

$$N_3 = \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 + \eta) \quad (\text{IV.48})$$

$$N_4 = \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 + \eta) \quad (\text{IV.49})$$

Les translations sont données par :

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} u_{0i} \\ v_{0i} \\ w_{0i} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.50})$$

Les rotations sont définies par :

$$\begin{Bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.51})$$

Les coordonnées sont interpolées comme :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.52})$$

Les dérivés sont donnés par :

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{1}{4} (1 + \eta_i \eta) \xi_i \quad (\text{IV.53})$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{1}{4} (1 + \xi_i \xi) \eta_i \quad (\text{IV.54})$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial \xi} \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.55})$$

Après substitution l'équation (IV.30) dans l'équation (IV.2), le vecteur déformation généralisé $\{\varepsilon\}$ en tout point au sein de l'élément est obtenu par :

$$\{\varepsilon\} = \sum_{i=1}^4 (B_{mi}d_i + zB_{bi}d_i) \quad (IV.56)$$

$$\{\gamma\} = \sum_{i=1}^4 (B_{shi}d_i) \quad (IV.57)$$

Avec $[B_{mi}]$, $[B_{bi}]$ et $[B_{shi}]$ opérateurs de différentiation spatiales, définies en coordonnées cartésiennes par :

$$[B_{mi}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (IV.58)$$

$$[B_{bi}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} & -\frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (IV.59)$$

$$[B_{shi}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & -N_i & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & -N_i \end{bmatrix} \quad (IV.60)$$

Les opérateurs de différentiation spatiale peuvent s'écrire :

$$[B_b] = [B_{b1} B_{b2} B_{b3} B_{b4}] \quad (IV.61)$$

$$[B_m] = [B_{m1} B_{m2} B_{m3} B_{m4}] \quad (IV.62)$$

$$[B_{sh}] = [B_{sh1} B_{sh2} B_{sh3} B_{sh4}] \quad (IV.63)$$

$$\{d\} = \{d_1 d_2 d_3 d_4\}, \{d_i\} = \{u_{0i} v_{0i} w_{0i} \theta_{xi} \theta_{yi}\}^T \quad (IV.64)$$

Une matrice appelée matrice Jacobienne J donne une solution d'opérateur différentiel en utilisant la règle de la chaîne appliquée à la différentiation partielle.

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (IV.65)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (IV.66)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.67})$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.68})$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.69})$$

En utilisant la relation contrainte-déformation, dans l'équation (IV.16)

$$[\sigma] = [Q][B]\{d_i\} \quad (\text{IV.70})$$

La substitution des équations (IV.30) (IV.44) et (IV.45) dans l'équation d'Hamilton (IV.28) donne :

$$\begin{aligned} \int_v (\{\delta d_i\}^T \rho [N]^T [N] \{d_i\} + \{\delta d_i\}^T [B]^T [\bar{D}] [B] \{d_i\} - \{\delta \varepsilon\}^T [e] \{\varepsilon\} - \{\delta E\}^T [e]^T \{\varepsilon\} \\ - \{\delta E\}^T [e]^T \{E\}) dv - \int_s \{\delta d_i\}^T [N]^T \{P_s\} ds + \int_s \delta \varphi \mu ds = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.71})$$

Où

$$[B] = [B_{mi} B_{bi} B_{shi}]^T \quad (\text{IV.72})$$

Soit après réorganisation matricielle, l'expression finale des équations matricielles du mouvement se définit comme suit :

$$\begin{cases} [M]\{\ddot{U}\}^e + [K]\{U\} + \{K_{me}\}\{\varphi\}_a + [K_{me}]\{\varphi^e\}_s = \{F_m\} \\ [K_{me}]_A^T \{u\} - [K_e]_a \{\varphi\}_a = -[K_e]_a \{\varphi\}_{aa} \\ [K_{me}]_s^T \{u\} - [K_e]_s \{\varphi\}_s = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.73})$$

Après avoir ajouté la matrice d'amortissement structural à l'équation (IV.60), les équations du mouvement prendront la forme :

$$\begin{cases} [M]\{\ddot{U}\}^e + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} + \{K_{me}\}\{\varphi\}_a + \{K_{me}\}\{\varphi^e\}_s = \{F_m\} \\ [K_{me}]_A^T \{u\} - [K_e]_a \{\varphi\}_a = -[K_e]_a \{\varphi\}_{aa} \\ [K_{me}]_S^T \{u\} - [K_e]_s \{\varphi\}_s = 0 \end{cases} \quad (IV.74)$$

Où $[M]$, $[C]$, $[K]$ représentent respectivement la matrice masse, la matrice d'amortissement et la matrice rigidité de la structures (plaque + patchs piézoélectriques).

$[K_{me}]_A^T$, $[K_e]_a$ sont les matrices de couplage électrique-mécanique et de rigidité électrique correspondant aux actionneurs.

$[K_{me}]_S^T$, $[K_e]_s$ sont les matrices de couplage électrique-mécanique et de rigidité électrique correspondant aux capteurs.

$\{F_m\}$ Le vecteur des forces généralisées extérieures.

La formulation en éléments finis des matrices données en équation (IV.61), nous ramène à des expressions bidimensionnelles. Leur intégration explicite n'est facile que pour les éléments les plus simples. Il est donc préférable d'utiliser une méthode d'intégration numérique.

IV.6 Intégration numérique

Les éléments de l'équation du mouvement (IV.61), peuvent être intégrés numériquement.

Les formes finales des matrices d'équation (IV.61) sont comme suivies :

- **Matrice de masse**

$$[M_e] = \int_v [N]^T [\bar{m}] [N] dv = [M_{ep}, M_{ap}, M_{sp}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N]^T [\bar{m}] [N] |J| d\xi d\eta \quad (IV.75)$$

Où :

$$[\bar{m}] = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & I_2 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 & I_2 \\ 0 & 0 & I_1 & 0 & 0 \\ I_2 & 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} dz, \quad (I_1, I_2, I_3) = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k+1}}^{z_k} \rho(1, z, z^2) dz \quad (IV.76)$$

- **Matrice de rigidité**

$$[K] = \int_v [B]^T [\bar{D}] [B] dv = [K_{ep}, K_{ap}, K_{sp}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] |J| d\xi d\eta$$

$$= \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} [B]^T ([\bar{D}_p, \bar{D}_{ap}, \bar{D}_{sp}]) [B] |J| d\xi d\eta \quad (\text{IV.77})$$

- **Matrice d'amortissement**

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (\text{IV.78})$$

- **Matrice de rigidité électrique**

$$\begin{aligned} [K_{me}] &= \int_A [B]^T [e] [B_\varphi] dA = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [e] [B_\varphi] |J| d\xi d\eta \\ &= \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} [B]^T [e] [B_\varphi] |J| d\xi d\eta \end{aligned} \quad (\text{IV.79})$$

- **Matrice de couplage électromécanique**

$$\begin{aligned} [K_{ea}, K_{es}] &= \int_A [B_\varphi]^T [\epsilon_{a,s}] [B_\varphi] dA = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [e_{a,s}] [B_\varphi] |J| d\xi d\eta \\ &= \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} [B]^T [e] [B_\varphi] |J| d\xi d\eta \end{aligned} \quad (\text{IV.80})$$

- **Force mécanique**

$$[F_m] = \int_A [N]^T [d] dA = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N]^T [d] |J| d\xi d\eta \quad (\text{IV.81})$$

$$= \sum_{i=1}^{n_g} \sum_{j=1}^{n_g} [N]^T [d] |J| d\xi d\eta \quad (\text{IV.82})$$

IV.7 Système des équations d'état

Afin d'appliquer le modèle précédent à la conception d'un système de contrôle actif optimal, ses équations de mouvement (équation IV.61) doivent être réécrites sous la forme d'équations d'état.

L'approximation de la solution du problème (équation IV.61) consiste à introduire un sous-espace de dimension finie qui est formé par les N premiers modes propres. La projection du déplacement sur cette base modale permet de déterminer une estimation modale de déplacement sur les N premiers modes propres sous la forme suivante :

$$\{U\} = \sum_k^{N_{\text{mode}}} \{\Omega_k\} \{x(t)\} \quad (\text{IV.83})$$

$$([K] - \omega_n[M])\{U\} = 0 \quad (\text{IV.84})$$

Où :

$\{\Omega_k\}$: Est le kième mode propre de la plaque

$\{x(t)\}$: La composante de la projection du vecteur déplacement sur $\{\Omega_k\}$, souvent appelé la contribution modale du mode k.

Après le remplacement du déplacement par son estimation équation (IV.69) dans la formulation (IV.61), on obtient les équations suivantes :

$$\begin{cases} [M][\Omega]\{\ddot{x}(t)\} + [C][\Omega]\{\dot{x}(t)\} + [K][\Omega]\{x(t)\} + \{K_{me}\}\{\varphi\}_a + \{K_{me}\}\{\varphi^e\}_s = \{F_m\} \\ \{K_{me}\}_A^T [\Omega]\{x(t)\} - [K_e]_a \{\varphi\}_a = -[K_e]_a \{\varphi\}_{aa} \text{ 'Actionneur'} \end{cases} \quad (\text{IV.85})$$

En faisant varier la fonction test N fois, en la remplaçant à chaque fois par k, et en utilisant les propriétés d'orthogonalité des modes propres équation (IV.72) :

$$[\Omega]^T [M] [\Omega] = \text{diag}(\mu_k) \quad (\text{IV.86})$$

$$[\Omega]^T [K] [\Omega] = \text{diag}(\mu_k \omega_k^2) \quad (\text{IV.87})$$

Complétons par l'identité $\{\dot{x}(t)\} = \{\dot{x}(t)\}$ et introduisons le vecteur d'état qui contient les inconnues du système différentiel, défini par : $X = \{\dot{x}(t), x(t)\}^T$ pour $k = 1, \dots, N$. Nous pouvons récrire l'équation (IV.71) :

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\text{diag}(\omega_k^2) & -2\xi_k \omega_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \mu \Omega^T K_{me}^{(i)} \end{bmatrix} \{\varphi^{(ac)}\} \quad (\text{IV.88})$$

Où la matrice d'état de dimension. :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\text{diag}(\omega_k^2) & -2\xi_k \omega_k \end{bmatrix} \quad (\text{IV.89})$$

Et la matrice d'entrée avec ac est le nombre d'actionneurs.

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu\Omega^T K_{me}^{(ac)} \end{bmatrix} \quad (IV.90)$$

Pour décrire le système du point de vue de sa sortie, on lui ajoute souvent une seconde équation appelée équation de sortie ou d'observation :

$$\begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{v} \end{Bmatrix} = [K_{me}^{(i)T} \Omega \quad 0] \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + [D] \{\varphi^{(ac)}\} \quad (IV.91)$$

L'observation est mesurée le plus souvent à travers des capteurs placés sur la plaque. $Y(t)$ est le vecteur de sortie contenant les signaux observés, aux points de mesure des capteurs.

$$C = [K_{me}^{(i)T} \Omega \quad 0] \quad (IV.92)$$

Est la matrice d'observation.

Le contrôleur LQR est présenté dans la section (I.4.6) par code MATLAB avec la même commande en fonction des matrices A, B et C du système d'état.

Chapitre V

Modélisation du contrôle actif d'une plaque composite

V.1 Modélisation de la plaque intelligente par le code EF ANSYS apdl

Dans cette partie, pour vérifier le contrôle actif par la modélisation par ANSYS apdl et MATLAB de l'exemple étudié dans l'article (Liu1999), nous considérons le problème du contrôle de vibration d'une plaque composite équipée par quatre actionneurs piézoélectriques. L'épaisseur de la colle est négligée et sa rigidité est considérée comme étant infinie. Donc, nous assumons qu'il n'y a aucune perte énergétique dans l'interface plaque et piézoélectriques. Les caractéristiques géométriques de la plaque composite $[-30,30,-30,30]$ ainsi que celles des céramiques piézoélectriques sont présentées dans la figure V.1, la plaque est en appuis simple sur les quatre arêtes.

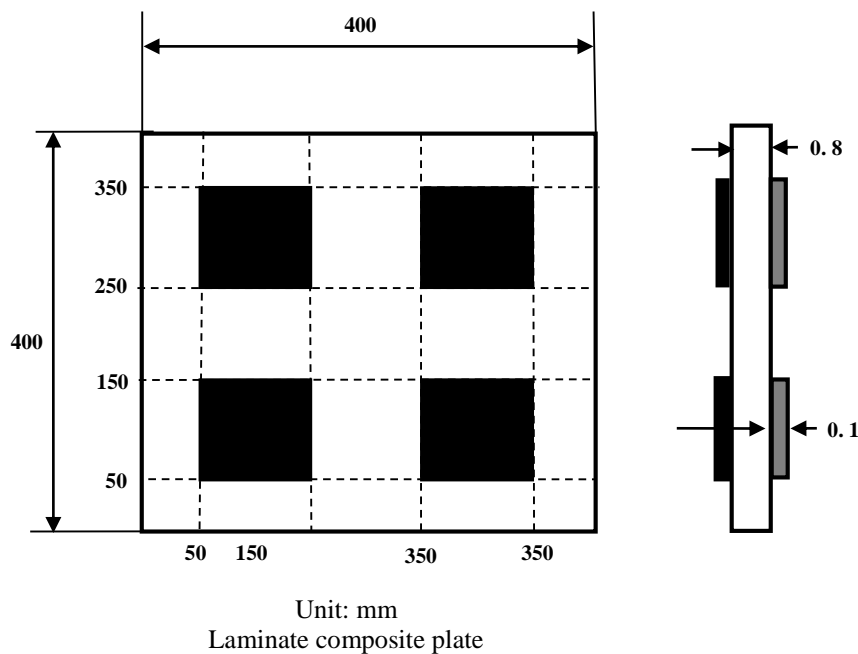


Figure V.1 : Géométrie de la plaque intelligente et localisations des patches (Liu1999).

Les propriétés des matériaux de la plaque intelligente [plaque composite (Graphite/Epoxy) et patches piézoélectriques PZT G-1195] sont présentées dans le tableau V.1

La plaque composite intelligente par ANSYS apdl est simulée de la même manière avec la plaque isotrope intelligente développée dans le chapitre III (voir III.1.2), les mêmes étapes de l'insertion de la géométrie, le maillage et le couplage électromécanique.

L'élément type choisi pour modéliser la plaque composite multicouches orthotropes unidirectionnelles est l'élément homogène solide 3D « SOLID186 » avec 20 nœuds (I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, A, B) (Annexe A.2), et possède 3 degrés de libertés (X, Y, Z) dans chaque nœud (Figure V.2).

propriétés	Graphite/epoxy	PZT G-1195
Poisson's ratio	0.31	0.3
Density ρ (kg/m ³)	1550	7600
Elastic stiffness matrix (GPa)		
E11	119	132.38
E22	8.67	10.76
E33	8.67	10.76
G12	5.18	3.61
G13	3.29	5.61
G23	3.29	5.61
Piezoelectric constant (C/m ²)		
e31		12.5
e33		12.5
e15		12.5
Dielectric constant (F/m)	-	
g11		1.53×10^{-8}
g22		1.53×10^{-8}
g33		1.53×10^{-8}

Tableau V.1: Propriétés des matériaux de la plaque intelligente

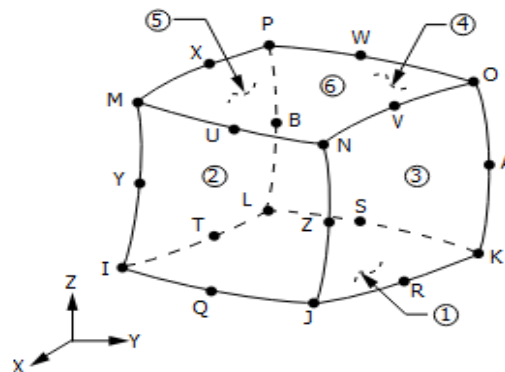


Figure V.2 : Elément type multicouches solide SOLID186 (Ansys Inc 2018).

Les couches orthotropes et l'orientation de la plaque composite $[-30,30,-30,30]$ (Figure V.3) est définie dans l'ANSYS apdl par les commandes suivantes :

```
sectype,1,shell
secdata,Hp,1,-30
secdata,Hp,1,30
secdata,Hp,1,-30
secdata,Hp,1,30
tref,0
```

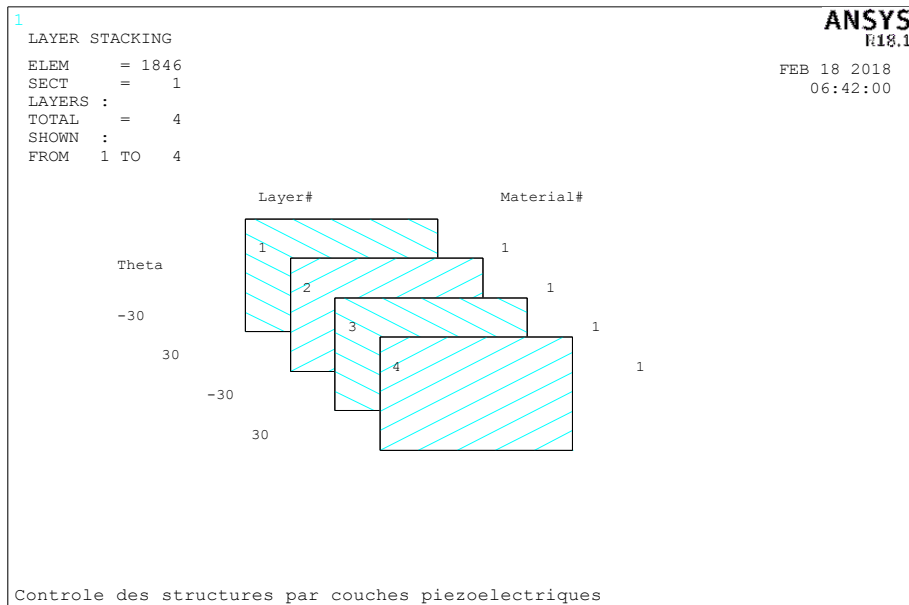


Figure V.3 : Stratification de la plaque composite [-30,30,-30,30].

L'insertion des propriétés des matériaux (Tableau 2.V) par les commandes suivantes :

- Matériaux piézoélectriques (PZT G-1195)

```

MP,DENS,2,7600           !DEFINE A LINEAR METERIAL PROPERTIES
MP,PERX,2,1.53e-8       ! PIEZOELECTRIC PERMITTIVITY
MP,PERY,2,1.53e-8
MP,PERZ,2,1.53e-8       ! PERMITTIVITY (Z DIRECTION)...F/m
TB,PIEZ,1
TBDATA,3,12.5           ! e31 PIEZOELECTRIC CONSTANT
TBDATA,6,0              ! e32 PIEZOELECTRIC CONSTANT
TBDATA,9,12.5          ! e33 PIEZOELECTRIC CONSTANT
TBDATA,14,12.5         ! e15 PIEZOELECTRIC CONSTANT
TBDATA,16,0            ! e16 PIEZOELECTRIC CONSTANT
TB,ANEL,2              ! DEFINE STRUCTURAL TABLE/ UPPER MATRIX TRIANGLE
TBDATA,1,1.23e11,7.67e10,7.025e10 !C11, C12, C13 FIRST ROW
TBDATA,7,1.23e11,7.025e10      !C11=C22, C13, SECOND ROW
TBDATA,12,9.711e10            !C33      THIRD ROW
TBDATA,16,2.26e10            !C44      FOURTH ROW
TBDATA,19,2.226e10          !C55      FIFTH ROW
TBDATA,21,2.315e10

```

- La plaque composite [-30,30,-30,30] (Garphite/Epoxy)

```

MP,ex,1,119e9
MP,ey,1,8.67e9
MP,ez,1,8.67e9
MP,gxy,1,5.18e9

```

```

MP, gxz, 1, 3.29e9
MP, gyz, 1, 3.29e9
MP, prxy, 1, 0.31
MP, prxz, 1, 0.31
MP, pryz, 1, 0.31
MP, dens, 1, 1550

```

La plaque et les patches sont maillées spécialement avec une taille de 10^{-3} m pour chaque élément fini (Figure 4.V).

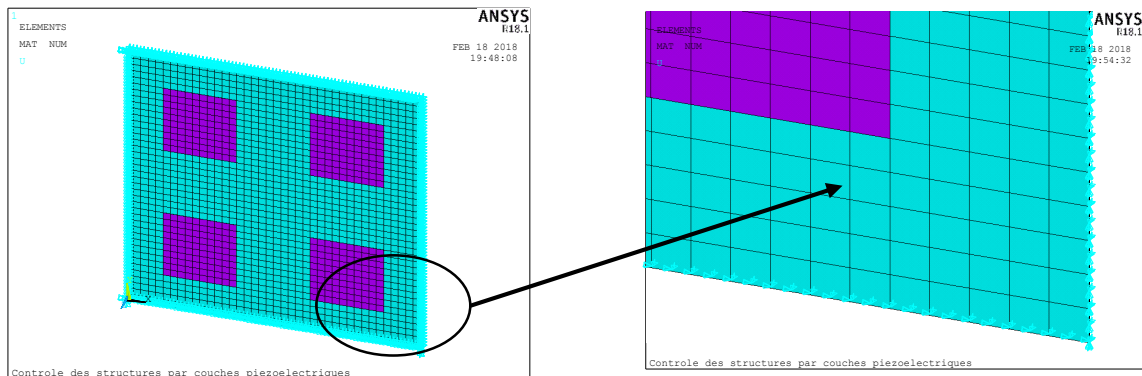


Figure V.4 : Maillage et condition aux limites (simplement appuyées sur les quatre cotés) de la plaque intelligente

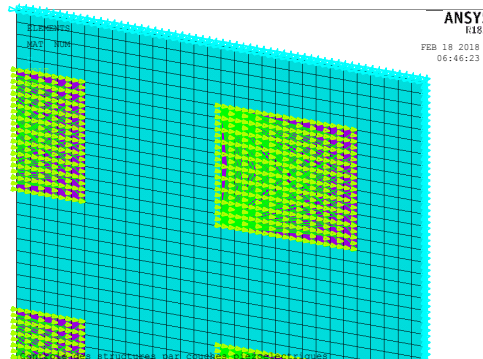


Figure V.5 : Couplage électromécanique entre la structure (La plaque composite) et les patches piézoélectriques.

La figure V.5 montre le schéma de couplage électromécanique au niveaux de chaque patche piézoélectrique. Nous allons commencer par une analyse modale de la plaque intelligente par les commandes suivantes :

```

/SOLU
ANTYPE, MODAL
nmodes= 3
modopt, LANB, nmodes
mxpand, nmodes, , , yes

```

```

SOLVE
*get,f1,mode,1,freq
FINISH
SAVE
/COM, **** REVIEW THE RESULTS OF THE MODAL SOLUTION ****
/POST1
SET,LIST
FINISH

```

Afin de vérifier et de valider notre modèle, les fréquences naturelles de la plaque intelligente avec quatre patches piézoélectriques, sont calculées avec le code MATLAB et comparées avec ceux obtenues par ANSYS (Annexe B1, A3).

Le tableau V.2 suivant présente les six premières fréquences naturelles (rd/s).

Modes (Rd/s)	(Liu 1999)	ANSYS	MATLAB
Mode 1	174.573	175.102	177.248
Mode 2	354.818	354.820	357.456
Mode 3	481.046	490.618	510.364
Mode 4	637.596	617.368	632.124
Mode 5	688.550	715.669	752.125
Mode 6	935.439	967.497	1001.546

Tableau V.2: Six premiers modes de vibration de la plaque intelligente.

Le figureV.6 présente les trois premières formes des modes de vibration libres de système.

V.2 Contrôle actif de la plaque intelligente

Le code MATLAB est défini les matrices des masses et des rigidités. Les matrices des pondérations Q et R prends les valeurs suivantes :

$$Q=[5e-8*K \text{ zeros}(size(K)) \text{ zeros}(size(K)) M];$$

$$R=0.7e+11*eye(4);$$

Où : K et M les matrices de masse et de rigidité globale du système respectivement

D'après la formule (IV.73), on a les valeurs des matrices de système d'état à l'aide du logiciel MATLAB :

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 14.59 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 31.74 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 45.28 \\ -14.59 & 0 & 0 & -0.15 & 0 & 0 \\ 0 & -31.74 & 0 & 0 & -0.32 & 0 \\ 0 & 0 & -45.28 & 0 & 0 & -0.45 \end{bmatrix},$$

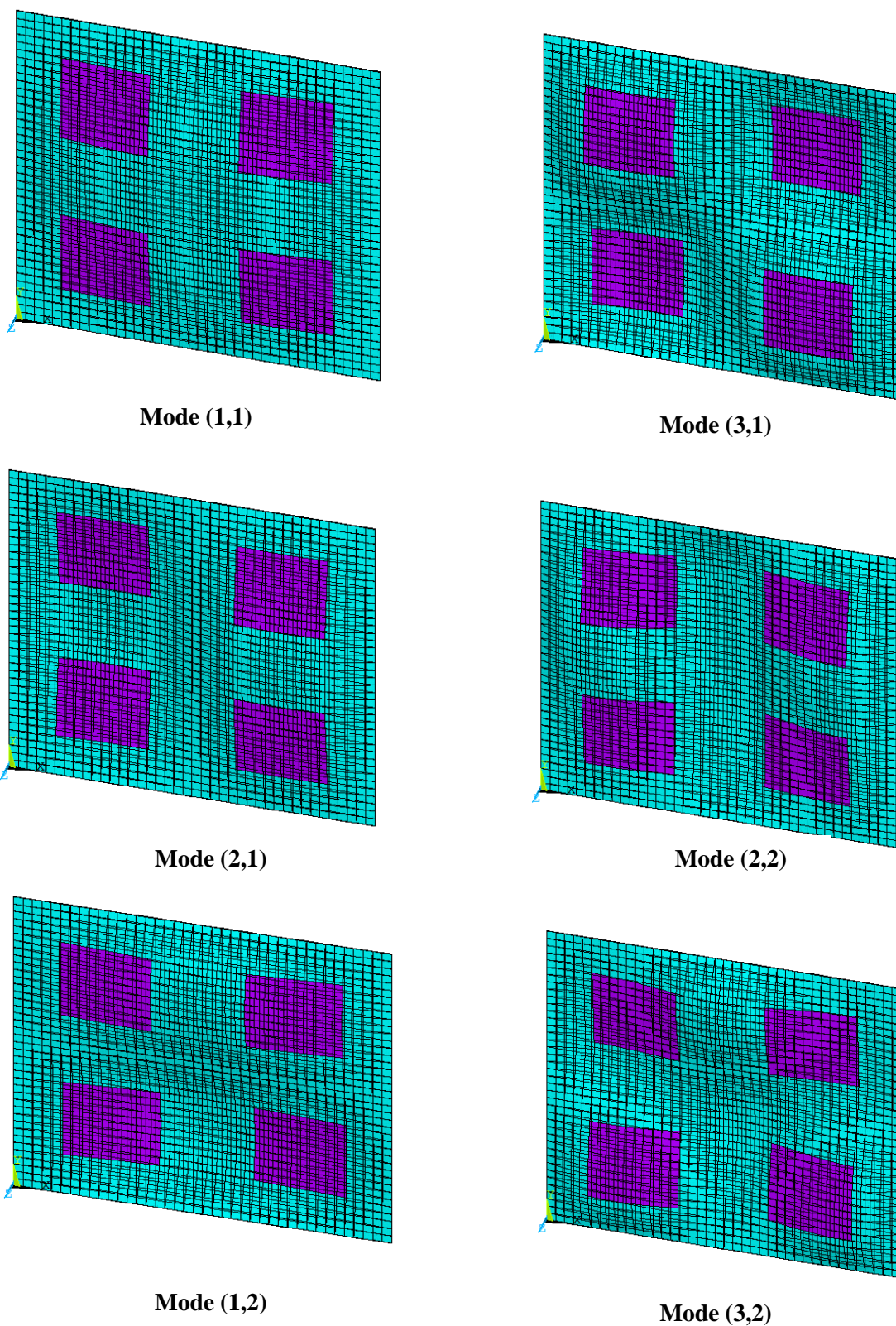
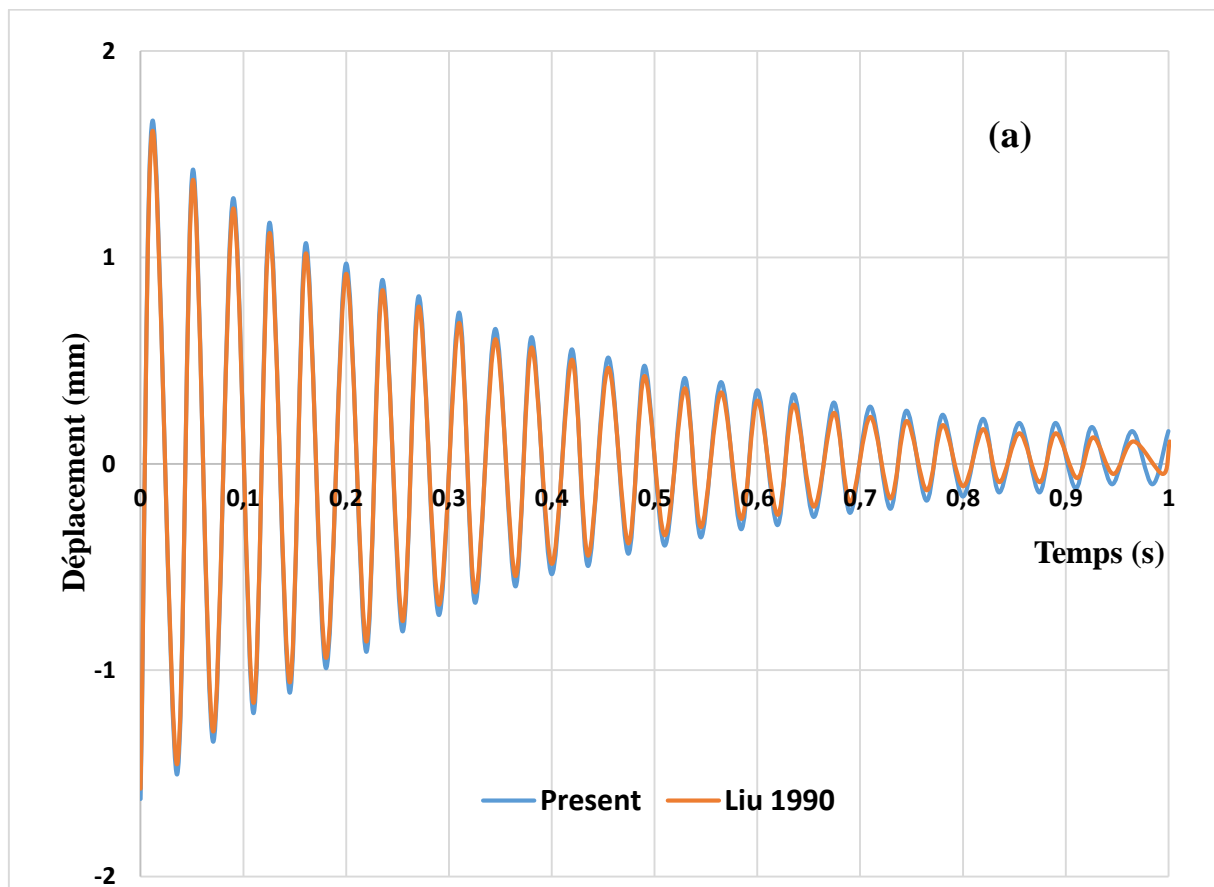


Figure V.6 : Premiers six modes de vibration de la plaque composite intelligente simplement appuyé avec l'orientation des plis $[-30,30,-30,30]$.

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -399.4 & -1.04e+3 & -43.88 & 22.4 \\ -101.59 & -28.72 & 0 & 1.06e+3 \\ 1.84e+3 & 662.99 & -119.61 & 295.21 \end{bmatrix}$$

$$\text{et } [C] = \begin{bmatrix} -399.4 & -101.6 & -1.84e+3 & 0 & 0 & 0 \\ -1.04e+3 & -309 & -662.95 & 0 & 0 & 0 \\ -43.88 & 48.09 & 119.6 & 0 & 0 & 0 \\ 22.4 & 1.06e+3 & -295.21 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les courbe en noire et en jaune de la figure (V.6 a) présentent la réponse transitoire obtenue par la méthode New Marck (Liu, 1999) et la réponse obtenue avec le contrôle actif LQR (le travail présent).



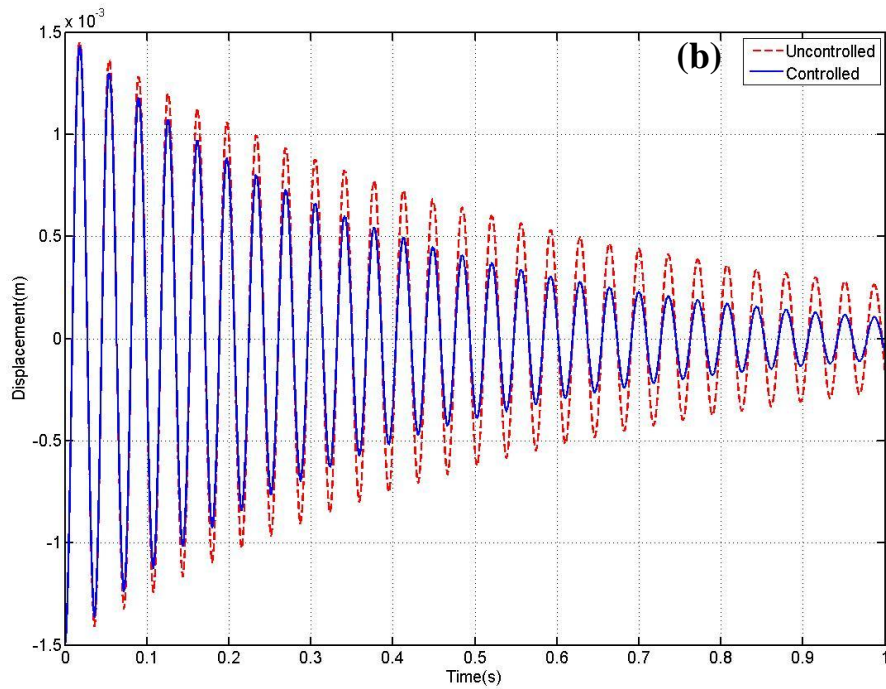


Figure V.7 : (a) : Validation des réponses transitoires (contrôlée et non contrôlée) au point M (0.2,0.2) entre le présent travail (rouge) et (Liu 1999) (Noire), (b) : Réponses transitoires (contrôlée et non contrôlée) au point M (0.2,0.2).

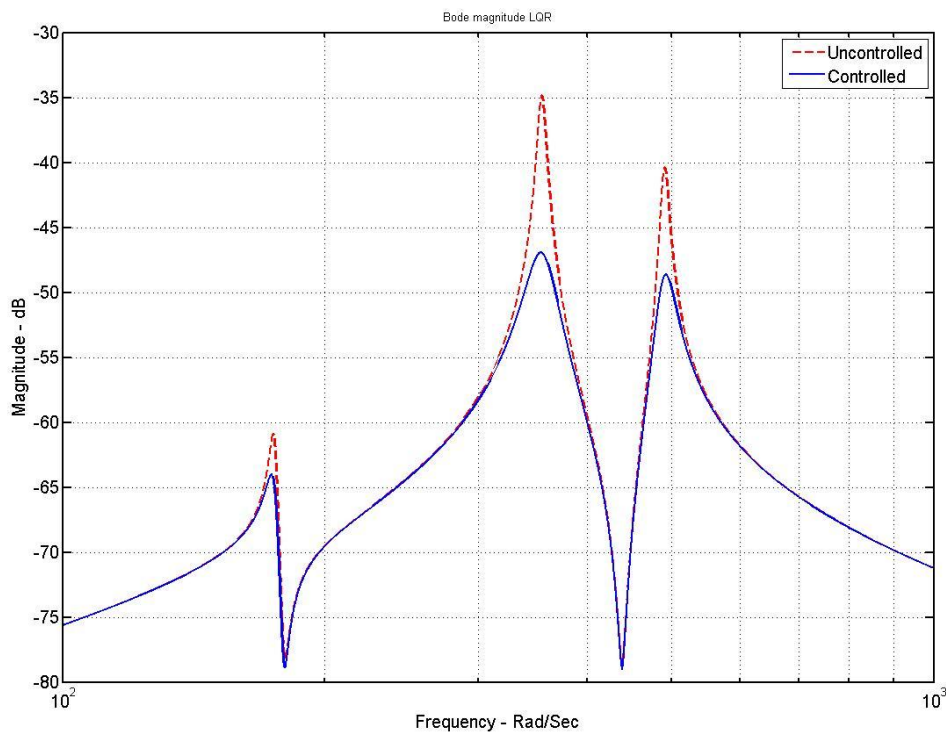


Figure V.8 : Réponses (contrôlée et non contrôlée) en fréquences.

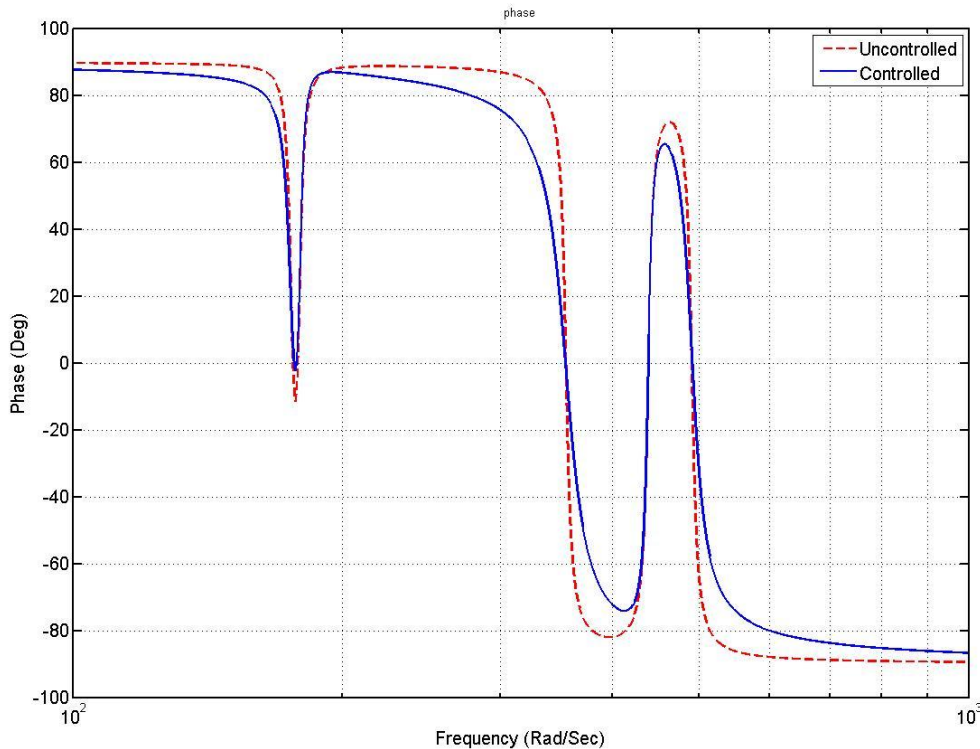


Figure V.9 : Phase des deux réponses en fréquences.

La figure. (V.6 b) présente la réponse transitoire au point M (0.2,0.2) de la plaque composite intelligente soumise à une charge d'impulsion de 2.5 N pour une durée de 0.01s appliquée au milieu de son extrémité libre, elle montre les réponses passive (non contrôlée) et active (contrôlée).

Les deux figures (V.8) et (V.9) présentent la réponse en fréquences des deux cas active et passive et la phase respectivement.

La stratégie de contrôle LQR est améliorée activement l'amortissement des trois premiers modes.

V.3 Contrôle de la plaque composite pour différentes conditions aux limites

Dans cette partie, la plaque intelligente contrôlée précédemment (Figure V.1), est soumise maintenant aux quatre différentes conditions aux limites (CCCC, CCFE, CFCE, CFFC).

La figure présente les six premières formes des modes obtenues par ANSYS apdl de la plaque composite équipée par quatre paire des patches piézoélectriques (Actionneurs – Capteurs).

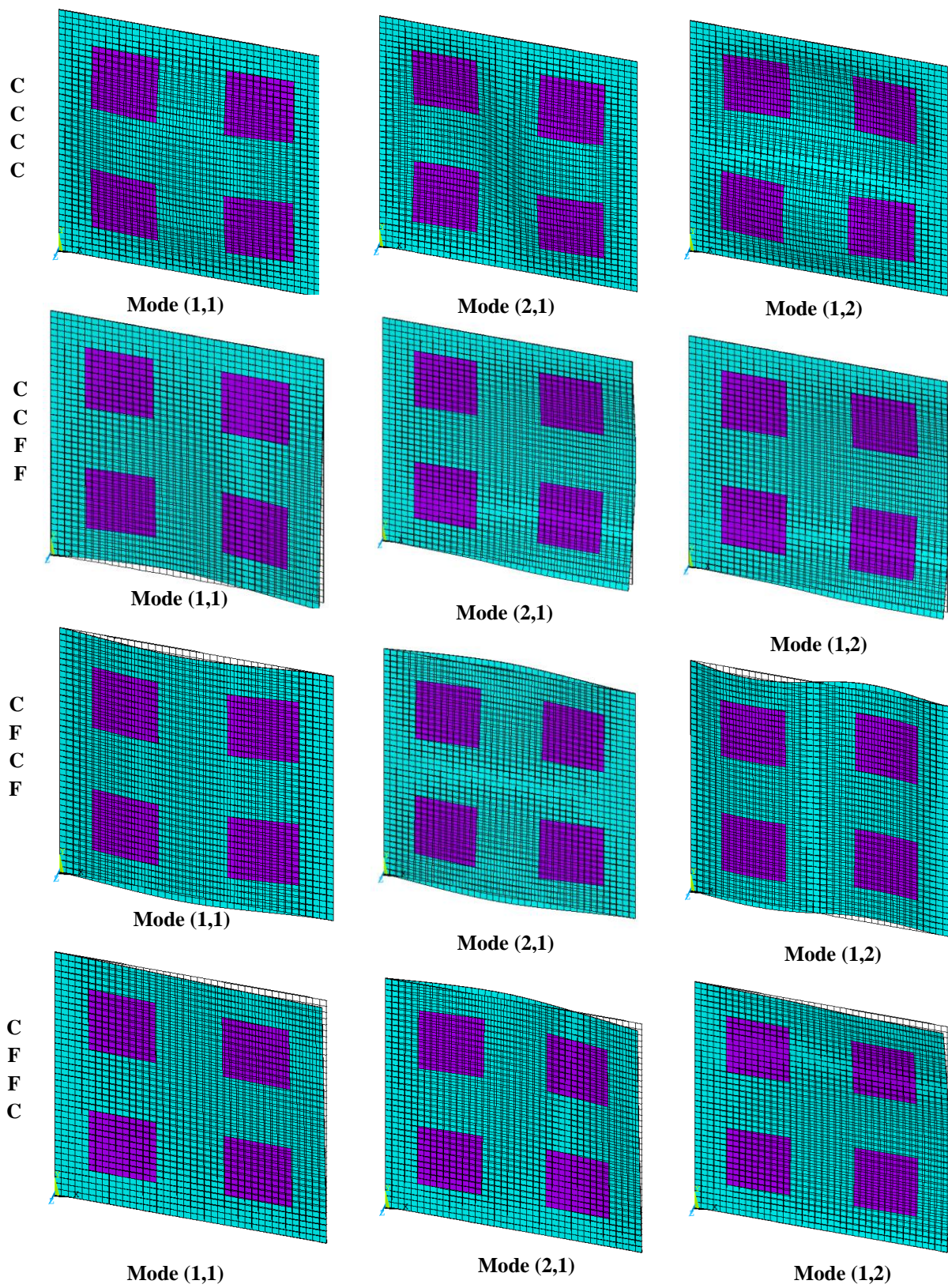


Figure V.10 : Trois premiers modes de différentes conditions aux limites de la plaque composite.

Le tableau V.2 montre les six premières fréquences en Hz, obtenues par la modélisation avec ANSYS apdl pour les quatre conditions aux limites considérées.

Modes (HZ)	CCCC	CCFF	CFCF	CFFC
Mode (1,1)	30.427	6.1156	9.9603	3.6589
Mode (2,1)	48.505	15.452	15.721	13.814
Mode (1,2)	76.072	33.021	35.798	24.298
Mode (3,1)	87.810	42.233	39.527	38.003
Mode (2,2)	91.056	45.381	44.549	40.646
Mode (3,2)	126.64	66.990	62.577	62.171

Tableau V.3: Six premiers modes de vibration de la plaque intelligente pour les différentes conditions aux limites.

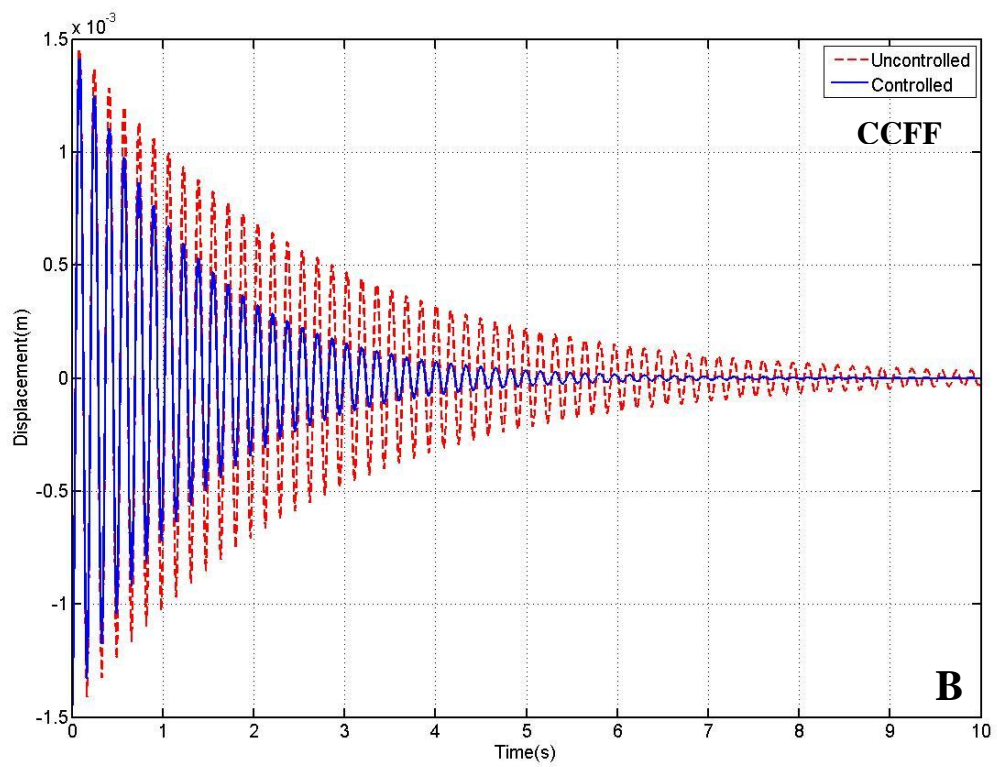
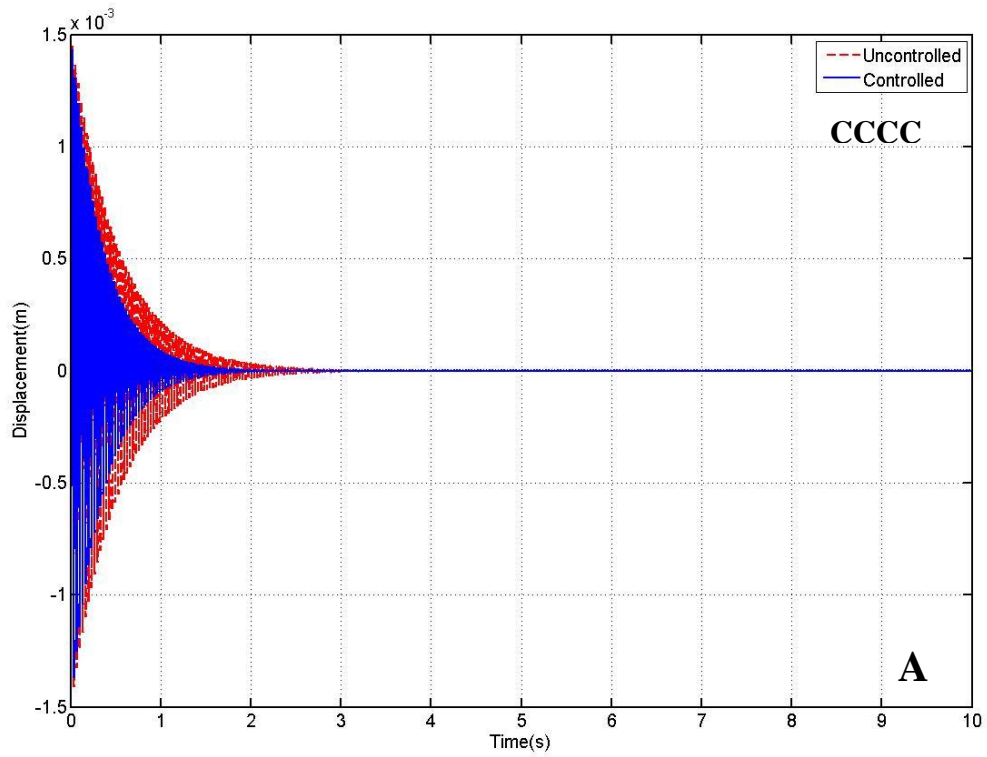
Les figures V.11, V.12, et V.13 montrent les réponses de la plaque composite intelligente en fonction du temps et de fréquences et la phase de chaque cas (CCCC, CCFF, CFCF, CFFC) respectivement dans les cas du contrôle passif et actif, avec le contrôleur LQR simulé par MATLAB.

Les différentes conditions aux limites sont données des différentes fréquences d'après la modélisation par la méthode des éléments finis. Les valeurs des matrices A sont en fonction des trois premières fréquences. Donc la réponse transitoire au point M (0.2,0.2) dans chaque condition (A, B, C et D) prendre une forme différente.

Le contrôle est réalisé et la plaque il est stable dans les cinq premières secondes pour le cas (CCCC). Par contre les trois autres cas (CCFF, CFCF, CFFC), la stabilisation est réalisée dans un délais de 10 secondes.

L'allure des courbes de la réponse en fonction des fréquences dans les cas (A, B, C et D) elle est aussi logiquement différente, et la même chose avec les courbes (A, B, C et D) de la phase. Les réponses dans les trois premiers modes ne sont pas diminuées par la même valeur et la même façon malgré le contrôle est réalisé dans les mêmes conditions.

Les conditions aux limites de la plaque contrôlée jouent un grand rôle dans le délai de stabilisation et la valeur de diminution des réponses aux modes.



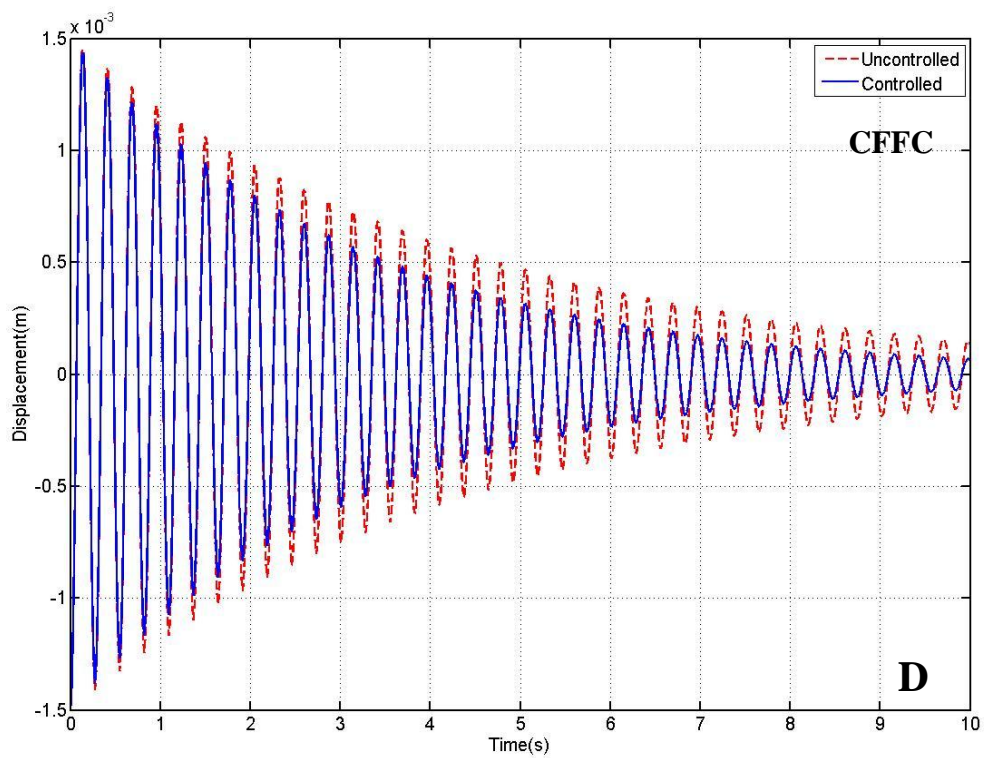
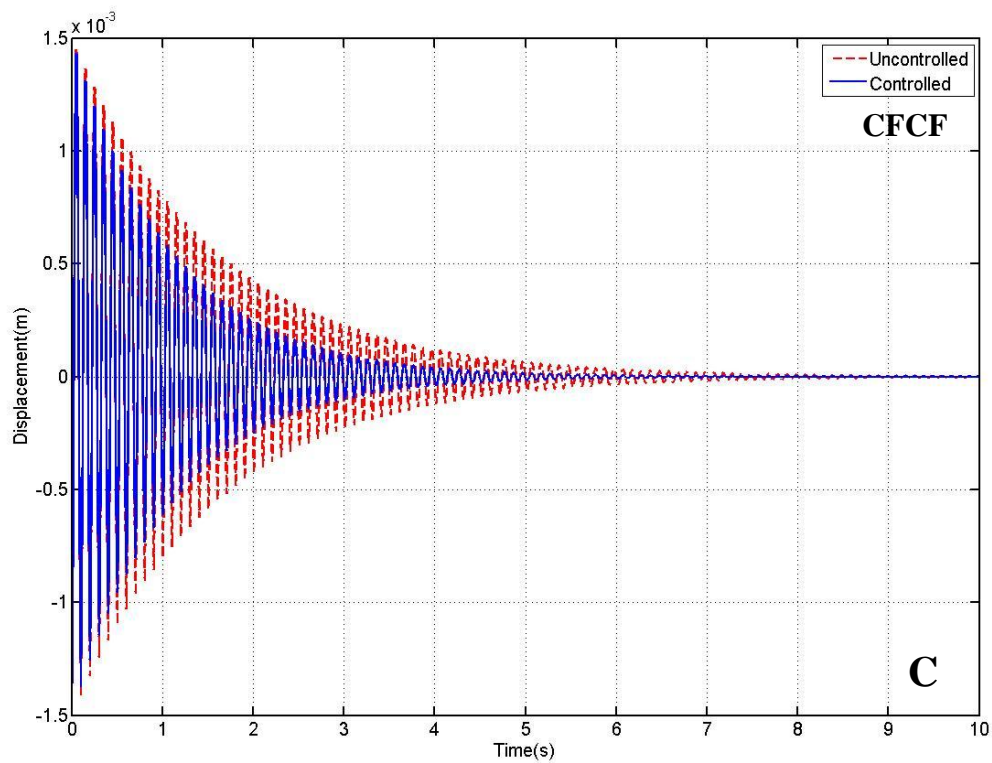
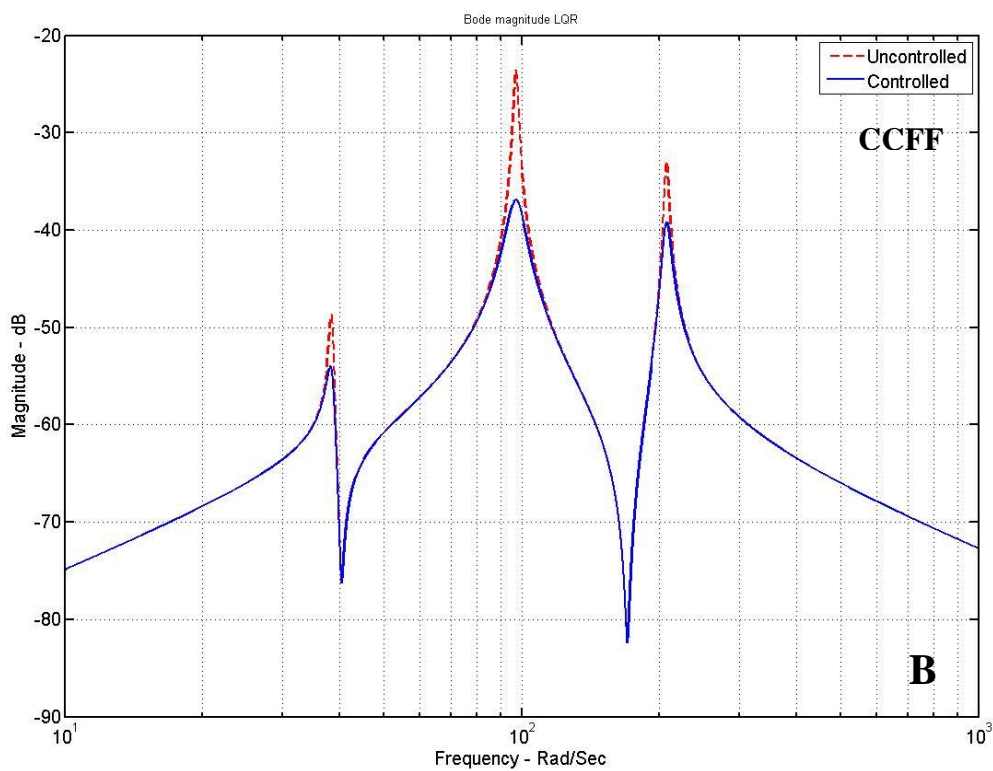
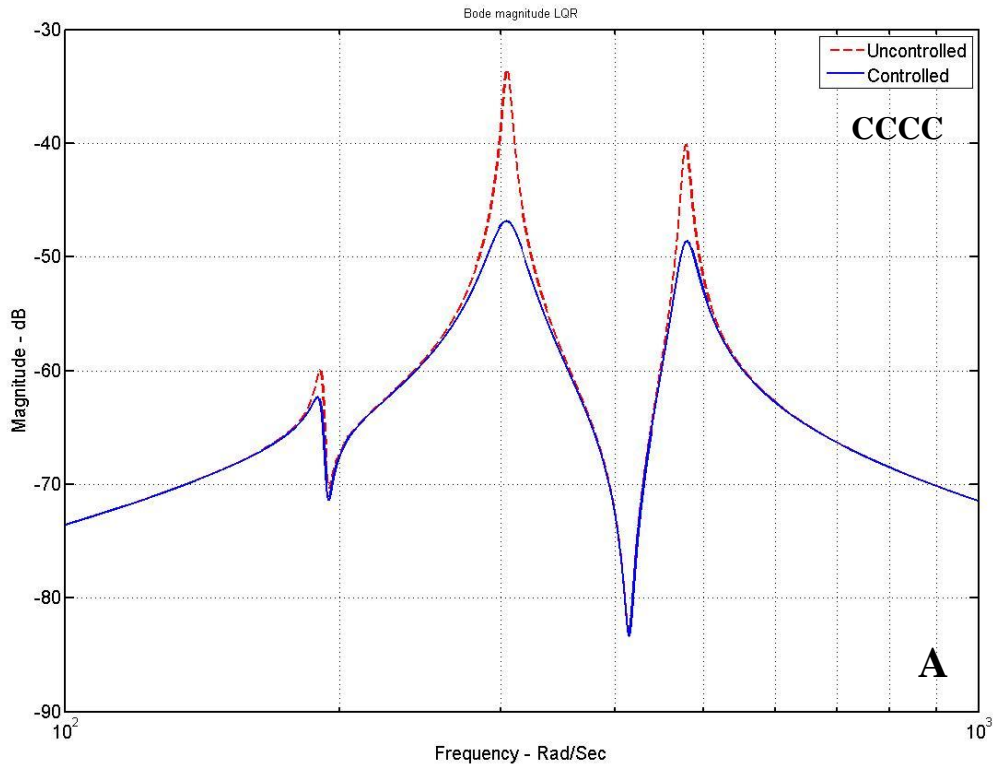


Figure V.11 : Quatre réponses transitoires (A, B, C et D) de différentes conditions aux limites de la plaque composite (CCCC, CCFE, CFCF, CFFC) respectivement.



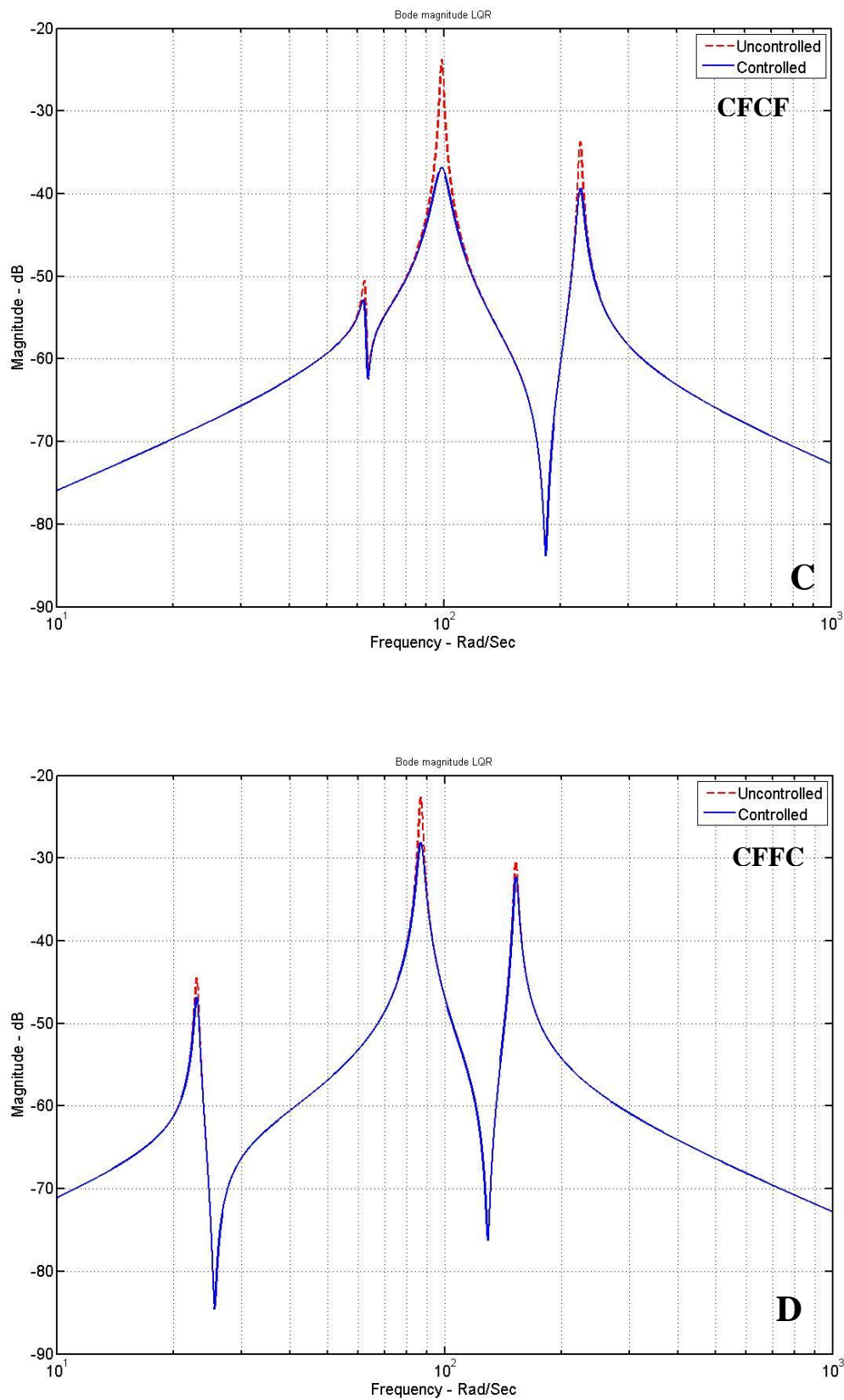
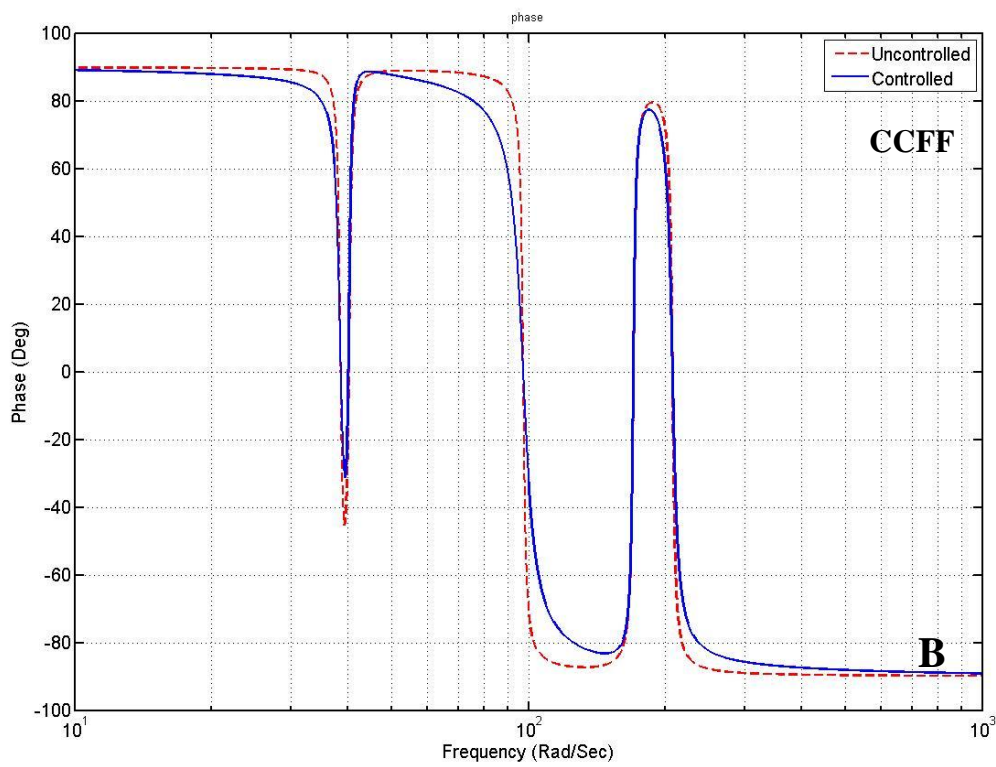
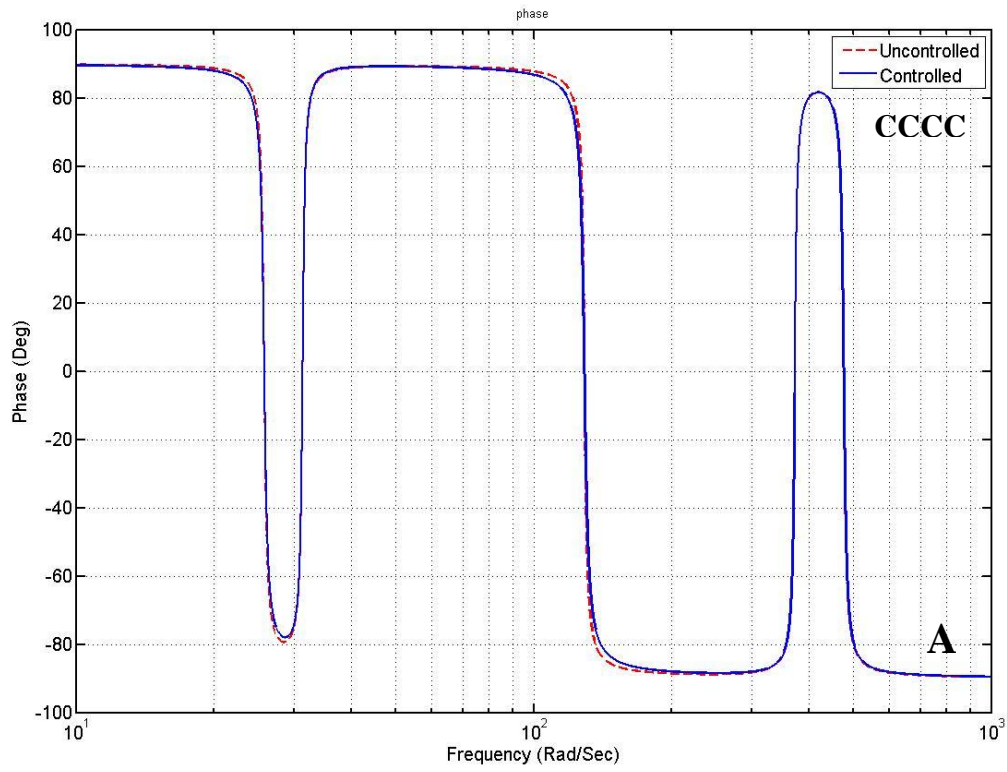


Figure V.12 : Quatre réponses en fréquences (A, B, C et D) de différentes conditions aux limites de la plaque composite (CCCC, CCFF, CFCF, CFFC) respectivement.



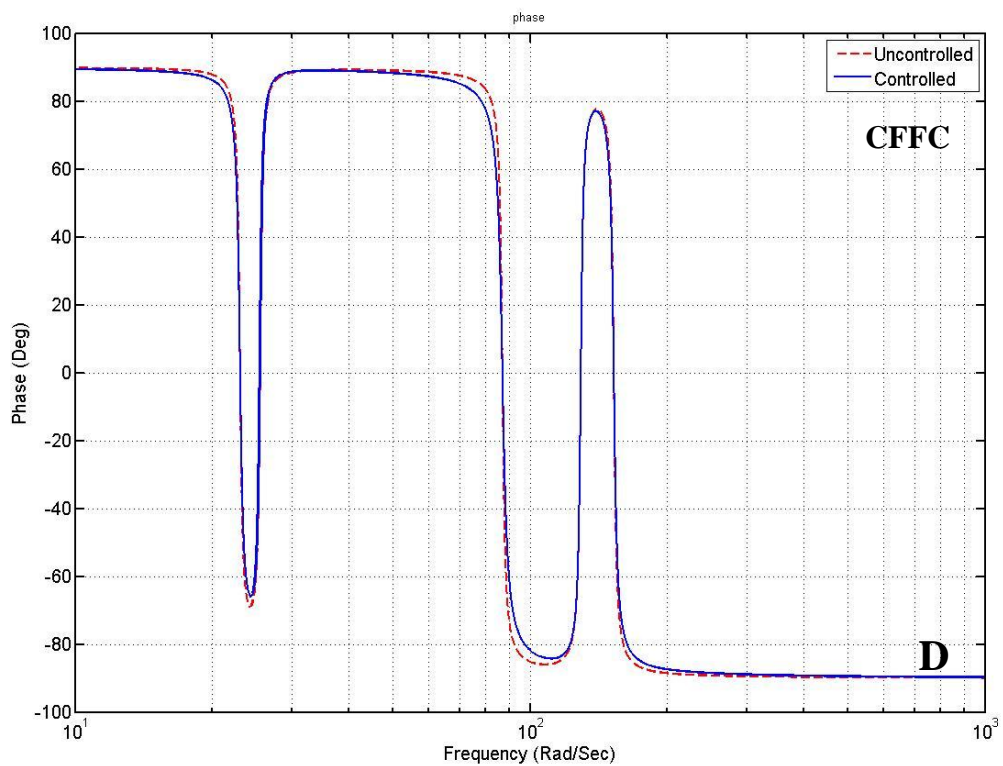
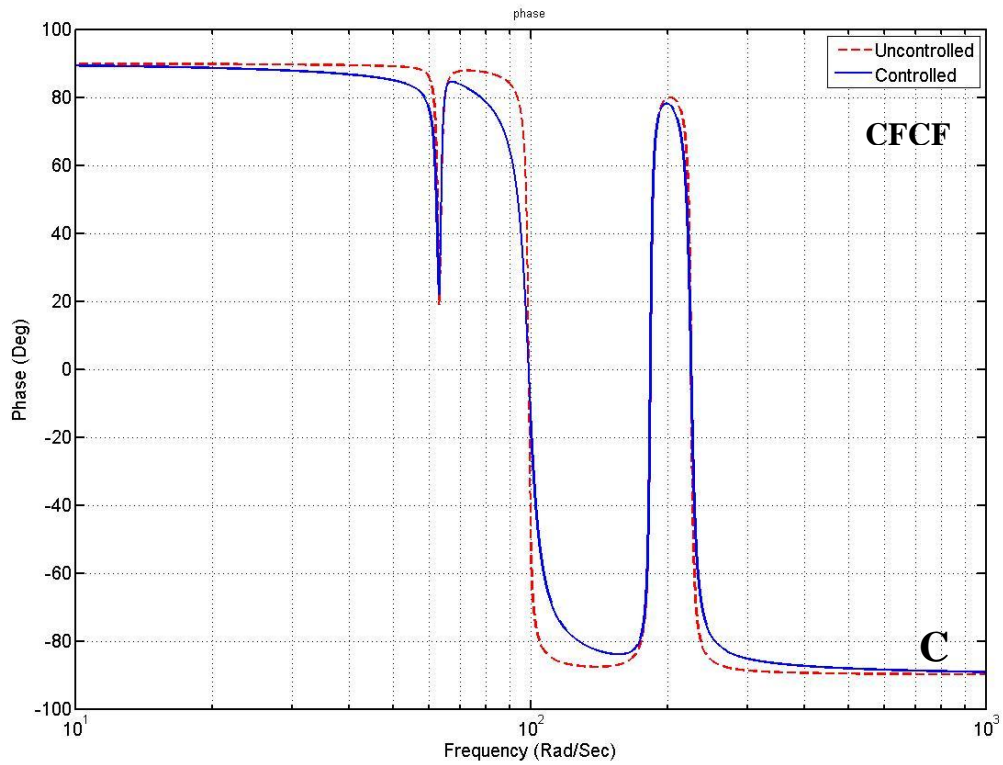


Figure V.13 : Quatre phases en fréquences (A, B, C et D) de différentes conditions aux limites de la plaque composite (CCCC, CCFF, CFCE, CFFC) respectivement.

V.4 Effet des orientations des plis sur le contrôle

Nous considérons la même plaque composite intelligente étudiée dans les deux parties précédentes de ce chapitre avec la condition aux limites (CFFF) avec la variation de orientations des plis symétrique et antisymétrique.

Le tableau présente les six premières fréquences en Hz, obtenues par ANSYS apdl pour les quatre orientations suivantes [30,-30]s ; [30,-30]as ; [45,-45]s et [45,-45]as.

Mode (Hz)	[30,-30]s	[30,-30]as	[45,-45]s	[45,-45]as
Mode (1,1)	2.5165	2.5163	2.4032	2.4036
Mode (2,1)	6.3833	6.3826	6.2618	6.2614
Mode (1,2)	14.006	14.006	13.615	13.617
Mode (3,1)	22.930	22.928	22.274	22.274
Mode (2,2)	24.652	24.660	22.753	22.759
Mode (3,2)	44.438	44.436	44.193	44.192

Tableau V.4: Six premiers modes de vibration de la plaque intelligente pour les différentes orientations des plis.

La figure V.14 montre les six premiers modes de vibration de la plaque composite intelligente (CFFF).

Les figures V.15, V16 et V.17 montrent la réponse transitoire passive et actives, la réponse en fréquences et la phase respectivement pour les différentes orientations des plis [30,-30]s ; [30,-30]as ; [45,-45]s et [45,-45]as.

La modélisation de la plaque composite pour les différents cas d'orientations des plis avec la méthode des éléments finis donne les mêmes valeurs des fréquences.

Les courbes de la réponse transitoire dans chaque cas (A, B, C et D) sont les mêmes.

La réponse des trois premiers modes prend la même forme avec une variation dans les valeurs de diminution de réponse dans chaque mode selon les cas d'orientation.

L'orientation des plis dans les matériaux composites n'est pas effective dans la stabilisation de la plaque et effective dans la réponse aux niveau du mode.

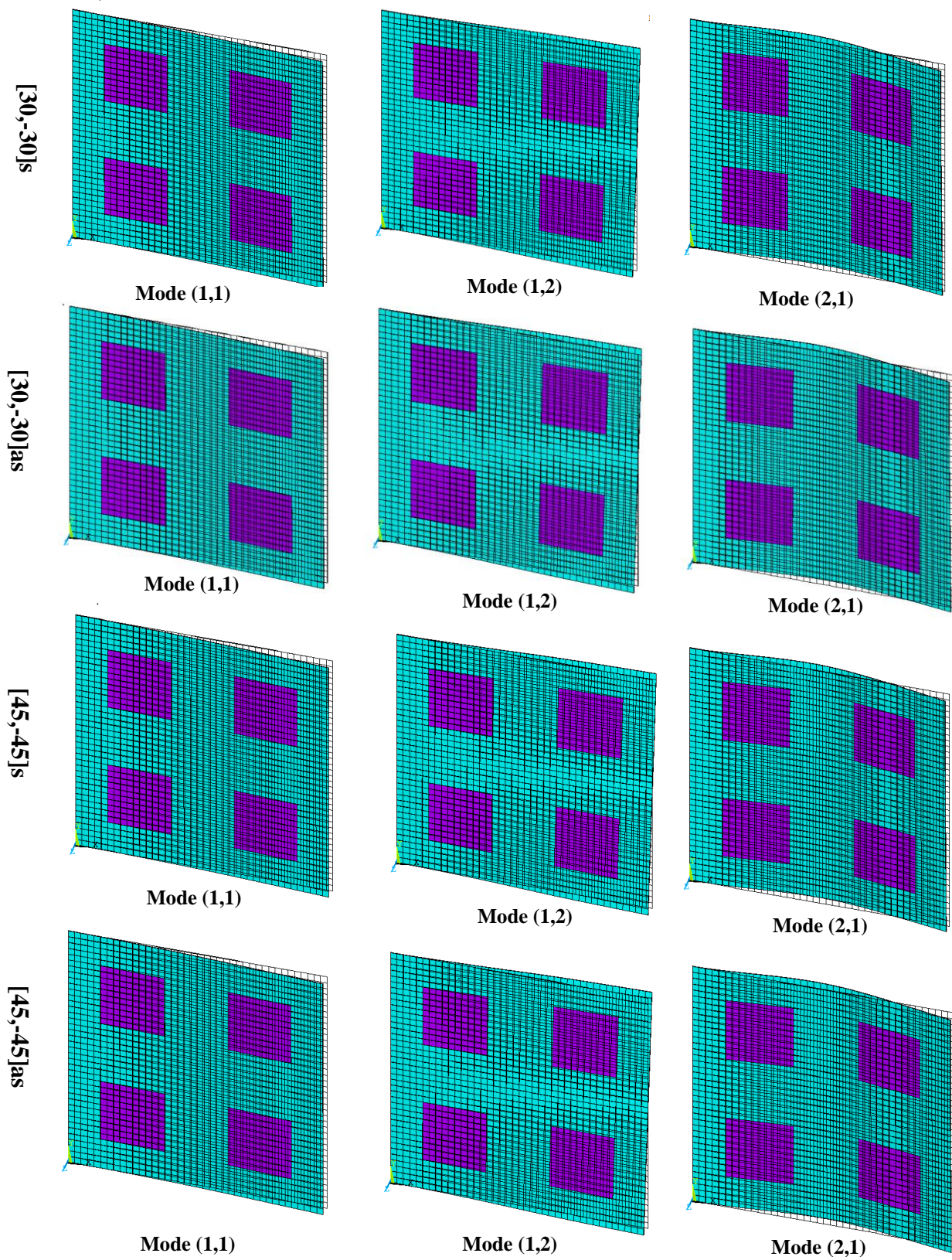
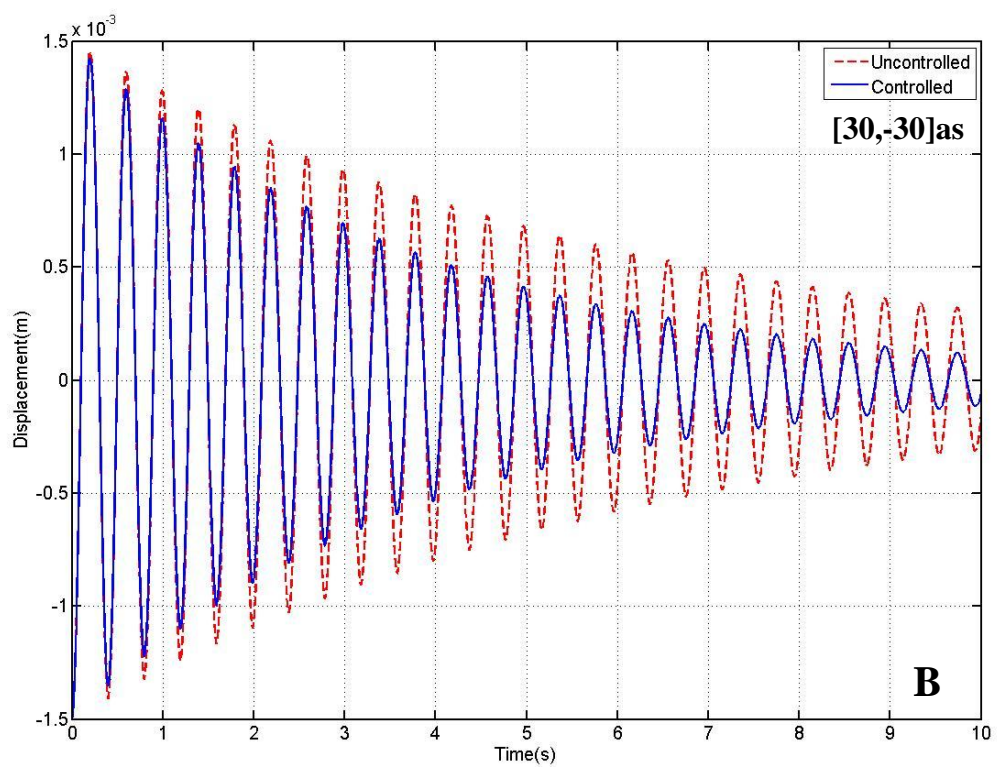
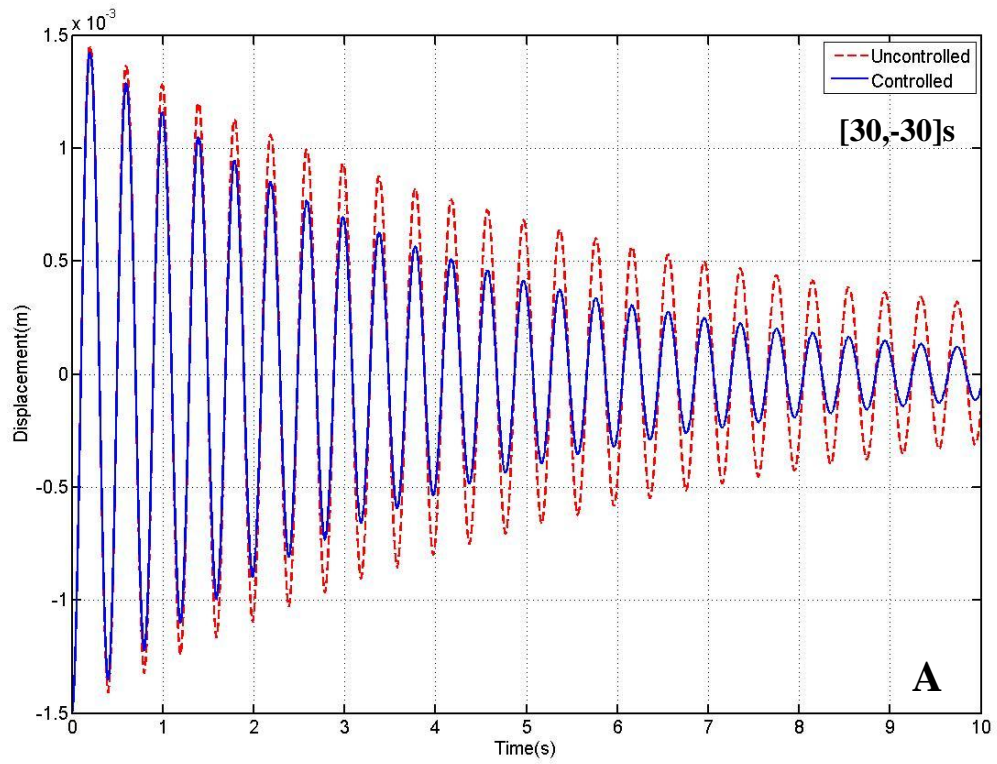


Figure V.14 : Trois premiers modes pour les quatre orientations des plis de la plaque composite [30,-30]s ; [30,-30]as ; [45,-45]s et [45,-45]as.



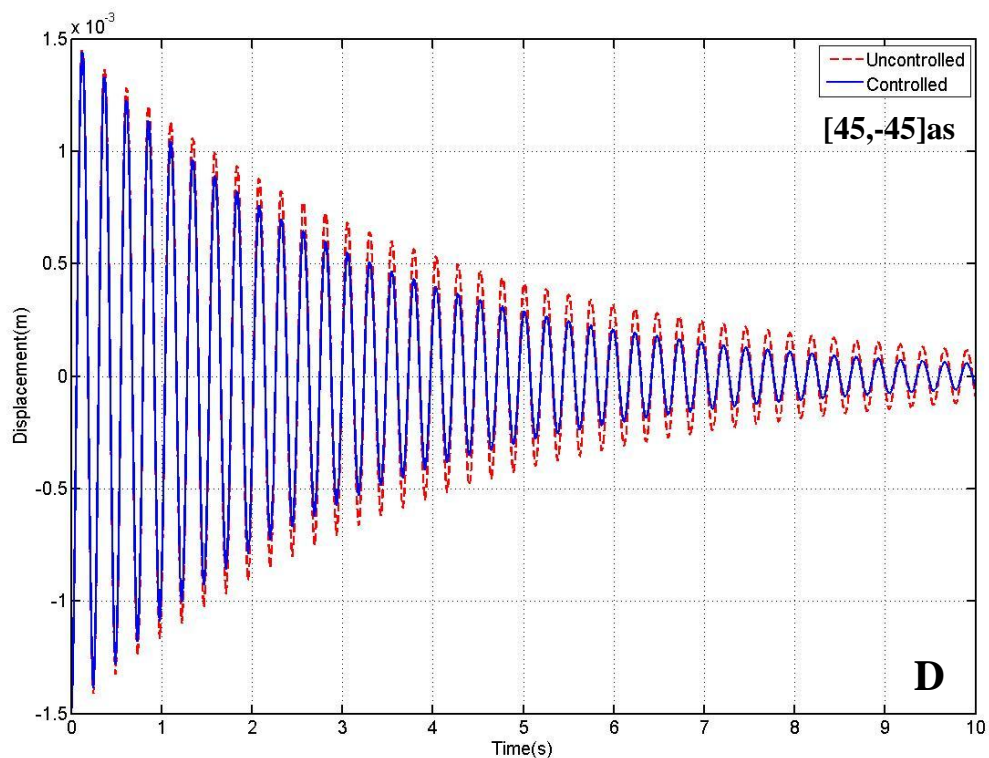
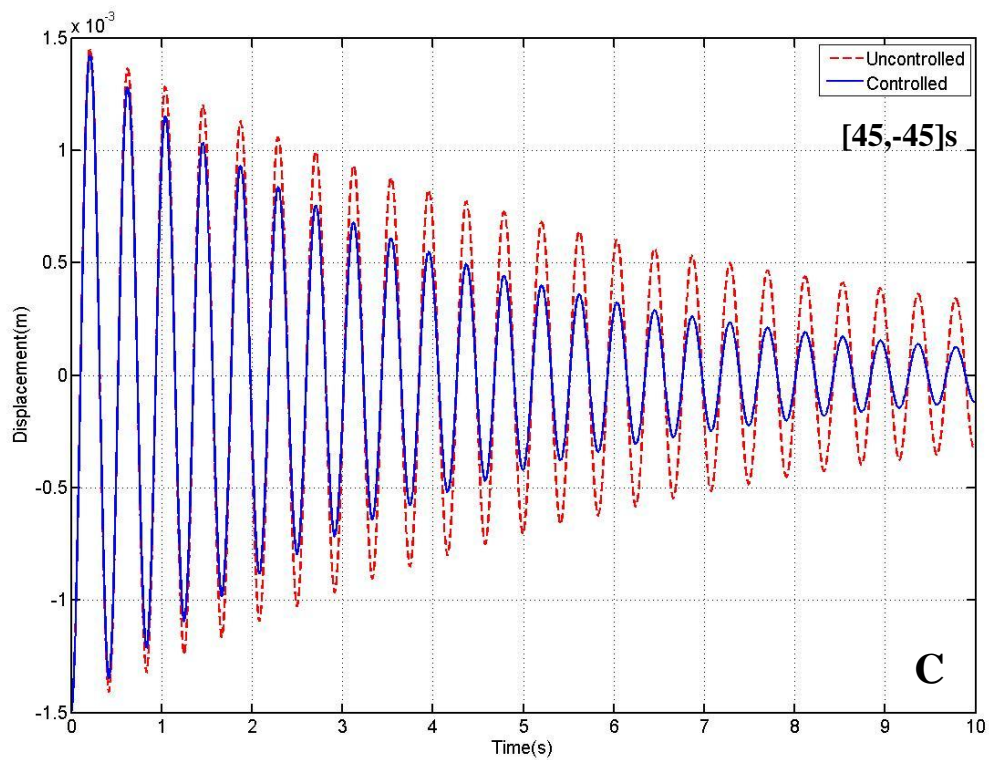
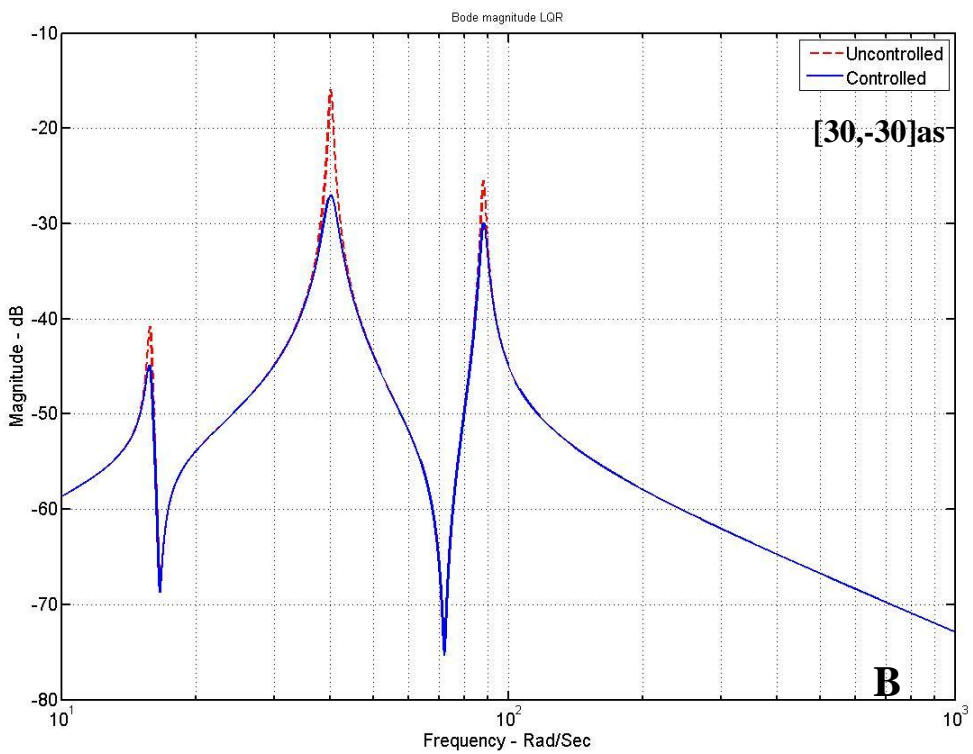
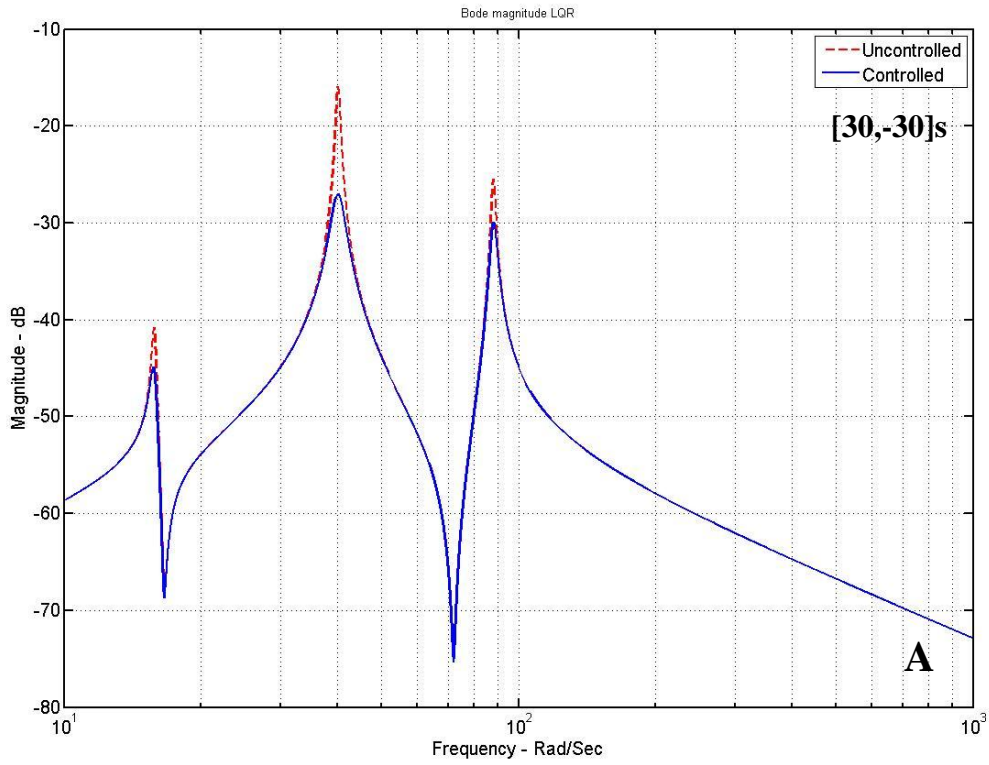


Figure V.15 : Quatre réponses transitoires (A, B, C et D) de différentes orientations des plis de la plaque composite [30,-30]s ; [30,-30]as ; [45,-45]s et [45,-45]as respectivement.



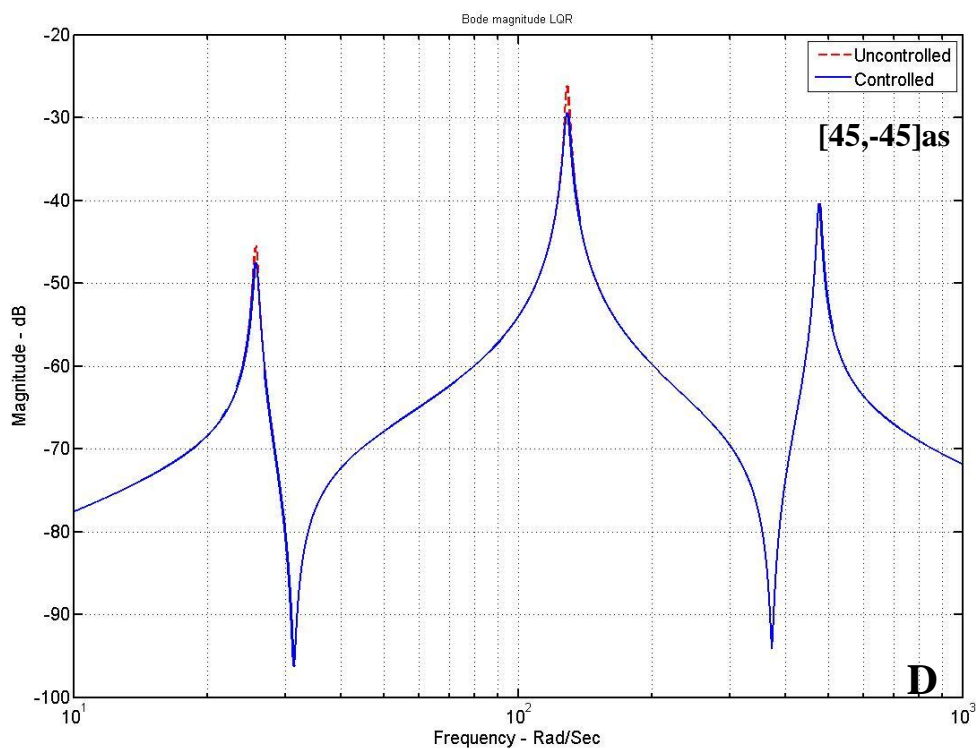
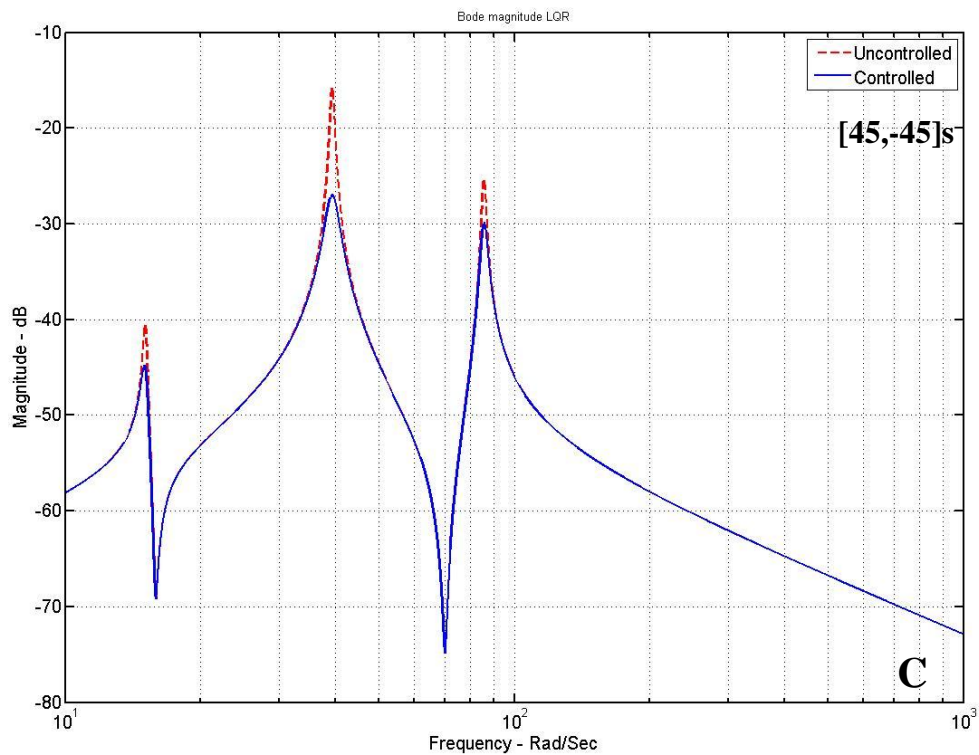
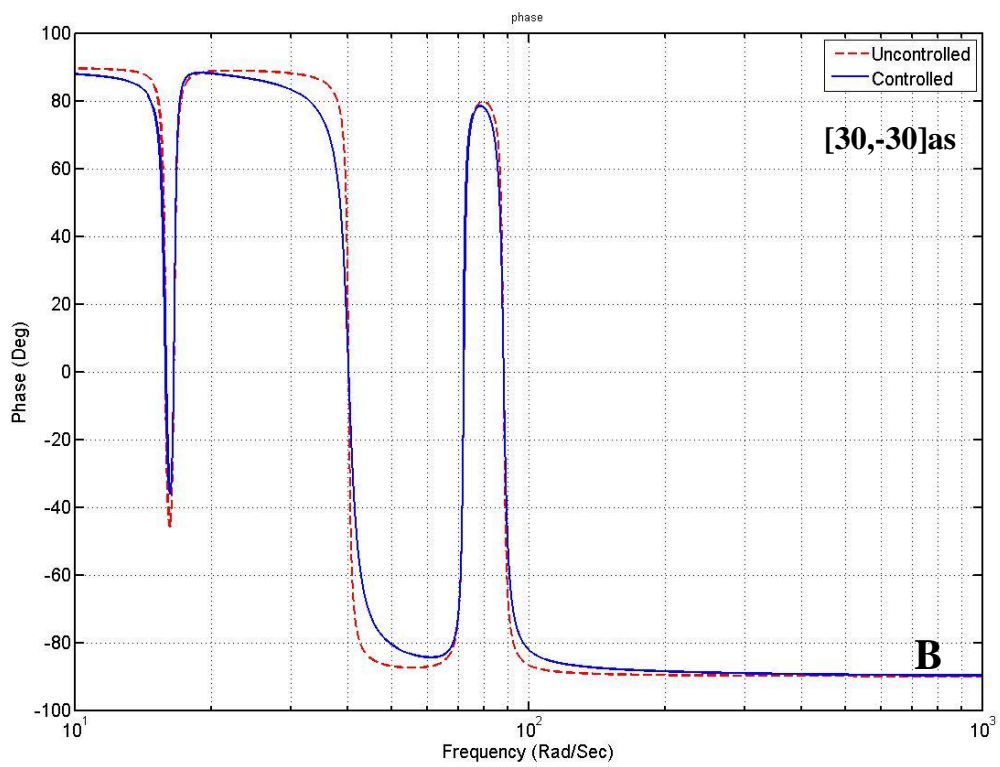
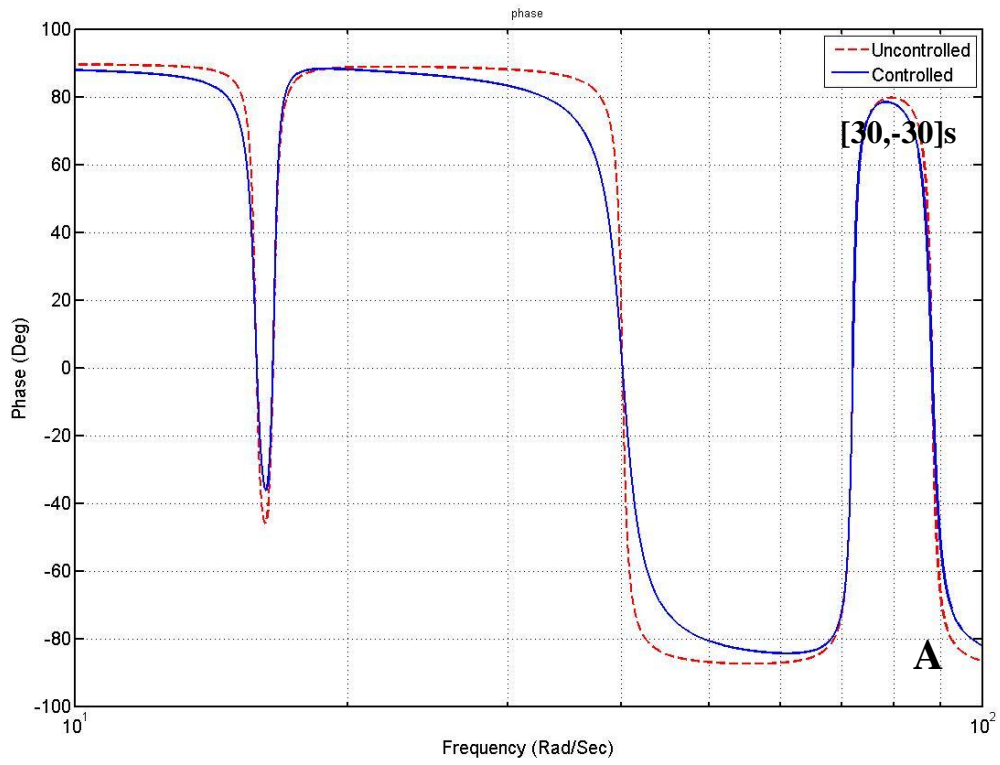


Figure V.16 : Quatre réponses en fréquences (A, B, C et D) de différentes orientations des plis de la plaque composite [30,-30]s ; [30,-30]as ; [45,-45]s et [45,-45]as respectivement.



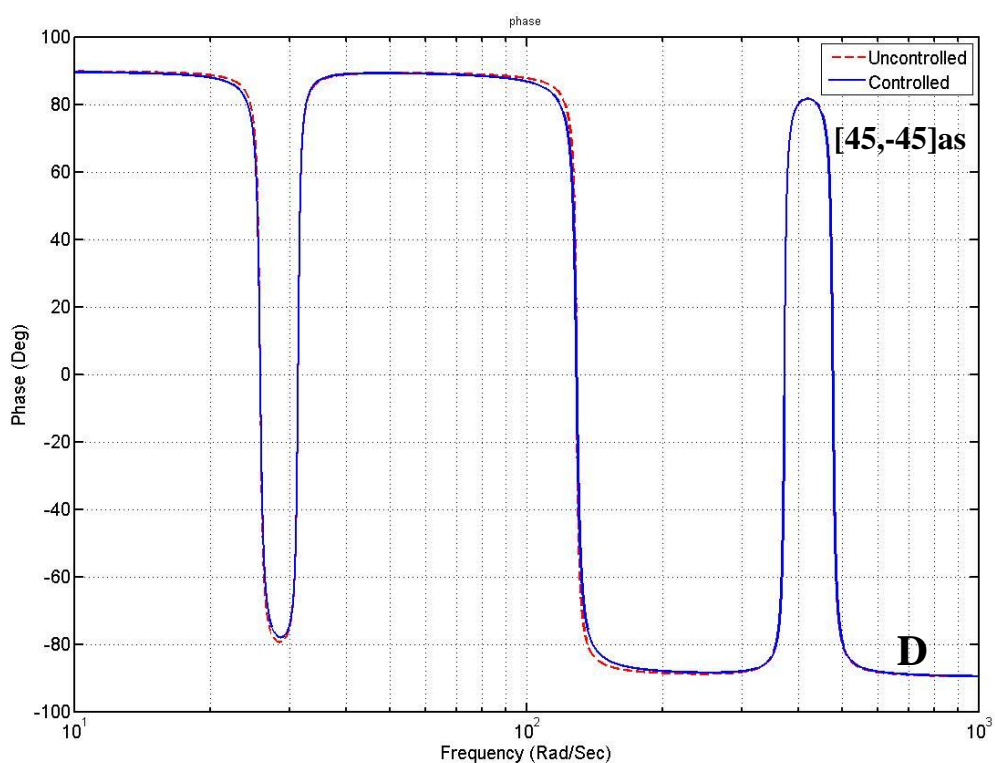
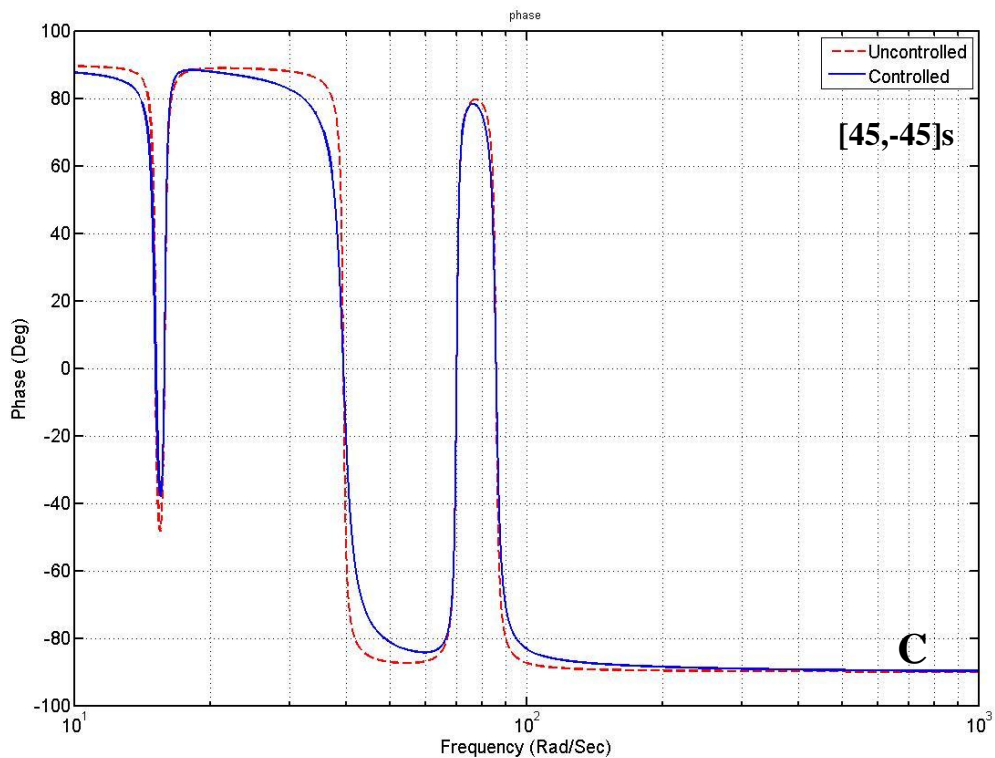


Figure V.17 : Quatre phases en fréquences (A, B, C et D) de différentes orientations des plis de la plaque composite [30,-30]s ; [30,-30]as ; [45,-45]s et [45,-45]as respectivement.

Chapitre VI
Contrôle actif d'une plaque composite
endommagée

VI.1 Analyse progressive d'endommagement (PDA)

Pour effectuer une analyse progressive des dommages des matériaux composites, l'utilisateur doit fournir des propriétés linéaires élastiques orthotropes et deux modèles de matériaux : la loi d'initiation et d'évolution des dommages. (Barbero 2017)

VI.1.1 Critère initiale d'endommagement

En utilisant les critères d'initiation de (Hashin 1973), les PDA intègrent les quatre modes d'initiation suivants : tension des fibres, compression des fibres, tension de la matrice et compression de la matrice, représentés par les indices d'initiation des dommages I_f^t, I_f^c, I_m^t et I_m^c qui indiquent si un critère d'initiation en mode dommage a été satisfait ou non.

- **Tension de fibre ($\sigma_{11} \geq 0$)**

La tension des fibres est un abus de langage parfois utilisé dans la littérature, car ce mode représente en réalité la tension longitudinale de la plaque composite. L'indice d'initiation des dommages correspondant est calculé comme suit :

$$I_f^t = \left(\frac{\sigma_{11}}{F_{1t}}\right)^2 + \alpha \left(\frac{\sigma_{12}}{F_6}\right)^2 \quad (\text{VI.1})$$

Où α détermine la contribution de la contrainte de cisaillement dans le plan à ce critère.

- **Compression de fibre ($\sigma_{22} < 0$)**

L'indice d'initiation des dommages pour la compression longitudinale de la plaque composite est calculé comme suit :

$$I_f^c = \left(\frac{\sigma_{11}}{F_{1c}}\right)^2 \quad (\text{VI.2})$$

- **Tension de matrice ($\sigma_{22} \geq 0$)**

Ceci est également impropre, car ce mode représente en réalité la tension transversale et le cisaillement plan de la plaque composite :

$$I_m^t = \left(\frac{\sigma_{11}}{F_{2t}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{11}}{F_6}\right)^2 \quad (\text{VI.3})$$

- **Compression de matrice ($\sigma_{22} < 0$)**

L'indice d'initiation des dommages pour la compression transversale du composite lamina est calculé comme suit :

$$I_m^c = \left(\frac{\sigma_{22}}{2F_4}\right)^2 + \left[\left(\frac{F_{2c}}{2F_4}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_{22}}{F_{2c}} + \left(\frac{\sigma_{12}}{F_6}\right)^2 \quad (\text{VI.4})$$

Où σ_{ij} sont les composantes du tenseur des contraintes; F_{1t} et F_{1c} sont les résistances à la traction et à la compression d'une lame dans la direction longitudinale (fibre); F_{2t} et F_{2c} sont les résistances à la traction et à la compression dans la direction transversale; F_6 et F_4 sont les résistances au cisaillement dans le plan et intralaminaires.

Dans ce travail le model considéré est proposé par (Hachin, Rotem 2015), la valeur de $\alpha = 0$ de l'équation VI.1 et $F_4 = 1/F_{2c}$.

Les commandes apdl de critère initiale d'endommagement de Hachin pour tous les modes d'endommagement est :

! Damage detection using failure criteria

TB, DMGI, 1, 1, 4, FCRT

TBTEMP,0

! 4 is the value for selecting Hashin criteria,

! which is here selected for all four failure modes

TBDATA,1,4,4,4,4

Les commandes apdl des strength matérielle sont comme suit :

! Material Strengths

TB,FCLI,1,1,6

TBTEMP,0

! Failure Stress, Fiber Tension

TBDATA,1, F1t

! Failure Stress, Fiber Compression

TBDATA,2,F1c

! Toughness Stress, Matrix Tension

TBDATA,3,F2t

! Failure Stress, Matrix Compression

TBDATA,4,F2c

! Failure Stress, XY Shear

TBDATA,7,F6

! Failure Stress, YZ Shear

TBDATA,8,F

VI.1.2 Loi d'évolution d'endommagement (DEL)

Après avoir satisfait aux critères d'initiation sélectionnés, un chargement supplémentaire dégradera le matériau. La loi d'évolution des dommages détermine la dégradation du matériau. Dans ANSYS, il existe deux options pour l'évolution des dommages : la réduction instantanée de la rigidité et la mécanique des dommages continus. Puisque la réduction de rigidité instantanée, qui est soudainement appliquée lorsque le critère est satisfait, ne fournit aucune information sur l'évolution des dommages, cette étude utilise la méthode (PDA) pour l'évolution des dommages.

La définition de la loi d'évolution d'endommagement est par les commandes apdt suivantes :

!Damage evolution (DE)

TB,DMGE,1,1,8,MPDG *! damage evolution with MPDG method*

TBTEMP,0

TBDATA,1,0,1 *! Tensile fiber stiffness reduction*

TBDATA,2,0,1 *! Compressive fiber stiffness reduction*

TBDATA,3,0,1 *! Tensile matrix stiffness reduction*

TBDATA,4,0,1 *! Compressive matrix stiffness reduction*

VI.2 Exemple illustratif

L'analyse par la méthode numérique à l'aide du code des éléments finis ANSYS apdl 18.1 a été utilisée pour évaluer l'évolution de l'endommagement des fibres et de la matrice.

Dans cette partie nous considérons la même plaque composite intelligente (Figure V.1) étudiée dans les trois parties précédentes de ce chapitre avec la condition aux limites (CFFF) et l'orientation des plis [30,-30] s.

Nous avons utilisé l'élément type SOLID186 pour modéliser la plaque composite intelligente avec l'évolution d'endommagement aux niveaux des matrices et des fibres dans chaque couche solide sous ANSYS apdl, l'élément type de couplage SOLID5 est utilisé pour les patches PZT. La modélisation d'endommagement est basée sur deux approches : Le critère initiale d'endommagement d'Hashin (1973) et la loi d'évolution d'endommagement.

Nous avons inséré les commandes apdl suivantes pour modéliser le phénomène d'endommagement avec ANSYS apdl :

! Damage

F2t = 80e9 ! Pa

F6 = 48e9 ! Pa


```

Gc = 25e9 !J/m^2
TB,FCLI,1,1,6          ! material strengths
TBTEMP,0
TBDATA,1,1020e9       ![F1t] FIBER TENSION
TBDATA,2,-620e9       ![F1c] FIBER COMPRESSION
TBDATA,3,F2t          ![F2t] MATRIX TENSION (guess value)
TBDATA,4,-140e9       ![F2c] MATRIX COMPRESSION
TBDATA,7,F6           ![F6] FAILURE STRESS, XY SHEAR (guess)
TBDATA,8,52.7e9       ![F4] FAILURE STRESS, YZ SHEAR
!DAMAGE initiation (DI)
TB,DMGI,1,1,4,FCRT    ! Damage detection using failure criteria
TBTEMP,0
TBDATA,1,4,4,4,4      !Hashin criteria for all 4 failure modes
!DAMAGE EVOLUTION (DE)
TB,DMGE,1,1,8,MPDG    ! damage evolution with MPDG method
TBTEMP,0
TBDATA,1,0.1          ! Tensile fiber stiffness reduction
TBDATA,2,0.1          ! Compressive fiber stiffness reduction
TBDATA,3,0.1          !Tensile matrix stiffness reduction
TBDATA,4,0.1          ! Compressive matrix stiffnessreduction

```

VI.2.1 Détermination des fréquences de la plaque intelligente endommagée

Avec la même procédure précédente (voir V.1), nous obtenons les fréquences de système illustrées dans le tableau VI.1.

Fréquences propres (Hz)	(Liu 1999)	Plaque intelligente non endommagée (ANSYS)	Plaque intelligente endommagée (ANSYS)
Mode (1,1)	174.573	175.102	174.924
Mode (2,1)	354.818	354.820	354.407
Mode (1,2)	481.046	490.618	491.001
Mode (3,1)	637.596	617.368	617.518
Mode (2,2)	688.550	715.669	716.187
Mode (3,2)	935.439	967.497	967.875

Tableau VI.1 : Six premiers fréquences de la plaque intelligente dans les deux cas (endommagé et non endommagée).

La figure VI.1 montre les six premières formes des modes de la plaque dans les deux cas endommagée et non endommagée.

VI.2.2 Contrôle actif des vibrations

Nous suivons les mêmes étapes de la partie (VI.2) pour obtenir les matrices du système d'état à l'aide du logiciel MATLAB. Dans ce chapitre les matrices des masses et de rigidités sont importent de ANSYS apdl à l'aide des commandes suivantes :

! Stiffness

```
*DMAT,MatKD,D,IMPORT,FULL,file.full,STIFF
```

```
*PRINT,MatKD,Kdense.matrix
```

! Mass

```
*DMAT,MatMD,D,IMPORT,FULL,file.full,MASS
```

```
*PRINT,MatMD,Mdense.matrix
```

Le contrôle actif des structures endommagées est réalisé avec les mêmes procédures avec les structures dites parfaites ou non endommagées.

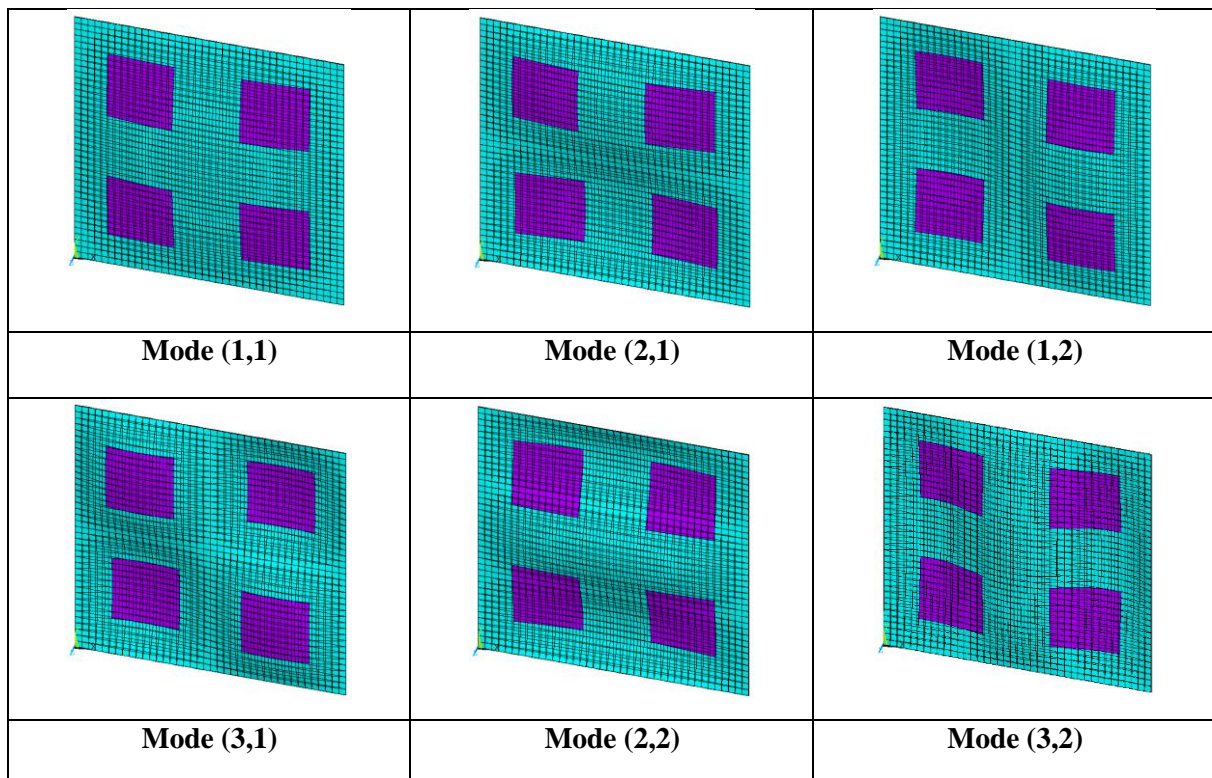


Figure VI.1 : Six premiers modes de vibration libre de la plaque intelligente endommagée.

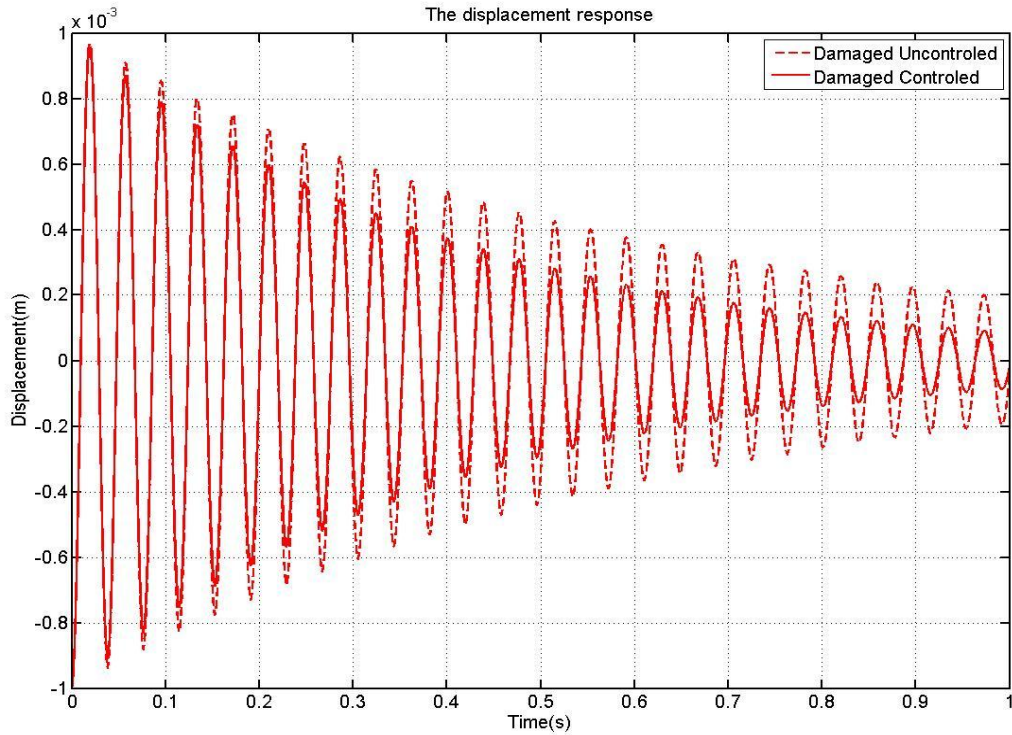


Figure VI.2 : Réponse transitoire non contrôlée et contrôlée de la plaque intelligente endommagée au point M (0.2,0.2).

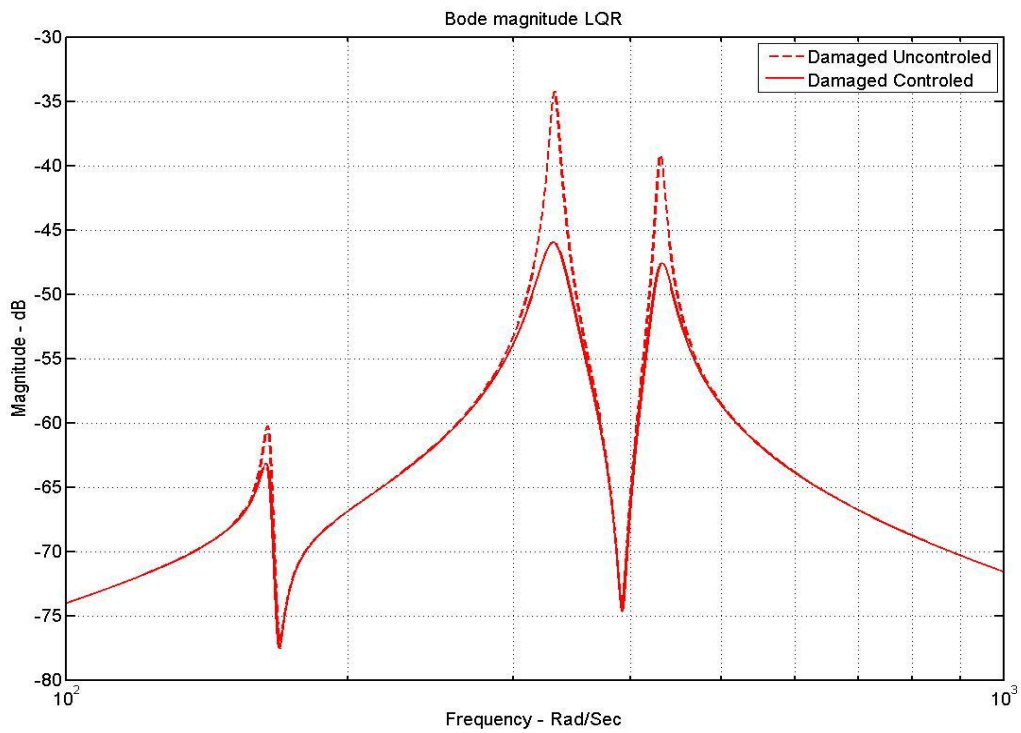


Figure VI.3 : Réponse en fréquences non contrôlée et contrôlée de la plaque intelligente endommagée.

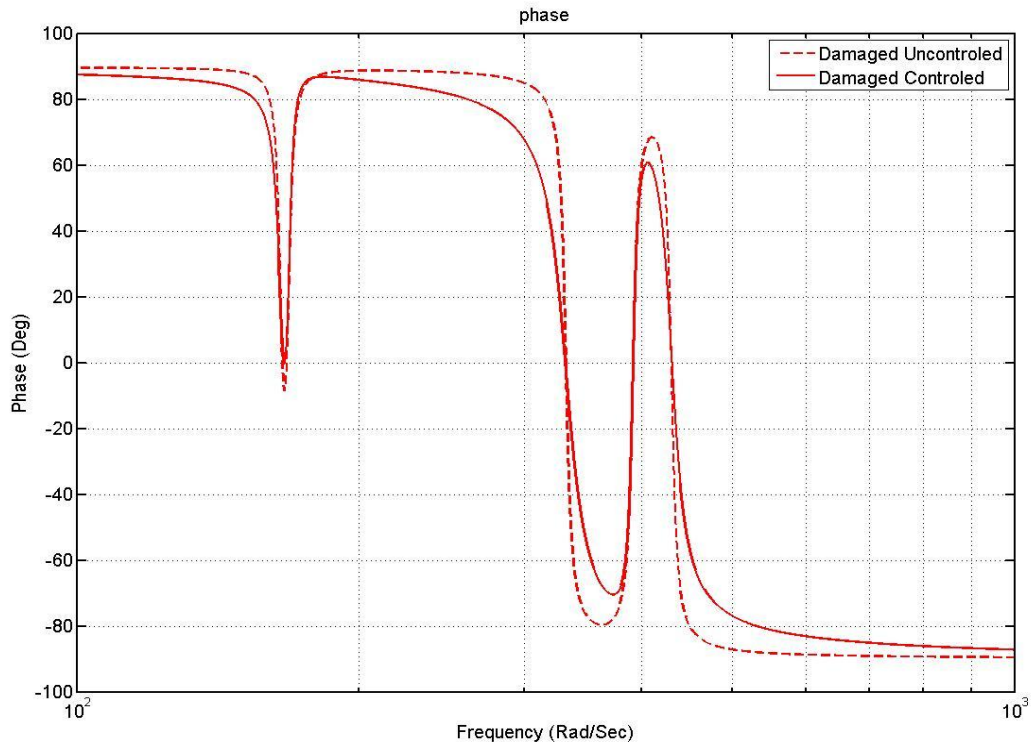


Figure VI.4 : Phase en fréquences non contrôlée et contrôlée de la plaque intelligente endommagée.

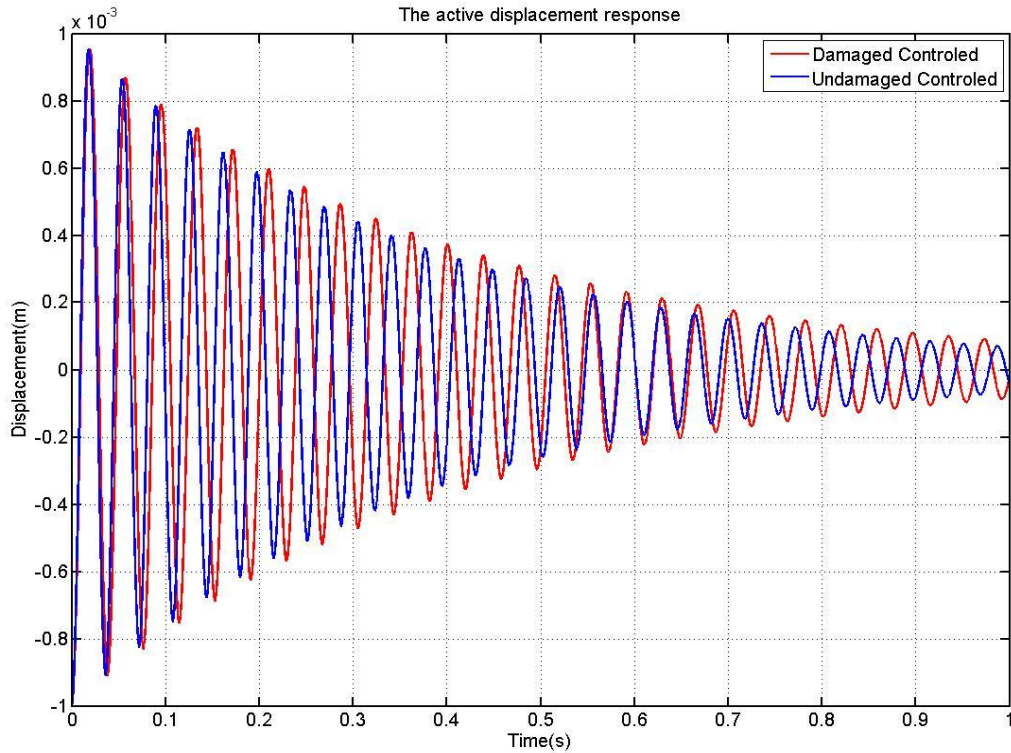


Figure VI.5 : Réponse transitoire contrôlée de la plaque intelligente au point M (0.2,0.2) dans les deux cas endommagée et non endommagée.

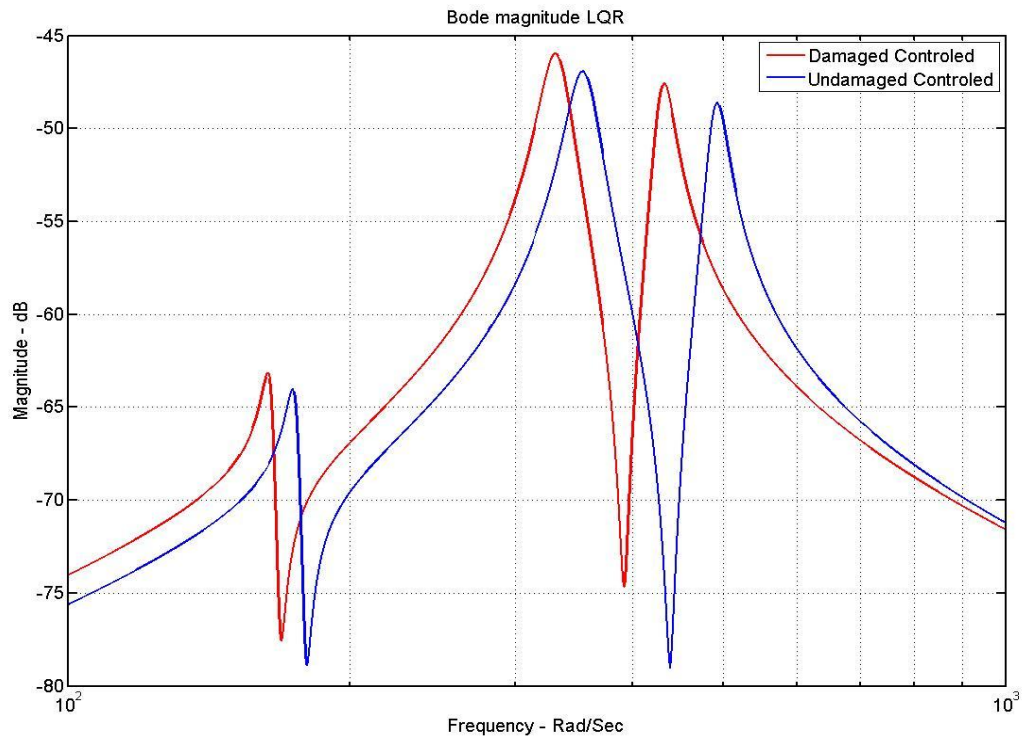


Figure VI.6 : Réponse contrôlée en fonction de fréquences de la plaque intelligente dans les deux cas endommagée et non endommagée.

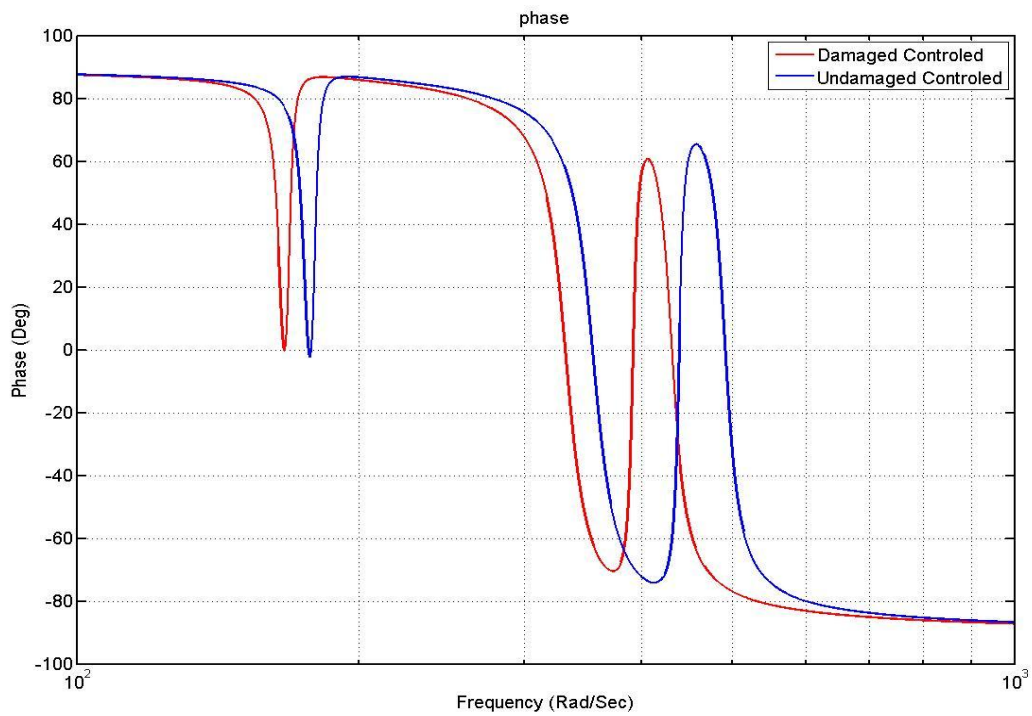


Figure VI.7 : Phase contrôlée en fonction de fréquences de la plaque intelligente dans les deux cas endommagée et non endommagée.

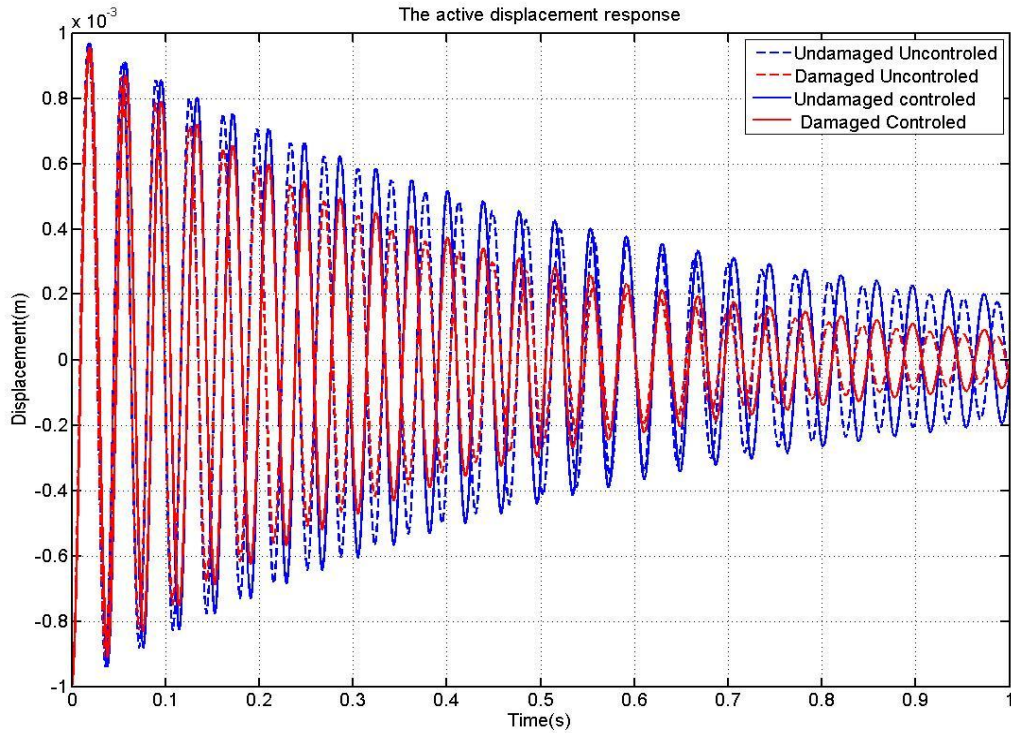


Figure VI.8 : Réponses transitoires de la plaque intelligente au point M (0.2,0.2) pour les deux cas non endommagé et endommagé dans les cas contrôlés et non contrôlés

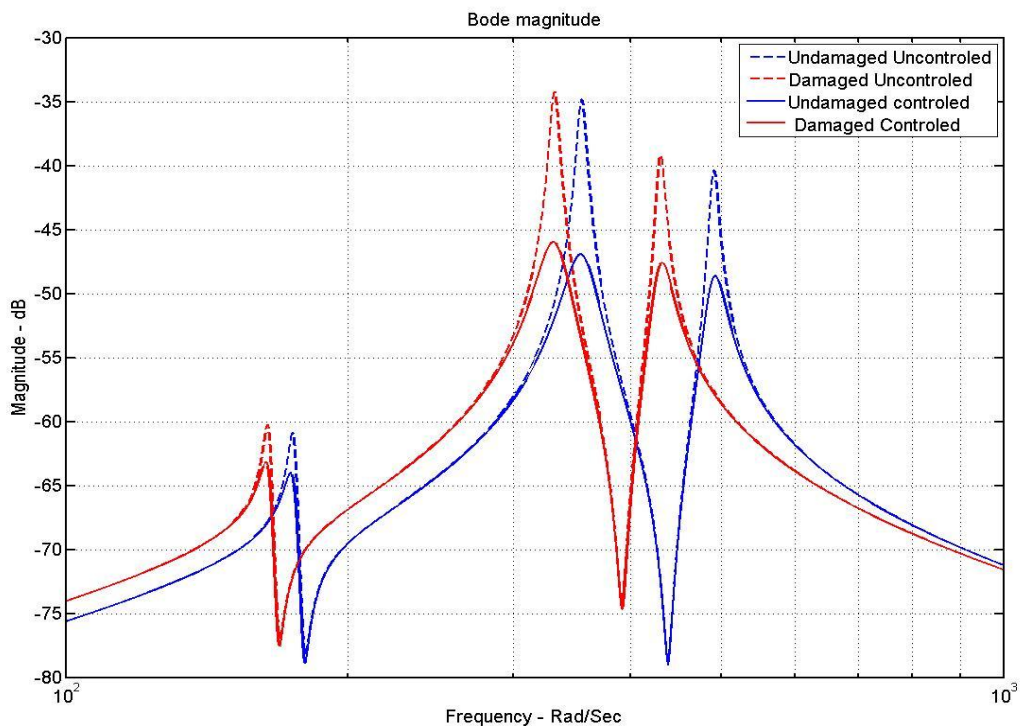


Figure VI.9 : Réponses en fréquences de la plaque intelligente pour les deux cas non endommagé et endommagé dans les cas contrôlés et non contrôlée

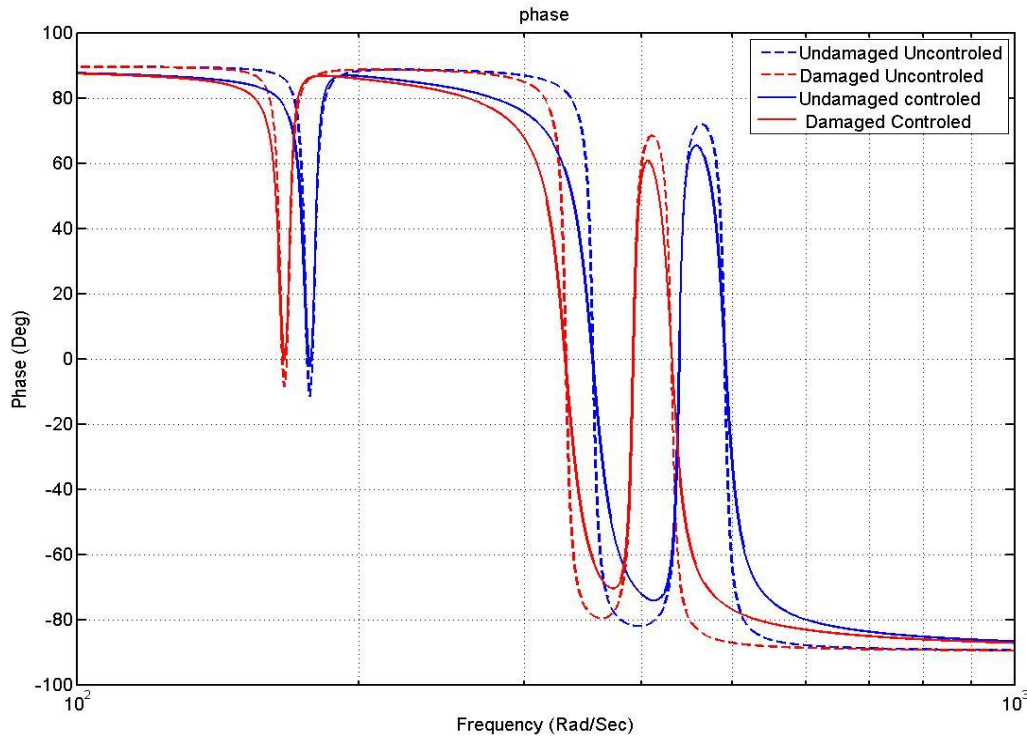


Figure VI.10 : Phases en fréquences de la plaque intelligente pour les deux cas non endommagé et endommagé dans les cas contrôlés et non contrôlé

La réponse transitoire de la plaque intelligente endommagée au point (0.2,0.2) est montrée dans la figure VI.2. Les figures VI.3 et VI.4 présente la réponse contrôlée en fonction des fréquences et la phase respectivement pour les deux cas endommagée et non endommagée. La comparaison entre les réponses contrôlées transitoire et en fonction de fréquence et la phase dans les deux cas non endommagée et endommagée (figures VI.5, VI.6 et VI.7), montre de façon claire l'effet d'endommagement sur le contrôle.

Les figures (VI.8, VI.9 et VI.10) montrent la comparaison entre les réponses (transitoire et en fréquences) et les phases de la plaque composite intelligente pour les quatre différents cas (non endommagé non contrôlé, endommagé non contrôlé, non endommagé contrôlé et endommagé contrôlé).

Les structures utilisées dans l'industrie, l'aéronautique, ..., sont réellement des structures endommagées, à la base de cette philosophie nous avons modélisent le contrôle actif de ces structures avec les patches piézoélectriques pour converger aux solutions parfaites, afin de résoudre les problèmes de vibration des structures aux cour de fonctionnement.

Conclusion et perspectives

Au terme de cette thèse, il nous semble avantageux de dégager quelques points importants, qui constituent l'aboutissement des concepts établis, et qui ouvrent la voie aux recherches futures.

Dans un premier temps, une étude bibliographique a été menée sur les types et les différents procédés de mise en œuvre des contrôles actifs, et les domaines de leur application technique et domestique.

Dans le cadre des méthodes de contrôle actif de vibration, l'application de la stratégie du contrôle LQR en utilisant des actionneurs et des capteurs piézoélectriques diminue les risques d'instabilité des modes non contrôlés. La force de contrôle est générée par la déformation. Cette déformation est limitée par les caractéristiques du matériau piézoélectrique. Nous avons présenté également les analyses dynamiques de couplage piézoélectrique/structure. Par leur taille généralement petite, les actionneurs et les capteurs piézoélectrique peuvent être collés sur une grande partie de la structure sans beaucoup modifier les caractéristiques du couplage piézoélectrique/structure.

Nous avons développé cette méthode de contrôle pour obtenir un système dynamique contrôlé activement de façon intégrale (développement des structures intelligente). Les deux types des structures étudiées ont été modélisées par EF dans le code Ansys apdl, le premier type concerne une plaque rectangulaire isotrope en Aluminium, le deuxième une plaque carrée en matériaux composite (Epoxy/Carbonne). Le code Ansys apdl est basé sur des formulations piézoélectriques en potentiels et proposent plusieurs éléments finis piézoélectriques solides 2D (planne13) ou 3D (solid5, solid 226).

Ce travail montre que l'usage de ces codes est satisfaisant pour la détermination les fréquences et les formes des modes de vibration des structures pour implanter le contrôleur LQR

Nous avons réalisé le contrôle actif des structures composites endommagées, cet axe de recherche est nouveau et vierge. Les résultats obtenus dans le sixième chapitre sont bons et encourageants pour appliquer ces approches sur sandwichs à peaux composites.

Enfin la suite naturelle de ces travaux concerne l'adaptation de la stratégie proposée aux coques et particulièrement en matériaux composite.

Les perspectives de ce travail sont :

- Développement des codes ANSYS apdl pour réaliser le contrôle actif des structures dans le logiciel de modélisation lui-même.
- L'optimisation du contrôle actif en fonction de la distribution des patches PZT dans la structure par GA (Généétique Algorithme).
- Contrôle mixte (passif / actif) sur les sandwichs viscoélastiques équipées par des couches ou des patches piézoélectriques.
- Application de la stratégie de modélisation du contrôle actif dans les structures concernant l'aéronautique (les lames des hélicoptères, les ailes des avions) et l'industrie (machines tournantes, turbines à gaz).

Références Bibliographiques

Abreu. G. L. C. M, Ribeiro. F. et Steffen. V. Jr, “Finite Element Modeling of a Plate with Localized Piezoelectric Sensors and Actuators”, Vol. XXVI, N 2, 2004.

Amrane. M.N, Sidoroff. F, “Residual modal energy evaluating of fatigue damaged composite structure”. *MECHANIKA*. 17(1): 45-49, 2011.

Anderson. E, Hagood. N, “Simultaneous Piezoelectric Sensing Actuation: Analysis and Application to Controlled Structures”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol 174, pp 617-639 Bailey, 1994.

Ansys Inc. Release 18.1 Documentation for ANSYS. 2018.

Auciello. O, Scott. J.F. et Ramesh. R, “The physics of the ferroelectric memories”, *Physics Today*, Vol 51 pp 22-27, 1998.

Badel. A, Guyomar. D, Lefevre. E, et Richard. C, “Piezoelectric energy harvesting using a synchronized switch technique “. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 17(8-9) :831–839, 2006.

Bailey. T Hubbard. Jr, “Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam”, *Journal of Guidance. Control. and Dynamics*, Vol 8 pp 605-611, 1985.

Barbero. E. J, “Prediction of compression strength of unidirectional polymer matrix composites”, *Journal of Composite Materials* 32 (5) 483-502, 1998.

Barbero. E.J, Shahbazi. M, “Determination of Material Properties for ANSYS Progressive Damage Analysis of Laminated Composites”, *Composite Structures*, 05.074, 2017.

Baruh. H, Choe. K, “Sensor Placement in Structural Control”, *Journal of Guidance. Control and Dynamics*, Vol. 13 pp 524-533, 2001.

Bathe. K. J, “Finite Element Procedures in Engineering Analysis”, Prentice-Hall, 1982.

Bendine. K, “ Contribution à l’étude du contrôle actif de structures composites par incorporation des matériaux intelligents ”, Thèse doctorat science, Université de Sidi Belabes, Algérie, 2016.

Benjeddou. A, “Advances in piezoelectric finite element modeling of adaptive structural elements” *ComputStruct*, 76(1–3): 347–63, 2000.

Berlincourt. D.A, Curran. D. R et Jaffe. H, “Piezoelectric and piezomagnetic materials and their function in transducers”, *New-York Academic Pressed Physical Acoustics*, ed. W.P. Masson., 1A, 1964.

Berthelot. J. M., "Matériaux composites : comportement mécanique et analyse des structures", 3^e édition, Technique et Documentation, Paris, 1999.

Bouaid. A., "Contribution à la compréhension des phénomènes de dissipation d'énergie dans les céramiques piézo-électriques de type PZT : Effets du dopage au potassium et au niobium", thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 150p, France, 2002.

Brissaud. M., Eyraud. L., "Materiauxpiezoelectriques, pyroelectriques, electrostrictifs et applications", Lyon : INSA de Lyon-CAST, France, 1996.

Bruant. I, Gallimard. L, et Nikoukar. S., "Optimal Piezoelectric Actuator and Sensor Location for Active Vibration Control, Using Genetic Algorithm." *Journal of Sound and Vibration*, 329 (10): 1615–35, 2010.

Bruant. I, Gallimard. L, et Nikoukar. S., "Optimization of Piezoelectric Sensors Location and Number Using a Genetic Algorithm." *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 18 (7): 469–75, 2011.

Bruant. I, Proslie. L., "Optimal location of an actuators and sensors in active vibration control, " *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol 16 pp 197–206, 2005.

Burke. S.E, Hubbard Jr., "Distributed Parameter Control Design for Vibrating Beams Using Generalized Functions", *Proceedings of IFAC Conference of Control of Distributed Parameter Systems*, pp 161-166. 1986.

Cain. P. I, Thoen. B, et Kotula. S., "Adaptive Inverse Controller for Cancellation of Vibration in A Beam with Embedded Piezoelectric Actuators", *The Proceedings of the Third International Conference on Adaptive Structures*, pp 680-692, 1992.

Callahan. J, Baruh. H., "Modal Analysis Using Piezoelectric Sensors". *proceedings of the 35th AIAA/ASME/ HIS/ASC Structures. Structural Dynamics. And material Conference*, pp 83-94. 1994.

Caruso, G. A., "Critical analysis of electric shunt circuits employed in piezoelectric passive vibration damping." *Smart Materials and Structures*, Vol 10(5), pp 1059–1068, 2001.

Chandrashekhara. K, Agarwal. A. N., "Active Vibration Control of Laminated Composite Plates Using Piezoelectric Devices: A Finite Element Approach." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 4 (4): pp 496–508, 1993.

Chaudhry. D Rogers. C. A., "A Mechanics Approach to Induced Strain Actuation of Structures", *Proceedings of the Third International Conference on Adaptive Structures*, pp 131 -244, 1995.

Chaudhry. D Rogers. C. A., "Enhanced Structural Control with Discretely attached Induced Strain Actuators", *Proceedings of the 33th AIAA/ASME/ HIS/ASC Structures. Structural Dynamics. And material Conference*, pp 548-555, 1992.

- Chaudhry. D Rogers. C. A**, “Performance and Optimization of Induced Strain Actuated Structures Under the Action of External Loads”, Proceedings of the 34th AIAA/ASME/HIS/ASC Structures Structural dynamics and material Conference, pp 3475-3484, 1993.
- Cherif. A**, “Optimisation du transformateur piézoélectrique. Application : contrôle semi-passive des vibrations ”, Thèse doctorat science, Université de Sétif, 2012.
- Chiang. W, Lee. C**, “Critical Active Damping Control of a Flexible Slender Plate Using a Distributed Modal Actuator and Sensor”, Proceedings of American Control Conference, pp700-705, 1989.
- Choi. S**, “Alleviation of Chattering in Flexible Beam Control via Piezofilm Actuator and Sensor”. AZAA Journal, Vol. 33, pp. 564-567, 1994.
- Choi. S, Cheong. C, et Kim. S**, “Control of Flexible Structures by Distributed Piezofilm Actuators and Sensors”. Journal of Intelligent Material System and Structures. Vol. 64pp 430435, 1995.
- Clark. R. L, Burke. S. E**, “Practical Limitations in Achieving Shaped Modal Sensors with Induced Strain Materials”. Journal of Vibration and Acoustics. Vol 118 pp 668-675, 1996
- Clark. W. W**, “Vibration control with state-switched piezoelectric materials”, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 11(4) :263–271, 2000.
- Collins. S. A, Miller. D. W, et Von Flotow. A. H**, “Distributed Sensors as Spatial Filters in Active Structural Control”, Journal of Sound and Vibration. Vol. 173. No. 1 pp 171-501. 1994
- Collins. S. A, Padilla. C. E, Notestine. R. J, et Von Flotow. A. H**, “Design. Manufacture. and Application to Space Robotics of Distributed Piezoelectric Fi lm Sensors”. IAA/ASME/HIS/ASC Structures. Structural Dynamics. And material Conference. Vol. 15 pp 396403, 1992.
- Conover, W. B**, “Fighting noise with noise. Noise Control”, Vol 2 pp 78- 82, 1956.
- Crawley. E. F**, “Intelligent Structures for Aerospace: A Technology Overview and Assessment”. AIAA Journal Vol 32 pp 1689- 1699, 1994.
- Crawley. E. F, De Luis. J**, “ Detailed Models of Piezocerarnic Actuation of Beams”. Journal of Intelligent Material Systems and Structure. Vol 1 pp 4-25, 1990.
- Crawley. E. F, De Luis. J**, “Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures”. IAA Journal. Vol 25 pp 1373- 1385, 1987.
- Crawley. E. F, De Luis. J, Hagood. N. W et Anderson. E. H**, “Development of Piezoelectric Technology For Applications in Control of Intelligent Structures”. Proceedings of American Control Conference, pp 1890- 1896, 1988.
- Crawley. E. F, Javier de Luis**, Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures, AIAA Journal, Vol 25, 1987.

Culshaw. B, Gardiner. P. T, “Smart Structures- The Role of Fiber Optics”. SPIE Proceedings on Interferometric Fiber Sensing. Vol 234 pp 134-151. 1994.

Daraji. A.H, Bicker. R, “Active vibration control of a smart structure”, Springer, 2009.

Defaÿ. E, “Elaboration et caractérisation de couches minces piézoélectriques de Pb(Zr,Ti)O₃ sur silicium pour applications aux microsystèmes”, thèse doctorat, l’institut national des sciences appliquées de Lyon, 1999.

Du. C, Xie. L, “Modeling and Control of Vibration in Mechanical Systems”, CRC Press, 2010.

Dworak. J. A, Falangas. E. T, Koshigoe. S et Tseng. G. T, “ Vibro-Acoustic Control Using PZT Actuators”. Proceedings of the Third International Conference on Adaptive Structures", pp 529-545. 1992.

Eriksson. L. J, “Active sound and vibration control: A technology in transition”, Noise Control Eng. J., 1996.

Eyraud. L, “Diélectriques solides anisotropes et ferroélectricité”, Paris : Gauthier-Villars, 183 p. 1967.

Forward. R. L, “Electronic damping of vibrations in optical structures”, Applied Optics, 18(5) :690-697, 1979.

Franklin. G. F, Powell J. D et Emani-Naemi. A, “Feedback Control of Dynamic Systems” Addison-Wesley, 1986.

Fujishima. H, “Surface acoustic wave VIF filters for TV using ZnO sputtered films”, Proceedings 30th Ann. Symp. On Frequency Control. Washington: Electronic Industries Assoc, pp 119-122. 1976.

Fuller. C.R, Elliott. S.T, et Nelson. P.A, “Active control of vibration. London: Academic Press, 1996.

Gawronski. K, “Advanced Structural Dynamics and Active Control of structures”, Springer, 1998.

Ghorbel. S, “Couplage électromécanique effectif dans les structures piézoélectriques, expérimentations, modélisations et corrélations ”, Thèse doctorat, Institut supérieur de Paris, 2009.

Gopinathan. M, Pajunen. G. A, “ Model Reference Control of Vibration in Flexible Smart Structures”. IEEE Proceedings of the 33th Conference on Decision and Control, pp 3551-3556, 1995.

Gopinathan. M, Pajunen. G. A, Neelakanta. P. S, et Arockiasamy. M, “ Linear Quadratic Distributed Self-Tuning Control of Vibration in a Cantilever Beam”. SPIE Proceedings on

Smart Structures and Materials: Smart Structures and intelligent systems. Vol. 1443, pp 542-553, 1995.

Guyomar. D, Faiz. A, Petit. L et Richard. C, “Wave reflection and transmission reduction using a piezoelectric semipassive nonlinear technique”, The Journal of the Acoustical Society of America, 119(1) :285–298, 2006.

Hagood. N. W, et Von Flotow. A, “Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks”, Journal of Sound and Vibration, 146(2) :243–268, 1991.

Han. L, Voloshin. A, et Coulter. J, “Application of the Integrating Fiber Optic Sensor for Vibration Monitoring”, Journal of Smart Materials and Structures, Vol 4 pp 100-105,1995.

Hanagud. S, Glass. B. J, et Calise. A. J, “Artificial Intelligence-Based Model- Adaptive Approach to Flexible Structure Control”, Journal of Guidance. Control. and Dynamics. Vol 13 pp 534-544. 1990.

Hanagud. S, Glass. B. J, and Calise. A. J, “Optimal Vibration Control by the Use of Piezoceramic Sensors and Actuators”. Journal of Guidance. Control. and Dynamics. Vol 15 pp 1199- 1206,1992.

Hanagud. S, Won. C. C, et Obal. M. W, “Optimal Placement of Piezoelectric Sensors and Actuators”, Proceedings of American Control Conference, pp 1884-1889, 1988.

Harari. S, “ Contrôle modal semi-actif et actif à faible consommation énergétique par composants piézoélectriques ”, thèse de doctorat de laboratoire de Génie Electrique et Ferroélectricité (LGEF) et Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS), 2009.

Hashin. Z, Rotem. R, “Fatigue failure criterion for fiber reinforced materials”,Journal of Composite Materials, pp448-464, 1973.

Housner. G. W, Bergman. L. A et Caughey. T. K, “Structural control: Past, present, and future”, Journal of Engineering Mechanics, 123(9) :897–971, 1997.

Hwang. W, Park. H. C, “ Finite Element Modeling of Piezoelectric Sensors and Actuation”. 4th Journal, Vol 31 pp. 930-937, 1993.

Jaffe. B, Roth. R et S.S. Marzullo, “Piezoelectric properties of lead zirconate lead titanate solid solution ceramics”, J. Appl. Phys, vol 25 pp. 809-810. 1954.

Janocha. H, “Adaptronics and Smart Structures (Basics, Materials, Design and Applications)” , Springer, 1999.

Jona. F, Shirane. G, “Ferroelectric crystals”, New York: Pergamon Press, 1962. Chapter IV, Barium titanate, pp 108-110, 1962.

Kamil. K., “Modélisation par éléments fins de matériaux intelligents : application en contrôle actif de vibrations des structures aéronautiques”, Maître ès Sciences (M. Sc), Département de génie mécanique faculté des sciences et de génie Université Laval, Québec, 2001.

Karnopp, D.C, Crosby, R.A et Harwood, M.J., « Vibration control using semi-active force generators », ASME Journal of Engineering for Industry, 96(2) :619–626, 1974.

Kim. J, Varadan. V. V , Varadan. V. K, et Bao. X., “ Finite-Element Modeling of a Smart Cantilever Plate and Comparison with Experiment”. Journal of Smart Materials and Structures. Vol 5 pp 165-170, 1996.

Lallart. M, Guyomar. D, Jayet. Y, Petit. L, Lefeuvre. E, Monnier. T, Guy. p, et Richard. C., “Synchronized switch harvesting applied to selfpowered smart systems: Piezoactivemicrogenerators for autonomous wireless receiver”, Sensors and Actuators A: Physical, 147(1) :263–272, 2008.

Lam. M., “Formalisme d’octet appliqué à la propagation d’ondes dans des milieux piézoélectriques inhomogènes”, Thèse doctorat, Ecole doctorale Santé, sciences, technologies (Tours), France, 2008.

Lee. C. K, Chiang. W.W, et O'Sullivan. T. C., “Piezoelectric Modal Sensors and Actuators Achieving Critical Active Damping on a Cantilever Plate”. Proceedings of the 30th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures Structural Dynamics. And material Conference, pp 2018-2026, 1989.

Lee. C. K, Han. J. H., “Optimal Placement of piezoelectric Actuators in Intelligent Structures Using Genetic Algorithm”. SPIE Proceedings of the 3rd International Conference on Intelligent Materials and 3rd European Conference on Smart Structures and Materials, Vol 2779 pp 872-875, 1996.

Lee. C. K, Moon. F. C., “ Modal Sensors/Actuators”. Journal of Applied Mechanics, Vol 57 pp 134-141, 1990.

Lee. C. K, O'Sullivan. T. C, et Chiang. W. W., “Piezoelectric Strain Rate Sensor and Actuator Designs for Active Vibration Control”. Proceedings of the 32th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures Structural Dynamics. And material Conference, pp 2197-2707, 1991.

Leissa. A.W., “Vibration of plates, NASA SP-160. tif”, 1969.

Liu. G. R, Peng. X. Q et Lam. K. Y., “Vibration control modélisation of laminated composite plates with integrated piezoelectrics “, Journal of Sound and Vibration, pp 716-735, 1999.

- Lopes. V. Jr, Pereira. J.A, et Inman. D.J**, “Structural FRF Acquisition Via Electric Impedance Measurement Applied to Damage Location”, XVII IMAC, San Antonio, EUA, 2000.
- Lueg. P**, “Process of silencing sound oscillations”, Germany, Patent DRP 655, 508, 1933.
- Malgaca. L**, “Integration of active vibration control methods with finite element models of smart laminated composite structures “, *Composite Structures*, 92(7):1651-1663, 2010.
- Meyer. J. E, Burke. S. E, et Hubbard. J. E**, “ Fuzzy-Sliding Mode Control for Vibration Damping of Flexible Structures”. *SPIE Proceedings on Smart Structures und Materials: Mathematics in Smart Structures*. Vol 19 pp 182-193, 1993.
- Miller, D. W, von Flotow. A et Hall. S. R**, “Active Modification of Wave Reflection and Transmission in Flexible Structures”, *Proceedings of American Control Conference*, pp 1318-1324, 1988.
- Miller. D. W, Collins. S. A, et Peltzman. S. P**, “ Development of Spatially Convolution Sensors for Structural Control Applications”. *Proceedings of the 3 Ith AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures Structural Dynamics, and Materials Conference*, pp 2383-2297, 1990.
- Miller. D. W, Hall. S. R**, “Experimental Results Using Active Control of Traveling Wave Power Flow”. *Journal of Guidance Control. and Dynamics*, Vol 14 pp 350-359, 1991.
- Miller. S. E, Abaramovich, H**, “Active Distributed Vibration Control of Anisotropic Piezoelectric Laminated Plates”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol 183, pp 797-817, 1995.
- Mitsui. T, Bornstein. L**, “Numerical data and functional relationships in science and technology”, Berlin: Springer, p308. 1969.
- Monnier. T, Guy. P, Lallart .M , Petit. L, Guyomar. D et Richard. C**, “Optimization of signal pre-processing for the integration of costeffective local intelligence in wireless selfpowered structural health monitoring”, *Advances in Science and Technology*, 56 :459-468, 2008.
- NageshBabu, G. L, Hanagud. S**, “Robustness and Vibration Control of Adaptive Structures by the Use of Piezoelectric Sensors and Actuators”. *Proceedings of the 32th Journal of Guidance Control and Dynamics and Materials Conference*, pp 1369-2279, 1991.
- Nelson P. A, Elliott. S. J**, “Active Control of Sound” , Academic Press, 1992.
- Niederberger, Morari .M, et Pietrzko. S**, “A new control approach for switching shunt damping”, In *Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials*, 2004.

- Nitzsche. F.**, “Modal Sensors and Actuators for Individual Blade Control”, Proceedings of the 34th Journal of Guidance Control and Dynamics and Materials Conference. 1993, pp 3507-3516, 1993.
- Olson, H. F, May, E. G.** “Electronic sound absorber”, J. Acoust. Soc. Am., Vol 25 p 1130-1136, 1953.
- Olson, H. F.** “Electronic control of noise, vibration, and reverberation”. J. Acoust. Soc. Am, Vol 28 pp 966-972, 1956.
- Patnaik. B. R, Heppler. G. R, et Wang. D.** “ Stability Analysis of a Piezoelectric Vibration Controller for an Euler-Bernoulli Beam”. Proceedings of American Control Conference, pp 197-201, 1993.
- Pines. D. J, von Flotow. A. H.** “ Active Control of Bending Wave Propagation at Acoustic Frequencies”. Journal of Sound and Vibration, Vol 142 pp 391-412, 1990.
- Plump. J, Hubbard. J. E, et Bailey. T.** “Nonlinear Control of a Distributed System: Modélisation and Experimental Results”. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control Vol 109 pp 133- 139, 1990.
- Pourki. F.** “ Shape Control of Flexible Structures Using Piezo-Electric Actuator/Sensors”, Proceedings of American Control Conference, pp 2109-2110, 1993.
- Pourki. F.** “Distributed Controllers for Flexible Structures Using Piezo- Electric Actuator/Sensors”. IEEE Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control, pp 1367-1370, 1993.
- Preumont. A.** “Vibration Control of Active Structures”, Third Edition, Springer, 2011.
- Reddy. J. N.** “On Laminated Composite Plates with Integrated Sensors and Actuators”, Engineering Structures, Vol 21 pp 568-593, 1999.
- Reddy. J. N.** “Theory and Analysis of Elastic Plates”, Taylor and Francis, 1999.
- Richard. C, Guyomar. D, Audigier. D, et Ching. G.** “Semi-passive damping using continuous switching of a piezoelectric device”, In Smart Structures and Materials 1999: Passive Damping and Isolation, Vol 3672 pp 104-111, 1999.
- Rizet. N.** “contrôle actif de vibration utilisant des matériaux piézoélectrique”, Thèse doctorat, Institut nationale des sciences appliquées de Lyon, France, 1999.
- Rogers. C. A.** “Intelligent, Material Systems-The Dawn of a New Materials Age”. Journal of Intelligent Material system and Structures Vol 4 pp 112, 1993.
- Shah. D. K, Chan. W. S et Joshi. S. P.** “Finite Element Analysis of Plates with Piezoelectric Layers”. Proceedings of the 34th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures. Structural Dynamics. and Materials Conference, pp 3189-3197, 1993.

- Shahinpoor. LM**, “Continuum Electro mechanics of hic Polymeric Gels as Artificial Muscles for Robotic Applications”. *Journal of Smart Materials and Structures* Vol. 3. pp. 367-372. 1994.
- Shen. M. H**, “A New Modeling Technique for Piezoelectrically Actuated Beams” *journal of Computers & Structures*, Vol 57 pp 361-366, 1995.
- Shieh. R. C**, “Finite Element Formulation for Dynamic Response Analysis of Multiaxially Active 3-D Piezoelectric Beam Element Structures”. *Proceedings of the 34th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures. Structural Dynamics. and Materials Conference*, pp 3250-3260, 1993.
- Spillman. Jr, W. B, Sirkis et Gardiner. P. T**, “Smart Materials and Structures: What are they?”. *Journal of Smart Materials and Structures*. Vol. 5. pp. 247-354, 1990.
- Takagi. T**, “A Concept of Intelligent Materials” , *Journal of Intelligent Material System and Structures*. Vol 1 pp 149- 156, 1990.
- Taylor. G. W, Gagnapain. J**, “Piezoelectricity Ferroelectricity and Related Phenomena”, Gordon and Breach Science Publishers, 1985.
- Tliba. S, Abou-kandil. H**, “Modélisation et contrôle actif des vibrations d’une structure intelligente ”, 7e Colloque National en Calcul des structures, France, 2004.
- Tsubouchi. K, SUGAI. K, Mikoshiba. N**, “AlN material constants evaluations and SAW properties on AlN/Al₂O₃ and AlN/Si”, *IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings*. IEEE. New York, pp375-80, 1981.
- Tzou. H. S** , “ A New Distributed Sensor and Actuator Theory for Intelligent Shells”. *Journal of Sound and Vibration*. Vol 153 pp 335-349, 1992.
- Tzou. H. S** , “ Distributed Modal Identification and Vibration Control of Continua: Theory and Applications”. *Journal of Dynamic \$ttems. Measurement. Und Control*, Vol 113 pp 494-499, 1991.
- Tzou. H. S , Tseng. C**, “ Distributed Piezoelectric Sensor/Actuator Design for Dynamic Measurement/Control of Distributed Parameter Systems: A Piezoelectric Finite Element Approach”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol 138 pp 17-34, 1990.
- Tzou. H. S, Zhong. J. P**, “ A Linear Theory of piezoelastic Shell Vibrations”, *Journal of Sound and vibration*, Vol 1751 pp 77-88, 1994.
- Tzou. H. S, Tseng, C**, “Distributed Modal identification and Vibration Control of Continua: Piezoelectric Finite Element Formulation and Analysis”. *Journal of Dynamic Systems, Measurement. and Control*, Vol 113 pp 500-505, 1991.
- Vaz. A. F**, “ Empirical Verification of Interaction Equations with Bonded Piezoelectric Films”. *Technical Report*, Canadian Space Agency, 1991.

Vaz. A. F., “Composite Modelling of Flexible Structures with Bonded Piezoelectric Film Actuators and Sensors”. 9th CASI Symposium on Aero Space Structures and Materials. Ottawa, Canada, 1996.

Vaz. A. F., “Modelling of Piezoelectric Behavior for Actuator and Sensor Applications”. Technical Report. Canadian Space Agency, 1991.

Yang. J., “Analysis of Piezoelectric Devices”, World Scientific, 2006.

Zeinoun. J, Khorrarni. F., “ An Adaptive Fuzzy Neural Based Controller and Its Application to Smart Structures”. Proceedings of American Control Conference, pp 575-579, 1994.

Zhang. J., “Active Vibration Control of Piezoelectric Intelligent Structures journal of computers”, Vol 5, 2004.

Zhou. N, Sumali. H et Cudney. H., “ Experimental Development of Piezofilm Modal Sensors and Characterization of Piezofilm Strain Rate Gages”. Proceeding of the 32th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures Structural Dynamics, and Materials Conference, pp 735-743, 1991.

Zhuang. Y, Baras. J. S., “ Distributed Control of a Timoshenko Beam”. Proceedings of the Third International Conference on Adaptive Structures, pp 216-227, 1992.

Publications et communications

- **Publications internationales**

Latrache .M, Amrane. M. N., “The LQR control active of smart plate based on the finite element method,” Periodica Polytechnica Mechanical Engineering, 61(2), pp 115-121, Hungary, 2017.

Latrache .M, Amrane. M. N., “Effect of the thickness of the piezoelectric patches on the active control of a thin plate”, Mechanics and Mechanical Engineering, LODZ University of technology, Vol 22, No 4 pp1345-1354, Poland, 2018.

Latrache .M, Amrane. M. N., “Active control vibration of a smart composite plate for different angle-ply”, Mechanics and Mechanical Engineering, LODZ University of technology, Vol 23, Poland, 2019.

- **Communications Internationales**

Latrache .M, Amrane. M. N., “ Controle actif des vibrations, cas d’une poutre encastrée” International conference of modeling and modélisation (ICMS’2014), Blida, Algérie, 21 To 23 September 2014.

Latrache .M, Amrane. M. N, “ Modélisation des structures intelligentes par ANSYS”, 3^{ème} Conférence Internationale sur la mécanique et la sécurité Industrielle (CIMSI' 2015), Skikda, Algérie, 09-10 Novembre 2015.

Latrache .M, Bendine .K et Amrane. M. N, “Optimal placement of piezoelectric actuator and sensor for active vibration of smart plate using genetic algorithm”, the first conference on mechanical, energy and material engineering which (CMEME' 2015), 8-9 Decembre 2015.

Annexe A

Codes ANSYSapdl

A.1 Fichier de donnée (Modélisation d'une plaque isotrope)

```

=====
!
!           Contrôle des structures par couches piézoélectriques
!
!           Latrache Mohamed
!
!           E-mail : latrachemoh@gmail.com
=====
! - Support plate Thickness and material props
Lb=0.8           ! Support Length
Hb=0.6           ! Support Thickness
Wb=0.001        ! Support Width
! - Material properties for Aluminium
EXY=207e+09
POIS=0.3         ! Poisson's ration (Al)
aldns=7800       ! Density of Aluminium
=====
! - PZT Geometry (All PZTs QP16n)
L=0.1           ! Length, m
H=0.05          ! Thickness, m
W=0.0001        ! Width,m
! - Material properties for PVDF
s11=16.4e-12
s22=s11
s12=-5.74e-12
s13=-7.22e-12
s23=s13
s33=18.8e-12
s44=47.5e-12
s55=47.5e-12
s66=44.3e-12
pidns=7700      ! Density of PZT
d31=-179e-12   ! Piezoelectric strain coefficients, C/N
d32=-179e-12   ! Manufacturers data combined with PZT5A mat props
d33=350e-12
d24=584e-12
d16=584e-12
ept11=1730     ! Relative permittivity at constant stress
ept22=1730
ept33=1700
=====
! - Top PZT 1 (Starting from the clamped end)
L1=0.1
W1=0.4
! - Top PZT 2 (Starting from the clamped end)
L2=0.1
W2=0.4
! - Bottom PZT 1 (Starting from the clamped end)
L3=0.6
W3=0.1
! - Bottom PZT 2 (Starting from the clamped end)
L4=0.6
W4=0.1
=====
BLC4,0,0,Lb,Wb,Hb
! Top piezos
BLOCK,L1,L1+L,W1,W1+W,Hb,Hb+H

```

```

BLOCK,L3,L3+L,W3,W3+W,Hb,Hb+H
! Bottom piezos
BLOCK,L3,L3+L,W3,W3+W,0,-H
BLOCK,L1,L1+L,W1,W1+W,0,-H
!=====
ESIZE,ebig
VSEL,S,LOC,Z,0,Hb ! Selecting beam
VATT,2,1,2,0 ! Assigning beam material properties
VSEL,S,LOC,Z,-Ha,-Ha-H !Selecting piezos
VSEL,A,LOC,Z,Hb+Ha,Hb+Ha+H
VATT,1,1,1,0 !Assigning piezo material props
ALLSEL
VPLOT
MSHAPE,0,3D
MSHKEY,1
VMESH,ALL
!=====
nsel,all
nummrg,node,1e-5
!=====
!P1
asel,s,loc,z,Hb+H
asel,r,loc,x,L1,L1+L
asel,r,loc,y,W1,W1+W
nsla,s,1
*get,p1,node,0,num,min
cp,1,volt,all
d,p1,VOLT,0,0
allsel
!P2
asel,s,loc,z,Hb+H
asel,r,loc,x,L3,L3+L
asel,r,loc,y,W3,W3+W
nsla,s,1
*get,p2,node,0,num,min
cp,2,volt,all
d,p2,VOLT,0,0
allsel
!=====
!P1
asel,s,loc,z,Hb
asel,r,loc,x,L1,L1+L
asel,r,loc,y,W1,W1+W
nsla,s,1
d,all,volt,0,0          ! Ground bottom electrode,
nsel,all
!P2
asel,s,loc,z,Hb
asel,r,loc,x,L3,L3+L
asel,r,loc,y,W3,W3+W
nsla,s,1
d,all,volt,0,0          ! Ground bottom electrode,
nsel,all
A.2 Fichier de donnée (Modélisation d'une smart plaque composite)
L=0.1          ! Length, m
H=0.0001      ! Thickness, m
W=0.1         ! width
!*****
Lb=0.4
Wb=0.4

```

```

Hb=0.0008
Hp=Hb/4
ET,1,SOLID186      ! LAYERED SOLID ELEMENT
KEYOPT,1,3,1      ! LAYERED SOLID
KEYOPT,1,8,1      ! WRITE LAYER RESULTS
!=====
sectype,1,shell
secdata,Hp,1,0
secdata,Hp,1,-90
secdata,Hp,1,0
secdata,Hp,1,-90
tref,0
!=====
MP,ex,1,119e9
MP,ey,1,8.67e9
MP,ez,1,8.67e9
MP,gxy,1,5.18e9
MP,gxz,1,3.29e9
MP,gyz,1,3.29e9
MP,prxy,1,0.31
MP,prxz,1,0.31
MP,pryz,1,0.31
MP,dens,1,1550
!=====
MP,DENS,2,pidns
MP,PERX,2,ept11 ! Permittivity at constant stress
MP,PERY,2,ept22
MP,PERZ,2,ept33
tb,ANEL,2,,,1    ! Assembling elastic compliance matrix
tbda,1,s11,s12,s13
tbda,7,s22,s23
tbda,12,s33
tbda,16,s66
tbda,19,s55
tbda,21,s44
tb,PIEZ,2,,,1   ! Piezoelectricstrain matrix
tbda,3,d31
tbda,6,d33
tbda,9,d32
tbda,14,d24
tbda,16,d16
!=====
L1=0.05
W1=0.05
L2=0.05
W2=0.25
L3=0.25
W3=0.05
L4=0.25
W4=0.25
!-----
BLC4,0,0,Lb,Wb,Hb
BLOCK,L1,L1+L,W1,W1+W,Hb,Hb+H
BLOCK,L1,L1+L,W1,W1+W,0,-H
BLOCK,L2,L2+L,W2,W2+W,Hb,Hb+H
BLOCK,L2,L2+L,W2,W2+W,0,-H
BLOCK,L3,L3+L,W3,W3+W,Hb,Hb+H
BLOCK,L3,L3+L,W3,W3+W,0,-H
BLOCK,L4,L4+L,W4,W4+W,Hb,Hb+H
BLOCK,L4,L4+L,W4,W4+W,0,-H

```

A.3 Analyse modale

```

/SOLU
ANTYPE,MODAL                                ! Modal analysis
nmodes= 10
modopt,LANB,nmodes                          ! Block Lanczos solver
mxpand,nmodes,,yes                          ! Calculate element results and
SOLVE
*get,f1,mode,1,freq
FINISH
SAVE
/COM,      **** REVIEW THE RESULTS OF THE MODAL SOLUTION ****
/POST1
SET,LIST

```

A.4 Analyse transitoire

```

/ SOLU
ANTYPE ,4
TRNOPT ,FULL , ,DAMP
LUMPM ,0
DELTIM ,Tres
TINTP , ,0.25 ,0.5 ,0.5
TIME ,Tstep
F ,2017 ,FZ , -100
KBC ,1
SOLVE
FDELE ,2017 , ALL

```

A.6 Endommagement

```

!=====
!DAMAGE initiation (DMGI)
!=====
TB,DMGI,1,1,4,FCRT                          ! Damage detection using failure
criteria
TBTEMP,0
TBDATA,1,4,4,4,4                            !Hashin criteria for all 4 failure
modes
!=====!DAMAGE
EVOLUTION (DMGE)
!=====
TB,DMGE,1,1,8,MPDG                          ! damage evolution with MPDG method
TBTEMP,0
TBDATA,1,0.1                                ! Tensile fiber stiffness reduction
TBDATA,2,0.1                                ! Compressive fiber stiffness reduction
TBDATA,3,0.1                                !Tensile matrix stiffness reduction
TBDATA,4,0.1

```

Annexe B

Code Matlab

B.1 Modélisation d'une plaque composite

```

% Contrôle des structures par couches piézoélectriques
%                               Latrache Mohamed
%                               E-mail : latrachemoh@gmail.com

clear all;
close all;
clc;    % Clears the screen
% materials
kapa=5/6;
rho=1550;
h=0.002;

```



```

I=h^3/12;
hp=0.0001;
Ip=hp^3/12;
Bpot=[0 0 -1/hp]';
e1=119e9;
e2=8.67e9;
g23=3.29e9;
g13=3.29e9;
g12=5.18e9;
miu12=0.31;
miu21=0.31;
factor=1-miu12*miu21;
% symbolic computation
syms phi
% angles for laminate
alfas=[pi/4,-pi/4,pi/4,-pi/4];
% upper and lower coordinates
z(1)=-(h/2);
z(2)=-(h/2)+h/4;
z(3)=0;
z(4)=-z(2);
z(5)=-z(1);
% [Q] in 0° orientation
qbarra(1,1,1)=e1/factor;
qbarra(1,2,1)=miu21*e1/factor;
qbarra(2,1,1)=miu12*e2/factor;
qbarra(2,2,1)=e2/factor;
qbarra(3,3,1)=g12;
qbarra(4,4,1)=kapa*g23;
qbarra(5,5,1)=kapa*g13;
[qbarrap,qessi,EE]=piezomaterialinput;
rhope=7600;
% transformation matrix
T=[cos(phi)^2,sin(phi)^2,-
sin(2*phi),0,0;sin(phi)^2,cos(phi)^2,sin(2*phi),0,0;
sin(phi)*cos(phi),-sin(phi)*cos(phi),cos(phi)^2-sin(phi)^2,0,0;
0,0,0,cos(phi),sin(phi);
0,0,0,-sin(phi),cos(phi)];
% [Q] in structural axes
qBarra=T*qbarra*T.';
for s=1:size(alfas,2)
for i=1:5
for j=1:5
QQbarra(i,j,s)=subs(qBarra(i,j,1),phi,alfas(s));
end
end
Qbarra=double(QQbarra);
end
Q=Qbarra;

Astiff(5,5)=0;
Bstiff(5,5)=0;
Fstiff(5,5)=0;
Istiff(5,5)=0;
for k=1:size(alfas,2)
for i=1:3
for j=1:3
Astiff(i,j)=Astiff(i,j)+Q(i,j,k)*(z(k+1)-z(k));
Bstiff(i,j)=Bstiff(i,j)+Q(i,j,k)*(z(k+1)^2-z(k)^2)/2;
Fstiff(i,j)=Fstiff(i,j)+Q(i,j,k)*(z(k+1)^3-z(k)^3)/3;
end
end
end

```

```
end
fori=4:5
for j=4:5
Istiff(i,j)=Istiff(i,j)+Q(i,j,k)*(z(k+1)-z(k));
end
end
end
% come back to numeric computation
fori=1:3
for j=1:3
    Astiff(i,j)=Astiff(i,j)+qbarrap(i,j,1)*((h/2+hp)-
z(5))+qbarrap(i,j,1)*(z(1)-(-h/2-hp));
Bstiff(i,j)=Bstiff(i,j)+qbarrap(i,j,1)*((h/2+hp)^2-
z(5)^2)/2+qbarrap(i,j,1)*(z(1)^2-(-h/2-hp)^2)/2;
    Fstiff(i,j)=Fstiff(i,j)+qbarrap(i,j,1)*((h/2+hp)^3-
z(5)^3)/3+qbarrap(i,j,1)*(z(1)^3-(-h/2-hp)^3)/3;
end
end
fori=4:5
for j=4:5
Istiff(i,j)=Istiff(i,j)+qbarrap(i,j,1)*((h/2+hp)-
z(5))+qbarrap(i,j,1)*(z(1)-(-h/2-hp));
end
end
%Mesh generation
Lx=1;
Ly=1;
numberElementsX=10;
numberElementsY=10;
numberElements=numberElementsX*numberElementsY;
[nodeCoordinates, elementNodes] =
rectangularMesh(Lx,Ly,numberElementsX,numberElementsY);
xx=nodeCoordinates(:,1);
yy=nodeCoordinates(:,2);
% drawingMesh(nodeCoordinates,elementNodes,'Q4','k-');
% axis off
numberNodes=size(xx,1);
% GDof: global number of degrees of freedom
GDof=5*numberNodes;
% stiffness and mass matrices
stiffness=formStiffnessMatrixMindlinQ45laminated5dof(GDof,numberElements,el
ementNodes,numberNodes,nodeCoordinates,CMembranaMembrana,CMembranaFlexao0,C
Flexao0Flexao0,CCorte0Corte0);
Kuu=zeros(GDof);
% boundary conditions
[prescribedDof,activeDof,fixedNodeW]=
EssentialBC5dof('cfff',GDof,xx,yy,nodeCoordinates,numberNodes);
% eigenproblem: free vibrations
numberOfModes=12;
[V,D1] = eig(stiffness(activeDof,activeDof),...
mass(activeDof,activeDof));
[D,ii] = sort(diag(sqrt(D1)/(2*pi)));
% eigenproblem: free vibrations
numberOfModes=12;
[V,D] = eig(stiffness(activeDof,activeDof),...
mass(activeDof,activeDof));
% Liew, p-Ritz
D0=e2*h^3/12/(1-miu12*miu21);
D = diag(sqrt(D)*Lx*Ly/pi/pi*sqrt(rho*h/D0));
[D,ii] = sort(D); ii = ii(1:numberOfModes);
VV = V(:,ii);
```

```

activeDofW=setdiff([1:numberNodes]', [fixedNodeW]);
NNN=size(activeDofW);

VVV(1:numberNodes,1:12)=0;
for i=1:numberOfModes
    VVV(activeDofW,i)=VV(1:NNN,i);
end
NN=numberNodes;N=sqrt(NN);
x=linspace(-Lx,Lx,numberElementsX+1);
y=linspace(-Ly,Ly,numberElementsY+1);
% drawing Eigenmodes
drawEigenmodes2D(x,y,VVV,NN,N,D)

```

B.2 Contrôle actif par LQR (Linear Quadratic Regulator)

```

MM=V'*mass(activeDof,activeDof)*V;
KK=V'*stiffness(activeDof,activeDof)*V;
Kea1=-V'*Kea1(activeDof,1);
Kea2=-V'*Kea2(activeDof,1);
Kea3=-V'*Kea3(activeDof,1);
Kea4=-V'*Kea4(activeDof,1);
MM=MM(1:3,1:3);
KK=KK(1:3,1:3);
Kea1=Kea1(1:3);
Kea2=Kea2(1:3);
Kea3=Kea3(1:3);
Kea4=Kea4(1:3);
Cdamp=alfa*MM+beta*KK;
Demp=0.005;
mass=mass(activeDof,activeDof);
mass=mass((1:3),(1:3));
omega=zeros(3);
omega(1,1)=omeg(1);
omega(2,2)=omeg(2);
omega(3,3)=omeg(3);
A=[zeros(3),omega;-(omega),zeros(3)];
A(4,4)=-omega(1,1).*2*Demp;A(5,5)=-omega(2,2).*2*Demp;A(6,6)=-
omega(3,3).*2*Demp;
B=[zeros(size(Kea1)) zeros(size(Kea2)) zeros(size(Kea3)) zeros(size(Kea4));
Kea1 Kea2 Kea3 Kea4 ];
C=[Kea1 Kea2 Kea3 Kea4; zeros(size(Kea1)) zeros(size(Kea2))
zeros(size(Kea3)) zeros(size(Kea4))];
C=C';
Q=[5e-10*KK zeros(size(KK))
zeros(size(KK)) MM];
R=0.5e+10*eye(4);
[K01,M01,E01] = lqr(A,B,Q,R);
sys = ss(A,B,C,0);
x0=[-0.1;0;0;0;0;0];
t=0:.0001:15;

```