

# Contrôle robuste en position sans capteur mécanique du moteur synchrone à aimants permanents en utilisant le filtre de Kalman étendu

K. YAHIA, A. MENACER, A/h. BENAÏCHA, F. BENCHABANE, D. TAIBI \*

Laboratoire LGEB, Université de Biskra, B. P 145 Biskra, Algérie

\* Department d'Electrotechnique, Université de Batna, Algérie

kd\_yahia@yahoo.com Fateh\_benchabane@yahoo.fr

*Abstract* -- This paper presents the regulation in position of a permanent magnets synchronous machine, controlled by variable structure regulators, associated with the extended Kalman filter, for the estimation of the speed and position in real time.

Comparing with the vector control using PI regulators, the technique of variable structure control shows remarkable characteristics of robustness opposite of the internal and external variations. The extended Kalman filter estimates speed and position.

The results obtained by simulation, show the robustness of extended Kalman filter opposite to load variation and direction of rotation.

*Résumé*-- Cet article présente la régulation en position d'une machine synchrone à aimants permanents, commandée vectoriellement par des régulateurs à structure variable, associé au filtre de Kalman étendu, pour l'estimation en temps réel de la vitesse et de la position.

En comparant avec la commande vectorielle utilisant des régulateurs PI, la technique de commande à structure variable présente des caractéristiques de robustesse vis-à-vis aux variations internes et externes remarquables. Le filtre de Kalman étendu permet d'estimer la vitesse et la position.

Les résultats obtenus par simulation, montrent la robustesse du filtre de Kalman étendu vis-à-vis aux variations de la charge et du sens de rotation.

## I. Introduction

La commande vectorielle, apparue à la fin des années soixante, donne lieu à des entraînements à courant alternatif avec une dynamique très proche de celle utilisant les machines à courant continu. Cette structure qui est en générale un contrôle découplé du couple et du flux. Cependant, cette structure de commande nécessite que les paramètres de la machine soient précis. Ceci exige une bonne identification des paramètres. En conséquence, le recours à des algorithmes de commande robuste, pour maintenir un niveau de découplage et de performance acceptable, est nécessaire.

La commande à structure variable (CSV) qui, par sa nature est une commande non linéaire, possède cette robustesse. Le réglage par mode de glissement est fondamentalement une méthode qui force la réponse à glisser le long d'une trajectoire prédéfinie. Cependant, cette technique de commande a un inconvénient de commutation aux hautes fréquences (chattering) [1].

La commande sans capteurs de vitesse et de position est devenue un axe de recherche et de développement intensif. Les chercheurs veulent éviter les problèmes rencontrés dans les systèmes de régulation, causés par les imperfections inhérentes aux capteurs de mouvement de rotation utilisés. L'incorporation de ces derniers dans les systèmes peut augmenter leur complexité et leur encombrement. Elle peut aussi dégrader les performances de la régulation. Pour ces raisons, la suppression de ces capteurs est indispensable.

## II. Modélisation du MSAP

Avec les hypothèses simplificatrices relatives à la MSAP, le modèle de la machine exprimé dans le repère de Park, sous forme d'état s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \frac{\omega \cdot L_q}{L_d} \\ -\frac{\omega \cdot L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_d}{L_d} \\ \frac{V_q - \omega \cdot \phi_{sf}}{L_q} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Le couple électromagnétique est donné par l'expression suivante :

$$C_e = p \left( (L_d - L_q) I_d \cdot I_q + \Phi_f \cdot I_q \right) \quad (2)$$

## III. Commande vectorielle en position par des régulateurs mode glissant du MSAP

### III.1. Conception des régulateurs à mode glissant

La mise en œuvre de cette méthode de commande nécessite principalement trois étapes:

*Le choix de la surface:* le choix de la surface de glissement concerne non seulement le nombre nécessaire de ces surfaces, mais également leur forme, en fonction de l'application et l'objectif visé.

*L'établissement des conditions de la convergence:* c'est la première condition de convergence qui permet aux dynamiques du système de converger vers les surfaces de glissement.

*La détermination de la commande:* une fois la surface de glissement choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour ramener la variable à contrôler vers la surface et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant la condition d'existence des modes glissants.

### III.2. L'asservissement de la position

La CSV pour la position (figure 1) est élaborée à partir d'une variété de glissements de type une droite :

$$S(\theta) = R_1 \cdot e_\theta + R_2 \cdot \dot{e}_\theta \quad (3)$$

avec :

$$e_\theta = \theta_{ref} - \theta$$

$e_\theta$  : l'écart entre la consigne de position  $\theta_{ref}$  et la position mesurée  $\theta$ .

$\dot{e}_\theta$  : est la dérivée de l'erreur de position.

$R_1, R_2$  : sont les paramètres de la variété de glissements.

La commande pour l'asservissement de position est composée uniquement d'une partie commande rendue continue. Ceci est vrai d'autant plus que l'addition d'une commande équivalente pour cet asservissement ne modifie pas la réponse en position [2] [3] [4].

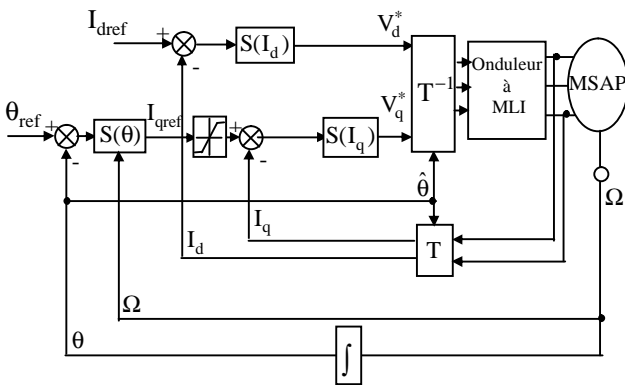


Figure 1: Schéma global du réglage de la position par mode de glissement d'une MSAP

### IV. Filtre de Kalman étendu

#### IV.1. Principe

Le filtre de Kalman étendu est un outil mathématique capable de déterminer des grandeurs d'états non mesurables évolutives ou des paramètres du système d'état à partir des grandeurs physiques mesurables [5].

Ce filtre repose sur un certain nombre d'hypothèses, notamment sur les bruits. En effet, il suppose que les bruits qui affectent le modèle sont centrés et blancs et que ceux-ci sont décorrelés des états estimés. De plus, les bruits d'état doivent être décorrelés des bruits de mesure.

#### IV.2. Algorithme

Etant donné le modèle stochastique non linéaire suivant [1], [5]:

$$\begin{cases} X(k+1) = f(X(k), u(k)) + w(k) \\ Y(k) = h(X(k)) + v(k) \end{cases} \quad (4)$$

avec

$w(k)$  : vecteur de bruit d'état

$v(k)$  : vecteur de bruit de mesure

On ramène ce système non linéaire en un système linéaire et en déduit l'ensemble des équations du filtre de Kalman étendu. La procédure d'estimation se décompose en deux étapes:

#### Etape 1 : Phase de prédiction

§ Estimation sous forme de prédiction :

$$\hat{x}(k+1/k) = f(\hat{x}(k/k), u(k)) \quad (5)$$

Cette étape permet de construire une première estimation du vecteur d'état à l'instant  $k+1$ . On cherche alors à déterminer sa variance.

§ calcul de la matrice de covariance de l'erreur de prédiction :

$$P(k+1/k) = F(k)P(k)F(k)^T + Q \quad (6)$$

avec :

$$F(k) = \left. \frac{\partial f(x(k), u(k))}{\partial x^T(k)} \right|_{x(k)=\hat{x}(k/k)}$$

#### Etape 2: Phase de correction

En fait, la phase de prédiction permet d'avoir un écart entre la sortie mesurée  $y_{k+1}$  et la sortie prédite  $\hat{y}_{k+1/k}$ . Pour améliorer l'état, il faut donc tenir compte de cet écart et le corriger par l'intermédiaire du gain du filtre  $K_{k+1}$ . En minimisant la variance de l'erreur, on obtient les expressions suivantes :

§ calcul du gain de Kalman :

$$K(k+1) = P(k+1/k) \cdot H(k)^T \cdot (H(k)P(k+1/k)H(k)^T + R)^{-1}$$

avec:

$$H(k) = \left. \frac{\partial h(x(k))}{\partial x(k)} \right|_{x(k)=\hat{x}(k)}$$

§ Calcul de la matrice de covariance de l'erreur du filtre :

$$P(k+1/k+1) = P(k+1/k) - K(k+1)H(k)P(k+1/k) \quad (8)$$

§ Estimation du vecteur d'état à l'instant  $k+1$  :

$$\hat{x}(k+1/k+1) = \hat{x}(k+1/k) + K(k+1)(y(k+1) - H\hat{x}(k+1/k)) \quad (9)$$

La figure 2 présente le schéma de principe du filtre de Kalman étendu [6].

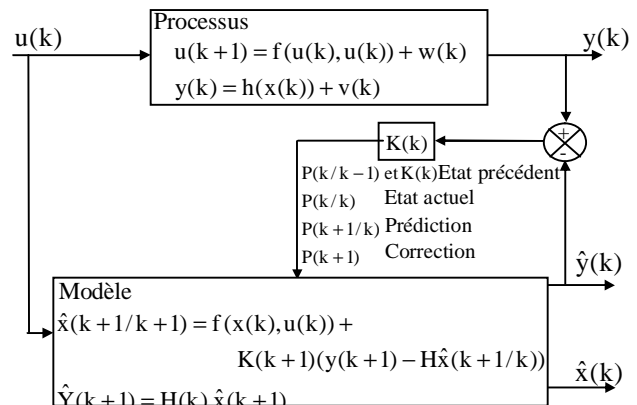


Figure 2 : Principe d'un filtre de Kalman

## V. Application de filtre de Kalman étendu à la MSAP

Le choix du référentiel pour l'application du filtre de Kalman étendu est essentiel. Le cas idéal consisterait à utiliser le référentiel de Park lié au rotor.

Dans notre cas, on a choisi un modèle avec le référentiel lié au rotor et le filtre de Kalman étendu est utilisé pour l'estimation du vecteur d'état  $x_k$  composé des courants  $I_d$  et  $I_q$ , la vitesse mécanique de rotation et la position du rotor. Ce modèle non linéaire suppose que la vitesse mécanique est un état et non un paramètre. Le modèle du MSAP peut être mis sous la forme:

$$\begin{cases} X(k+1) = f(X(k), u(k)) + w(k) \\ Y(k) = h(X(k)) + v(k) \end{cases} \quad (10)$$

avec :

$$f(X(k), u(k)) = \begin{bmatrix} I_d & I_q & \Omega & \theta \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} (1 - T_s \frac{R_s}{L_d}) I_d + p \cdot \Omega \cdot T_s \frac{L_q}{L_d} I_q + T_s \frac{1}{L_d} V_d \\ (-p \cdot \Omega \cdot T_s \frac{L_d}{L_q}) I_d + (1 - T_s \frac{R_s}{L_q}) I_q - T_s \frac{\phi_f}{L_q} \cdot p \cdot \Omega + T_s \frac{1}{L_q} V_q \\ p \cdot T_s \frac{L_d - L_q}{J} I_q I_d + p \cdot T_s \frac{\phi_f}{J} I_q + (1 - T_s \frac{f}{J}) \Omega - T_s \frac{1}{J} C_r \\ \Omega \end{bmatrix}$$

et:

$$h(X(k)) = \begin{bmatrix} I_d & I_q \end{bmatrix}^T$$

### V.1. Détermination des matrices F et H

Les matrices de linéarisation F et H nous permettent de linéariser le système en chaque instant de fonctionnement. Elles sont données comme suit:

$$F = \begin{bmatrix} 1 - T_s \frac{R_s}{L_d} & \omega T_s \frac{L_q}{L_d} & T_s \frac{L_q}{L_d} I_q & 0 \\ -\omega T_s \frac{L_d}{L_q} & 1 - T_s \frac{R_s}{L_q} & (-T_s \frac{\phi_f}{L_q} + T_s \frac{L_d}{L_q} I_d) & 0 \\ p T_s \frac{L_d - L_q}{J} I_q & p T_s (\frac{L_d - L_q}{J} I_d + \frac{\phi_f}{J}) & 1 - T_s \frac{f}{J} & 0 \\ 0 & 0 & T_s & 1 \end{bmatrix}$$

et:

$$H(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le filtre de Kalman étendu nécessite un vecteur de commande (entré) composé de deux composantes d'axe dq du courant et de la tension ainsi que le couple de charge  $C_r$ . Or, ce couple de charge est difficilement mesurable ce qui nous oblige à utiliser son estimé.

La méthode proposée par *lePioufle* permet d'estimer en temps réel le couple de charge [7]. La figure 6.2 illustre le principe de l'estimation.

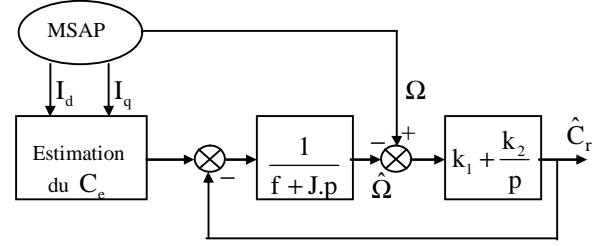


Figure 3 : Estimation du couple de charge

L'erreur entre la vitesse mesurée et la vitesse estimée est présentée comme entrée d'un régulateur PI dont la sortie est:

$$\hat{C}_r = \frac{1 + \frac{k_1}{k_2} p}{1 + \frac{1 + k_1}{k_2} p + \frac{1}{k_2} p^2} C_r \quad (11)$$

ou :

$k_1$  et  $k_2$  sont déterminés par une imposition des pôles.

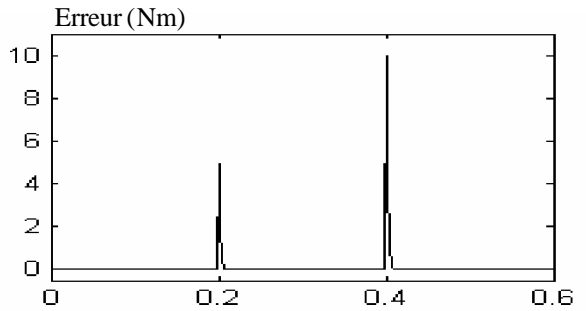
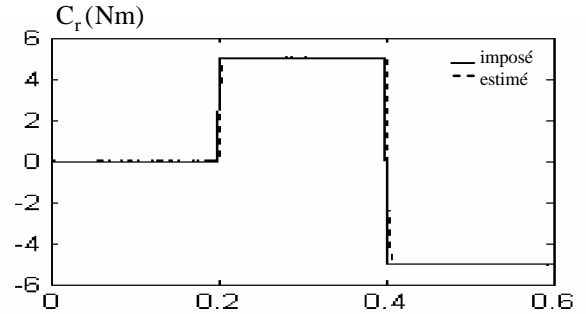


Figure 4: Estimation du couple charge

La figure 4 montre l'estimation du couple de charge pour une référence imposée comme suit: à  $t=0.2$  s, un échelon de couple de charge  $C_r = 5$  Nm est appliqué, puis à  $t=0.4$  s, la charge est inversée et  $C_r = -5$  Nm. On peut noter que l'estimation de ce couple est satisfaisante. Le couple estimé suit sa référence lors de la variation brusque de 5Nm à -5 Nm.

Dans ce cas, le schéma global de la commande vectorielle en position par mode de glissement du MSAP avec l'utilisation du filtre de Kalman étendu est donné par la figure 5.

La position du rotor sert à réaliser la fonction de transformation triphasée/ biphasée et inversement. Et d'autre part le retour de la boucle de régulation de la position. Cependant, la vitesse estimée constituer la réalisation de la surface de position.

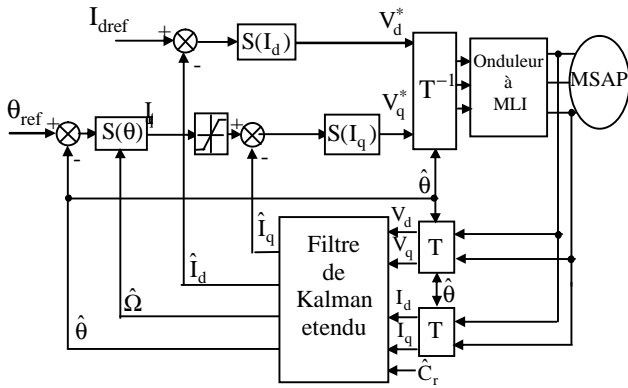


Figure 5: Schéma global de la CSV de la position avec l'application du filtre de Kalman étendu.

## VI. Résultats de simulation

Nous avons testé en simulation (logiciel MATLAB simulink) la loi de commande par mode de glissement de la position sur la MSAP avec l'application de filtre de Kalman étendu.

Les résultats de simulation pour l'asservissement en position présentes dans les figures 6 et 7, la figure 6 donne le comportement de la MSAP pour un échelon de position de  $360^\circ$  suivie d'une application de la charge de  $5\text{Nm}$  à  $t=0.2\text{ s}$ . Tandis que, la figure 7 donne le comportement de la MSAP pour une inversion de la position de  $360^\circ$  à  $-360^\circ$  à  $t=0.2\text{ s}$ .

On remarque que, les valeurs réelles et estimées de la position et de la vitesse obtenue sont comparables et que leurs erreurs d'estimation sont faibles en présence d'une perturbation externe. Cependant, Ces tests de simulation montrent clairement la robustesse de l'algorithme d'estimation du filtre de Kalman étendu.

### VI.1. Choix des matrices de covariance Q et R

Ce sont via ces matrices que passeront les différents états mesurés, prédits et estimés. Leur but est de minimiser les erreurs liées à une modélisation approchée et à la présence de bruits sur les mesures. Ce réglage requiert une attention particulière et seul un réglage en ligne permet de valider le fonctionnement du filtre. Cependant, quelques grandes lignes permettent de comprendre l'influence du réglage de ces valeurs par rapport à la dynamique et la stabilité du filtrage.

La matrice Q liée aux bruits entachant l'état, permet de régler la qualité estimée de notre modélisation et de sa discrétisation. Une forte valeur de Q donne une forte valeur du gain K réduisant l'importance de la modélisation et de la dynamique du filtre. La mesure possède alors un poids relatif plus important. Une trop forte valeur de Q peut cependant créer une instabilité de l'observateur.

La matrice R règle quant à elle le poids des mesures. Une forte valeur indique une grande incertitude de la mesure. Par contre, une faible valeur permet de donner un poids important à la mesure. Cependant, il faut faire attention au risque d'instabilité aux faibles valeurs de R.

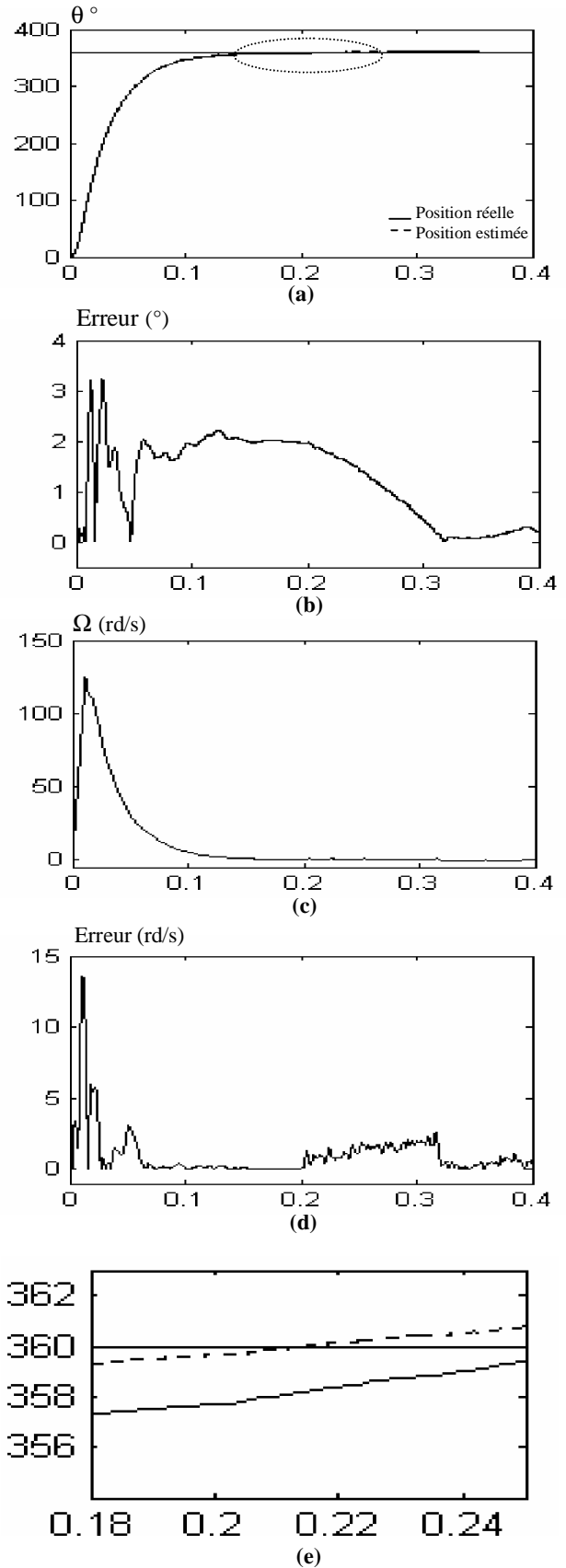


Figure 6 L'asservissement en position de la MSAP par CSV, pour un démarrage à échelon de position suivi d'une application de la charge de  $5\text{ Nm}$  à l'instant  $t=0.2\text{ s}$ .

- a) position réelle et estimée
- b) Erreur d'estimation de la position
- c) vitesse réelle et estimée
- d) Erreur d'estimation de la vitesse
- e) Zoom de la position réelle et estimée.

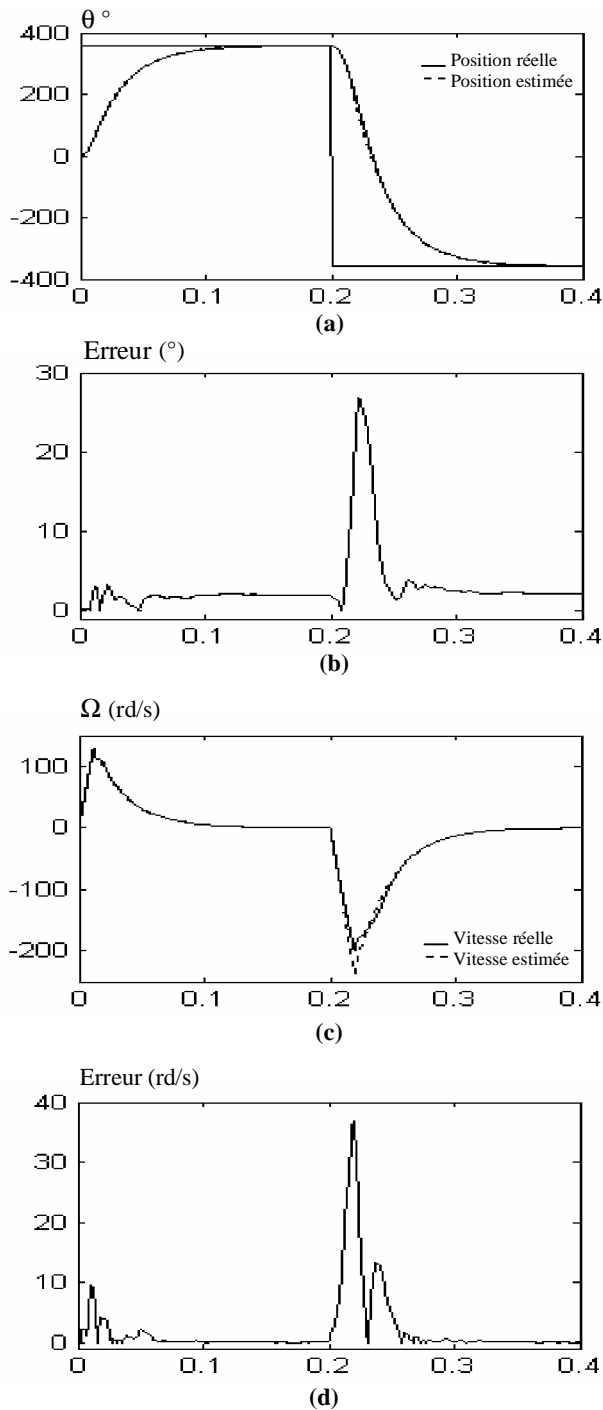


Figure 7: L'asservissement en position de la MSAP par CSV, pour l'inversion de la position à l'instant  $t=0.2s$ .

- a) position réelle et estimée
- b) Erreur d'estimation de la position
- c) vitesse réelle et estimée
- d) Erreur d'estimation de la vitesse.

### Conclusion

Dans cet article, nous avons analysé les propriétés statiques et dynamiques de la commande à structure variable en position sans capteurs mécaniques de vitesse et de position d'un moteur synchrone à aimants permanents en utilisant le filtre de Kalman étendu.

Les résultats obtenus pour la CSV sont satisfaisants. En effet, le système est rapide, la charge n'a pas d'influence sur le comportement du MSAP et l'inversion du sens de rotation se fait en suivant précisément la consigne.

Les résultats obtenus pour l'estimation de la vitesse et de la position sont satisfaisants des points de vue erreur d'estimation, robustesse et stabilité du système global dans diverses conditions de fonctionnement (charge, inversion du sens de rotation du moteur).

### Paramètres du moteur [7]

$$L_d = 4mH, L_q = 2.8mH, \phi_f = 0.12Wb, p = 4,$$

$$J = 1.1 \cdot 10^{-3} Kg.m^2, f = 1.4 \cdot 10^{-3} Nm.s.rd^{-1},$$

$$C_r = 8.5Nm, R_s = 0.6\Omega, I_{qn} = 20A, \Omega = 230rd/s$$

Les matrices de covariances de bruits d'état et de mesure sont données comme suit :

$$Q = \text{diag}([1e5 \ 1e5 \ 1e-4 \ 1e-4])$$

$$P = \text{diag}([100 \ 100 \ 100 \ 100])$$

$$R = \text{diag}([100 \ 100])$$

La période d'échantillonnage est :

$$T_s = 10^{-5}$$

### Liste des symboles

MSAP	moteur synchrone à aimants permanents
$0d, 0q$	repère de Park (lié au rotor)
CV	commande vectorielle
MLI	modulation de largeur d'impulsion
$R_s$	résistance statorique [ $\Omega$ ]
$f$	coefficient de frottement visqueux [ $Nm/rad/s$ ]
$J$	moment d'inertie de l'entraînement [ $kg.m^2$ ]
$p$	nombre de paires de pôles
$\Omega$	vitesse de rotation mécanique [ $rad/s$ ]
$\Omega_{ref}$	vitesse de référence [ $rad/s$ ]
$\omega$	pulsation électrique des courants statorique
$T$	matrice de Park normalisée
$C_e$	couple électromagnétique [ $Nm$ ]
$C_r$	couple mécanique résistant [ $Nm$ ]
$\theta$	position réelle [ $rad$ ]
$V_d, V_q$	tensions statoriques du repère de Park [ $V$ ]
$I_d, I_q$	courants statoriques du repère de Park [ $A$ ]
$L_d, L_q$	inductance du stator selon les axes $d, q$ [ $H$ ]
$\phi_f$	flux des aimants [ $Wb$ ]
$u$	vecteur de commande
$P$	opérateur de Laplace
$w(t)$	bruit d'état
$v(t)$	bruit de mesure
$Q$	matrice du bruit d'état
$R$	matrice du bruit de mesure

### Références

- [1] R. Benchaib, " Application des modes de glissement pour la commande en temps réel de la machine asynchrone", Thèse de doctorat de l'université de Picardie Jules Vernes, France, 1998.

- [2] M. Flavia, S. Freitas, " Position and speed sliding mode control of an interior permanent magnet synchronous motor ", University of Minas Gerais, Brazil. (Publication IEEE 1995).
- [3] T. Zaharieva, " Les algorithmes de CSV appliqués un moteur synchrone autopiloté pour le contrôle en vitesse et en position ", thèse L'INSA, Toulouse, 1998.
- [4] Zélia Myram, "Application of sliding mode observer for induced e.m.f., position and speed estimation of permanent magnet motors", University of Minas Gerais, Brazil. (Publication IEEE 1995).
- [5] M. Boussak, R. Pilioua-Sendo, "Commande vectorielle sans capteur mécanique avec l'estimation de la position initiale des servomoteurs synchrones à aimants", 16<sup>ème</sup> journées Tunisiennes d'Electrotechnique et d'automatique, Hammamet Tunisie, 8 et 9 Novembre 1996.
- [6] F. Morand, " Techniques d'observation sans capteur de vitesse en vue de la commande des machines asynchrones", Thèse de doctorat L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, France, 2005.
- [7] A. Meroufel, "Commande par mode de glissement d'une machine synchrone à aimants permanents alimentée par un onduleur de tension à MLI", Conférence on Electrical engineering 10-11 décembre 2002, université de Batna.